

1.1.6 Celá čísla, odhady

Předpoklady: 010105

Pedagogická poznámka: Na konci hodiny upozornit žáky, aby koukli na učebnici pro ZŽ hodiny 010116 a 010117 s přípravou na zlomky.

Př. 1: Vypočti z paměti.

a) $5 \cdot 0,3$

b) $2 : 0,1$

c) $0,3 \cdot 0,06$

d) $0,4 : 8$

e) $2,4 : 0,6$

f) $50 : 0,5$

g) $0,4 \cdot 1,2$

h) $0,012 : 0,3$

a) $5 \cdot 0,3 = 1,5$

b) $2 : 0,1 = 20$

c) $0,3 \cdot 0,06 = 0,018$

d) $0,4 : 8 = 0,05$

e) $2,4 : 0,6 = 4$

f) $50 : 0,5 = 100$

g) $0,4 \cdot 1,2 = 0,48$

h) $0,012 : 0,3 = 0,04$

Pedagogická poznámka: V předchozím příkladu se objevují chyby (přes zopakování v předchozím příkladu). Řešení procházíme a ukazujeme si, že se správné výsledky dají určit i bez přesného dodržování algoritmů, jen přemýšlením a porozuměním tomu, co násobení a dělení znamenají.

V minulých hodinách jsme si zopakovali význam základních početních operací (sčítání, odčítání, násobení, dělení), které jsme prováděli s přirozenými čísly a nulou.

Sčítání a násobení tvoří dvojici spojovacích operací, které mají výhodné vlastnosti. Jednou z těchto vlastností je skutečnost, že součtem (vynásobením) dvou přirozených čísel získáme opět přirozené číslo.

S odčítáním je problém:

- $9 - 6 = 3$ vyjde přirozené číslo,
- $6 - 9 = ?$ těžko říct, co vlastně vyjde.

Matematické řešení: vytvoříme nová čísla, abychom mohli předchozí příklad vyřešit:

$$6 - 9 = -3.$$

Co znamená -3?

-3 je číslo o tři menší než nula, které když přičteme k 9 dá dohromady 6.

Jde jenom o matematickou zvláštnost, nebo mají záporná čísla nějaký užitečný význam?

Př. 2: Na co se používají záporná čísla?

Dluhy, opačné hodnoty ke kladným, místa nalevo od počátku, ...

Př. 3: Jirka sleduje své úspory v tabulce. Skutečnost, že k našetřeným 250 Kč dostal od dědy dalších 200 Kč, je zachycena v jednom řádku takto:

dárek děda 200 Kč: $250 + 200 = 450$ Kč

Doplň tabulku tak, aby zachycovala další vývoj jeho financí (každá řádka v tabulce bude popisovat jednu změnu se třemi údaji: popis, výpočet a zůstatek).

Nejdříve si Jirka koupil kredit do mobilního telefonu za 200 Kč. Poté dostal od babičky 500 Kč. Na zimu si chtěl koupit nové lyžařské brýle za 1150 Kč, protože neměl dost peněz, maminka mu zbytek peněz půjčila. Aby rychleji splatil svůj dluh, roznášel letáky, čímž si vydělal 250 Kč. Když maminka viděla, jak se snaží, prominula mu 100 Kč. Kolik peněz má ještě splácet?

Našetřeno 450 Kč,

- kredit do mobilu za 200 Kč: $450 - 200 = 250$ Kč,
- dárek od babičky 500 Kč: $250 + 500 = 750$ Kč,
- nákup brýlí za 1150 Kč: $750 - 1150 = -400$ Kč,
- výdělek letáky 250 Kč: $-400 + 250 = -150$ Kč,
- prominutí části dluhu 100 Kč: $-150 - (-100) = -50$ Kč.

Jirka musí ještě splatit 50 Kč.

Zajímavý postřeh: $-150 - (-100) = -150 + 100$, tedy $-(-100) = +100$ (pokud maminka

Jirkovi promine dluh 100 Kč, je to stejné, jako když by mu 100 Kč dala.

Počítání do 100 budeme provádět z paměti. U výpočtů s většími čísly můžeme používat papír, ale většinou budeme používat kalkulačky.

Problém s kalkulačkou: stačí se trochu překlíknout a můžeme získat zcela nesmyslný výsledek.

Částečná obrana: Pokud máme přibližnou představu o výsledku, můžeme zásadní chyby odhalit a výpočet provést ještě jednou.

Na začátku každého počítání bychom měli mít přibližnou představu o velikosti výsledku.

Pedagogická poznámka: Zcela aktuálním trendem (pozdím 2020) jsou digitální hodinky obsahující kalkulačku. Chybovost výpočtů na takové minikalkulačce je přes 50 %. Třeba se s tím žáci časem naučí, ale v tomto okamžiku je to doslova „killer application“.

Př. 4: Odhadni výsledky následujících operací. U každého bodu vysvětli, jak jsi postupoval.

a) $1197 + 6755 =$

b) $7981 - 4011 =$

c) $25 \cdot 891 =$

d) $12509 : 631 =$

a) $1197 + 6755 \doteq 8000$

Sčítáme přibližně $1200 + 6800 = 8000$.

Přesně: $1197 + 6755 = 7952$.

b) $7981 - 4011 \doteq 4000$

Odčítáme přibližně $8000 - 4000 = 4000$.

Přesně: $7981 - 4011 = 3970$.

c) $25 \cdot 891 \doteq 23000$

Hledaný výsledek leží přibližně mezi součiny $30 \cdot 900 = 27000$ a

$$20 \cdot 900 = 18000 \Rightarrow 25 \cdot 891 \doteq 23000.$$

$$\text{Přesně: } 25 \cdot 891 = 22275.$$

$$\text{d) } 12\,509 : 631 \doteq 20$$

Dělíme číslo o něco větší než 12 000 číslem o něco větším než 600 $\Rightarrow 12\,509 : 631 \doteq 20$.

$$\text{Přesně: } 12\,509 : 631 = 19 \text{ (zb.520)}, \text{ případně } 12\,509 : 631 \doteq 19,824.$$

Př. 5: Odhadni součty.

$$\text{a) } 2741 + 3699 \doteq$$

$$\text{b) } 4598 + 61 + 77 + 13 \doteq$$

$$\text{c) } 7811 + 258 + 17 + 9 \doteq$$

$$\text{a) } 2741 + 3699 \doteq 2700 + 3700 \doteq 6400$$

$$\text{Přesně } 2741 + 3699 = 6440.$$

$$\text{b) } 4598 + 61 + 77 + 13 \doteq 4600 + 150 = 4750$$

$$\text{Přesně } 4598 + 61 + 77 + 13 = 4749.$$

$$\text{c) } 7811 + 258 + 17 + 9 \doteq 7800 + 300 = 8100$$

$$\text{Přesně } 7811 + 258 = 8069.$$

Př. 6: Odhadni součiny.

$$\text{a) } 49 \cdot 189 \doteq$$

$$\text{b) } 105 \cdot 752 \doteq$$

$$\text{c) } 15 \cdot 758 \doteq$$

$$\text{a) } 49 \cdot 189 \doteq 50 \cdot 200 = 10\,000$$

Obě čísla jsme zaokrouhlili dolů \Rightarrow výsledek bude také menší než 10 000 \Rightarrow

$$49 \cdot 189 \doteq 9\,400.$$

$$\text{Přesně } 49 \cdot 189 = 9261.$$

$$\text{b) } 105 \cdot 752 \doteq 100 \cdot 760 = 76\,000$$

Číslo 105 jsme zaokrouhlili dolů více než číslo 752 nahoru \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 76 000 $\Rightarrow 105 \cdot 752 \doteq 78\,000$.

$$\text{Přesně } 105 \cdot 752 = 78960.$$

$$\text{c) } 15 \cdot 758 \doteq \text{výsledek leží přibližně v polovině mezi čísly } 10 \cdot 760 = 7600 \text{ a } 20 \cdot 760 \doteq 15000 \Rightarrow 15 \cdot 758 \doteq 11000.$$

$$\text{Přesně } 15 \cdot 758 = 11370.$$

Př. 7: Odhadni podíly.

$$\text{a) } 819 : 63 \doteq$$

$$\text{b) } 15\,417 : 571 \doteq$$

$$\text{c) } 351\,744 : 687 \doteq$$

$$\text{a) } 819 : 63 \doteq 600 : 60 = 10$$

Číslo 819 jsme zaokrouhlili dolů více než číslo 63 \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 10 $\Rightarrow 819 : 63 \doteq 13$.

$$\text{Přesně } 819 : 63 = 13.$$

b) $15\,417 : 571 \doteq 15\,000 : 500 = 30$

Číslo 15 417 jsme zaokrouhlili dolů méně než číslo 571 \Rightarrow výsledek bude menší než číslo 30
 $\Rightarrow 15\,417 : 571 \doteq 25$.

Přesně $15\,417 : 571 = 27$.

c) $351\,744 : 687 \doteq 350\,000 : 700 = 500$

Číslo 15 417 jsme zaokrouhlili dolů méně než číslo 687 nahoru \Rightarrow výsledek bude větší než číslo 500 $\Rightarrow 351\,744 : 687 \doteq 520$.

Přesně $351\,744 : 687 = 512$.

Pedagogická poznámka: Pokud umíte rychle s násobky 6, můžete bod a) zaokrouhlovat i takto: $819 : 63 \doteq 780 : 60 = 13$ čímž dostanete přesný výsledek.

Shrnutí: