

## 1.1.2 Jak se počítají známky

### Předpoklady:

**Pedagogická poznámka:** Je naivní předpokládat, že by většinu žáků na začátku zajímala matematika nebo svět okolo nich. Znamky však (bohužel) zajímají (zejména kvůli nepochopitelné české posedlosti) téměř všechny (ačkoliv příliš vypovídat nemusejí).

Používám poměrně složitý známkovací systém, kterým se snažím tlačit žáky, aby dělali to, co považuji za potřebné. Nechat žáky spočítat pár zajímavostí během seznamování mě přijde docela zajímavé, jde přece o příklady z praxe, kterou budou "opravdu potřebovat".

Součástí výuky na školách jsou zatím známky. Mnozí studenti je (chybně) považují za to nejdůležitější.

### Normální písemka

Píše se přibližně jednou za týden až čtrnáct dní. Na její vypracování je určena polovina hodiny (22,5 minuty). Má čtyři příklady (každý za čtyři body) a BONUS (taky za čtyři body). Příklady jsou většinou řazeny od jednodušších ke složitějším. BONUS většinou vyžaduje schopnost překročit hranice právě probírané látky. Získané body se přepočítávají na procenta, pokud žák vypočítá správně všechny čtyři příklady (bez BONUSu), je to bráno jako zcela správně spočtená písemka hodnocená na 100%.

Pokud je písemka dopředu nahlášena, není možné používat jiné než povolené pomůcky (většinou kalkulačka a oficiální soupis - vysvětleno později, používá se až od druhé pololetí prvního ročníku), pokud písemka nahlášena není, může každý používat svůj sešit (proto není vhodné při výměně sešitu starý nenosit na hodiny, dokud se nenapíše písemka).

Cílem těchto písemek je udržovat žáky v obraze. Píší se poměrně často, aby se žáci museli alespoň částečně průběžně učit a neztráceli kontakt s probíranou látkou.

**Př. 1:** Zjisti pro normální písemku:

- Kolik bodů je možné získat při vypočtení dvou celých příkladů a poloviny třetího příkladu?
- Kolik bodů odpovídá 100%?
- Kolik bodů a kolik procent může žák získat, když spočítá správně úplně všechno?
- Kolika procenty je hodnocena písemka s 9 body?
- Kolik bodů získat Petr, který z písemky dostal 31 %?

a) Kolik bodů je možné získat při vypočtení dvou celých příkladů a poloviny třetího příkladu? Celý příklad: 4 body, polovina příkladu: 2 body  $\Rightarrow$  dva a půl příkladu:  $4 + 4 + 2 = 10$  bodů.

b) Kolik bodů odpovídá 100%?

100% je hodnocena písemka se čtyřmi spočtenými příklady  $\Rightarrow 4 \cdot 4 = 16$  bodů odpovídá 100% .

c) Kolik bodů a kolik procent může žák získat, když spočítá správně úplně všechno?

Kompletní písemka: 4 příklady a BONUS, vše po čtyřech bodech  $\Rightarrow 5 \cdot 4 = 20$  bodů.

100%           ...       16 bodů

x%             ...       20 bodů

Přímá úměrnost:  $\frac{x}{20} = \frac{100}{16} \Rightarrow x = \frac{100}{16} \cdot 20 = 125$

Žák, který spočte úplně všechno, získá za písemku 20 bodů a 125% .

d) Kolika procenty je hodnocena písemka s 9 body?

100%           ...       16 bodů

x%               ...       9 bodů

Přímá úměrnost:  $\frac{x}{9} = \frac{100}{16} \Rightarrow x = \frac{100}{16} \cdot 9 = 56,25 \doteq 56$

Písemka hodnocená 9 body je započtena za 56%.

e) Kolik bodů získat Petr, který z písemky dostal 31 %?

100%           ...       16 bodů

31%             ...       x bodů

Přímá úměrnost:  $\frac{x}{31} = \frac{16}{100} \Rightarrow x = \frac{16}{100} \cdot 31 = 4,96 \doteq 5$

V písemce hodnocené na 31% získal Petr 5 bodů.

**Pedagogická poznámka:** Smutné je, že se najdou žáci, kteří samostatně nevyřeší ani bod a), body d) a e) nepřekoná tak třetina třídy. V tomto okamžiku sice ukazují řešení přes přímo úměru, ale nejslabším žákům doporučuji počítat přepočtem přes jedničku (hodiny 010118 a 010219 v učebnici pro ZŠ). K přepočtu přes jedničku se ještě vrátíme v následující hodině, pokud má i v ní někdo problémy, chci, aby si zmíněné hodiny z učebnice pro ZŠ přepočítal.

**Př. 2:** Sestav tabulku počtů procent pro všechny možné počty bodů. Hledej co nejúspornější postup. Počty procent zaokrouhluj na jednotky.

|   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |
| 6 | 13 | 19 | 25 | 31 | 38 | 44 | 50 | 56 | 63 | 69 | 75 | 81 | 88 | 94 | 100 | 106 | 113 | 119 | 125 |

Vyplnit tabulku je možné mnoha způsoby (vypisují některé od nejpracnějšího):

- vypočítat jednotlivé sloupce pokaždé znovu přímo úměrou,
- určit počet procent, které odpovídají jednomu bodu a tento počet procent postupně načítat,
- napsat počty procent pro speciální počty bodů (4, 8, 12), dopočítat načítáním procenta pro počty bodů menší než 8, zbývající sloupce doplnit přičítáním 50 (do 16 bodů) a 100 (nad 16 bodů).

**Pedagogická poznámka:** Sledovat způsob, jakým žáci tabulku vyplňují je opravdu poučné, je vidět, jak jsou sžití s početními operacemi nebo zda se naopak musí držet při zemi, protože moc neví, co kdy mají čekat.

### Čtvrtletka

Píše se jednou za čtvrt roku, obvykle na logicky ucelenou část látky (často odpovídá dílu učebnice). Obsahuje více příkladů a píše se celou hodinu. Počty příkladů i jejich bodové hodnocení se liší. Konečný výsledek je uveden v procentech.

Protože čtvrtletka se píše déle a hlavně vyžaduje naučení daleko většího množství látky, počítá se do průměru jako tři normální písemky.

**Př. 3:** Jarda psal tři písemky, ze kterých dostal postupně 44%, 56 %, 75 %.

a) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud dostane ze čtvrtletky 38%?

b) Kolik musí ze čtvrtletky dostat, aby jeho výsledná známka byla 69%?

a) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud dostane ze čtvrtletky 38%?

Spočteme průměr, do kterého započteme známku ze čtvrtletky třikrát.

$$\frac{44 + 56 + 75 + 3 \cdot 38}{6} = 48,16666 \doteq 48\%$$

Jardova výsledná známka bude 48%.

b) Kolik musí ze čtvrtletky dostat, aby jeho výsledná známka byla 69%?

Obrátíme předchozí postup.

69 jsme získali ze 6 známek  $\Rightarrow$  celkový součet procent musí být  $6 \cdot 69 = 414$ .

Odečteme procenta z normálních písemek:  $414 - 44 - 56 - 75 = 239$

Čtvrtletku počítáme třikrát:  $239 : 3 = 79,66666 \doteq 80\%$

Jarda musí napsat čtvrtletku minimálně na 80%.

**Poznámka:** Výsledky numerických výpočtů jsou udávány na pět míst (pokud obsahují periodu) a toto vyjádření je bráno jako přesné (o když není), poté jsou zaokrouhlovány na celá procenta nebo celé body.

**Pedagogická poznámka:** Výpočet aritmetického průměru je jednou z mála dovedností, kterou zvládají v podstatě všichni žáci, proto v bodě a) stačí zopakovat, že se počítá do průměru jako tři normální písemky. V bodě b) je situace horší, snažím se co nejdéle zůstat jen u toho, že je předchozí postup nutné obrátit. Pak jej dopočítáváme na tabuli.

**Pedagogická poznámka:** Následující příklad je vyrovnávací (aby měla chytřejší část třídy co dělat, zatímco se Ti horší trápí s předchozím příkladem). Je skoro jisté, že žáci budou spíše iterovat (postupně dosazovat zvyšující se počty normálních písemek, dopočítávat průměry a čekat než výsledek spadne pod 27%) než vyjadřovat.

**Př. 4:** Tonda není hloupej, ale školu moc nehrotí. Jeho průměrná známka z normálních písemek je 20%, ale Tonda se pětky nebojí, protože když bude chtít, naučí se na čtvrtletku tak, aby dostal 50% a tím si známku spraví na potřebných 27%. Kolik normálních písemek může napsat, aby to byla pravda?

Počet napsaných normálních písemek označíme  $x$ . Spočteme průměr ( $n$  normálních písemek

po 20% a jedna čtvrtletka 50%):  $\frac{x \cdot 20 + 3 \cdot 50}{x + 3} = 27$ .

Ze vztahu vyjádříme  $x$ :  $\frac{x \cdot 20 + 3 \cdot 50}{x + 3} = 27 \quad / \cdot (x + 3)$

$$x \cdot 20 + 3 \cdot 50 = 27(x + 3)$$

$$x \cdot 20 + 3 \cdot 50 = 27x + 81$$

$$150 - 81 = 27x - 20x$$

$$69 = 7x$$

$$x = \frac{69}{7} = 9,85714 \doteq 9,86$$

Karel může napsat na 20% maximálně devět normálních písemek, aby dokázal známku spraviv čtvrtletní písemkou hodnocenou 50 %.

### Opravné písemky

U každé písemky (normální i čtvrtletní) je možné psát opravou písemku (opravná písemka nemusí obsahovat analogické příklady jako písemka původní, její zadání se pouze musí týkat stejné látky). Pokud je opravná písemka lepší než písemka původní, nahradí se v celkovém hodnocení původní známka novou známkou, do které se původní známka počítá jednou a nová známka dvakrát.

Smyslem opravných písemek je dát žákům šanci si opravit špatný výsledek předchozí písemky tím, že se látku přece jen naučí. Vzhledem k tomu, že látka je ve většině případů ještě potřeba, považuji čas strávený nad opravnými písemkami za ospravedlnitelnou investici do toho, že žáci vyvinou vlastní iniciativu. Pokud někdo napíše vícekrát opravnou písemku stejně nebo hůře než původní (a je tedy vidět, že na to kašle pořád stejně), vyžadují předem opravu písemky (viz. níže).

**Př. 5:** Lenka napsala písemku na 50%.

a) Jaká bude její výsledná známka, pokud napíše opravnou písemku na 84%?

b) Na kolik musí napsat opravnou písemku, aby její výsledná známka byla alespoň 80%?

Spočteme průměr, do kterého započteme původní známku jednou a opravenou známku

dvakrát:  $\frac{50 + 2 \cdot 84}{3} = 72,66666 \doteq 73\%$

b) Na kolik musí napsat opravnou písemku, aby její výsledná známka byla alespoň 80%?

Obrátíme předchozí postup.

80 jsme získali ze 3 známek  $\Rightarrow$  celkový součet procent musí být  $3 \cdot 80 = 240$ .

Odečteme procenta z původní písemky:  $240 - 50 = 190$

Opravnou písemku počítáme dvakrát:  $190 : 2 \doteq 95\%$

Lenka musí napsat opravnou písemku minimálně na 95%, aby výsledná známka byla 80%.

**Pedagogická poznámka:** Předchozí příklad je velmi podobný příkladu 3, pokud s ním má někdo problémy, je zřejmé, že příliš nevnímá nebo si není schopen vzít poučení.

### Opravy

U každé písemky je možné udělat opravu. Pokud je původní písemka hodnocena na 74 a více musí být v rámci opravy vypočítán i BONUS. Písemky hodnocené na 84 % a více procent se neopravují. Uznaná oprava znamená zvýšení hodnocení o 10%. Opravu dělá žák samostatně doma (nebo ve škole s kamarády - na tom nezáleží), jeho povinností není jen napsat špatně spočtené příklady dobře do sešitu, ale donést napsanou opravu ke kontrole.

Při kontrole musí prokázat, že problematickým místům opravdu rozumí. Pokud se ukáže, že jim nerozumí, může být od opravy vyhozen s tím, že se může vrátit, až si to ujasní.

Cílem oprav je dotáhnout žáky na konzultaci a zkontrolovat, zda se doučili to, co bude ještě potřeba, proto jsem ochoten s žáky, kteří vypadají, že opravě nějaký čas věnovali, diskutovat (a v podstatě doučovat) docela dlouho.

**Př. 6:** Jarda psal tři písemky, ze kterých dostal postupně 44%, 56 %, 75 % a čtvrtletku na 38%.

- Jaká bude jeho výsledná známka?
- Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví všechny písemky (i čtvrtletku)?
- Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví pouze čtvrtletku?
- Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví dvě normální písemky?

a) Jaká bude jeho výsledná známka?

Spočteme průměr, do kterého započteme známku ze čtvrtletky třikrát.

$$\frac{44 + 56 + 75 + 3 \cdot 38}{6} = 48,16666 \doteq 48\%$$

b) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví všechny písemky (i čtvrtletku)?

Pokud si opraví všechny písemky i čtvrtletku, zlepšší si všechny známky v průměru a tím i výslednou známku o 10%.

Kontrola dosazením:  $\frac{54 + 66 + 85 + 3 \cdot 48}{6} = 58,16666 \doteq 58\%$  .

c) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví pouze čtvrtletku?

Do průměru tentokrát dosadíme za čtvrtletku 48%.

$$\frac{44 + 56 + 75 + 3 \cdot 48}{6} = 53,16666 \doteq 53\%$$

d) Jaká bude jeho výsledná známka, pokud si opraví dvě normální písemky?

Zlepšíme známky ze dvou normálních písemek, čtvrtletku necháváme stejnou.

$$\frac{54 + 66 + 75 + 3 \cdot 38}{6} = 51,5 \doteq 52\%$$

**Pedagogická poznámka:** Opět je dobré sledovat, kdo si všimne, že bod a) už počítal a kdo bude otrocky počítat znovu. Při kontrole se také ptám, zda bylo potřeba počítat bod b).

Kromě písemek je možné získat známky o stejné váze za mimořádné výkony (prázdný papírek Bonzáček, MO, spočtené sbírky, ...).

Ze všech známek se na konci pololetí spočte průměr, který ještě může být změněn znamínky.

### Znamínka

Znamínka (plusy a mínusy) se udělují za trochaminutové testy na začátku hodin a jiné méně mimořádné výkony (za které už se nepřidělují známky navíc). **Například každá nalezená a nahlášená chyba v učebnici na internetu je oceněna plusem.**

Trochaminutové testy na začátcích hodin slouží nejvíce k udržení kontextu v hlavách žáků a jako motivace k zvládnutí základních postupů. Písemky jsou hodnoceny +, - nebo 0 (nic).

**POZOR:** + se uděluje většinou pouze v případě žádné nebo pouze jedné chyby.

Na konci pololetí se sečtou plusy i mínusy a nechají se navzájem vyrušit (jeden plus se vyruší s jedním mínus).

Pokud je mínusů víc, každý z nich znamená zmenšení hodnoty průměru ze známek o 1%.

Pokud je plusů víc, procenta se naopak přidávají, ale trochu složitějším systémem tak, aby:

- větší počet plusů více pomáhal žákům s horším průměrem z normálních písemek a naopak lepší žáci si nemohli pomocí plusů podstatně zlepšovat známky a museli se zaměřit i na písemky
- získání každého dalšího plusu znamenalo větší vylepšení průměru.

Přepočten plusů je uveden v tabulce.

| Plusy, které se započítávají | Průměr z písemek |                  |                  |                  |             |
|------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------|
|                              | $x < 27$         | $27 \leq x < 50$ | $50 \leq x < 69$ | $69 \leq x < 84$ | $84 \leq x$ |
| celé                         | 1-10             | 1-8              | 1-6              | 1-4              | 1-2         |
| za polovinu                  | 11-30            | 9-24             | 7-18             | 5-12             | 3-6         |
| za třetinu                   | 31-60            | 25-48            | 19-36            | 13-24            | 7-12        |
| za čtvrtinu                  | 61-100           | 49-80            | 37-60            | 25-40            | 13-20       |
| za pětinu                    | 101 a víc        | 81 a víc         | 61 a víc         | 41 a víc         | 21 a víc    |

**Př. 7:** Urči výsledný počet procent, pokud:

- Martin má průměr z písemek 23, 14 plusů a 20 mínusů,
- Věra má průměr z písemek 18, 16 plusů a 9 mínusů,
- Ivan má průměr z písemek 43, 14 plusů a 3 mínusy,
- Jindra má průměr z písemek 69, 12 plusů a 2 mínusy,
- Konrád má průměr z písemek 85, 24 plusů a 1 mínus.

a) Martin má průměr z písemek 23, 14 plusů a 20 mínusů

Znamínka:  $14 - 20 = -6$ .

Procenta (první sloupec):  $23 - 6 = 17$ .

Martinův výsledný počet procent se rovná 17.

b) Věra má průměr z písemek 18, 16 plusů a 9 mínusů

Znamínka:  $16 - 9 = 7$ .

Procenta (první sloupec):  $18 + 7 \cdot 1 = 25$ .

Věřin výsledný počet procent se rovná 25.

c) Ivan má průměr z písemek 43, 14 plusů a 3 mínusy

Znamínka:  $14 - 3 = 11$  ( $11 = 8 + 3$ ).

Procenta (druhý sloupec):  $43 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{2} = 52,5 \doteq 53$ .

Ivanův výsledný počet procent se rovná 53.

d) Jindra má průměr z písemek 69, 12 plusů a 2 mínusy

Znamínka:  $12 - 2 = 10$  ( $10 = 4 + 4 + 2$ ).

Procenta (čtvrtý sloupec):  $69 + 4 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 76$ .

Jindrův výsledný počet procent se rovná 76.

e) Konrád má průměr z písemek 85, 24 plusů a 1 mínus.

Znamínka:  $24 - 1 = 23$  ( $23 = 2 + 4 + 6 + 8 + 3$ ).

Procenta (pátý sloupec):  $85 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{1}{3} + 8 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{5} = 93,6$ .

Konrádův výsledný počet procent se rovná 93,6.

**Pedagogická poznámka:** Velká většina žáků tabulku nerozluští, po chvílce napíšu (bez komentáře) na tabuli například takový příklad:  
Například Přemysl Otakar například ukončil pololetí takto: průměr 52%, 13 plusů, 4 mínusy.  
Odečtení znamének:  $13 - 4 = 9$  ( $9 = 6 + 3$ ).  
Procenta (třetí sloupec):  $52 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot 0,5 = 59,5 \doteq 60$ .  
Přemysl Otakar dosáhl konečného celkového hodnocení 60%.  
Po další chvílce ho okomentuji (který sloupec jsem si vybral a proč, a jak jsme rozdělil 9 na 6 a 3) a po další chvílce napíšu na tabuli další podobné příklady.

**Pedagogická poznámka:** Pokud zbude trochu času je dobré se zeptat, zda má v zápisu  $52 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot 0,5 = 59,5 \doteq 60$  význam psát jedničku (matematicky ne, kvůli pochopení ano, je pak lépe vidět, že všechny členy za počtem procent mají tvar *počet plusů · koeficient* ).

**Pedagogická poznámka:** Přes polovinu třídy nezná znak  $\leq$  a neví, do kterého sloupce přiřadit 69%. Neříkám to dopředu, ale je dobré si to uvědomovat a rychle zasáhnout.

**Pedagogická poznámka:** Žáci mají tendenci interpretovat tabulku tak, že když jste například ve třetím sloupci a získáte sedmý plus, všechny plusy se budou započítávat za polovinu. Nechte je v popisu najít místo, které tuto možnost vylučuje ("získání každého dalšího plusu znamenalo větší vylepšení průměru").

**Shrnutí:** Bez matematiky si člověk nezjistí ani známku, kterou dostane na vysvědčení.