

1.1.18 Práce s kalkulátorem

Předpoklady: 0101147

Ke koupi kalkulátoru:

Myslím, že každý student by si kalkulačku koupit měl. V současnosti sice existují dvě možné náhrady, které buď má (mobilní telefon) nebo v nejbližší době zřejmě bude mít (tablet) k dispozici velká většina studentů, ale kalkulačka má dvě zásadní výhody:

- jde o jednoúčelové zařízení, které je zcela přizpůsobeno svému účelu, a proto se na něm výpočty provádějí pohodlněji a rychleji, navíc většina kalkulačkových programů pro telefony a tablety obsahuje méně funkcí nebo je placená,
- neobsahuje žádné komunikační funkce, a proto je povolena na většině zkoušek (maturita, přijímací zkoušky, písemky na středních i vysokých školách).

Navíc jde o poměrně malou investici (od 100 Kč maximálně do 600 Kč podle výrobce a typu).

Jaké vlastnosti by kalkulačka měla mít:

- v první řadě by kalkulačka měla mít přirozené pořadí při zadávání funkcí a výpočtů. Toto je samozřejmostí u všech kalkulaček vyrobených v posledních minimálně deseti letech (a u všech nově prodávaných), ale starší kalkulačky většinou vyžadují zadávání v obráceném pořadí. Do jaké skupiny kalkulačka patří, si ověříme snadno například pomocí druhé odmocniny z devíti ($\sqrt{9} = 3$). Pokud do kalkulačky zadáváme klávesami v pořadí: $\sqrt{\quad}$, 9, = jde o přirozené pořadí, pokud musíme výpočet zadat obráceně: 9 $\sqrt{\quad}$ =, důrazně doporučuji zakoupit jinou (obrácené zadávání samozřejmě rozvíjí představivost, ale u složitějších výpočtů jsou nároky poměrně velké a průměrným a slabším studentům činí obrovské problémy).

Jistou výhodou je, pokud kalkulačka umí přirozené zobrazování výrazů pomocí zlomků (tato vlastnost ulehčuje zadávání složitějších výrazů, na druhou stranu nerozvíjí představivost a orientaci v závorkách a prioritách, protože umožňuje výraz neinterpretovat a přepsat jej do kalkulačky přesně tak, jak je v sešitu).

Naopak za zbytečné považují grafické kalkulátory se schopností kreslit grafy funkcí. Jejich cena je velmi vysoká, vyžadují speciální ovládání (většina žáků umí na kalkulačce bez doučování ve škole pouze základní čtyři operace a odmocninu) a jejich funkce s daleko jednodušším rozhraním obsahují programy pro tablety jako je MathStudio.

K základnímu použití stačí i nejjednodušší typy, během studia se však snažím žákům ukázat (v okamžiku, kdy je látka probírána) většinu funkcí, které klasické kalkulačky obsahují a které mohou usnadňovat výpočty:

- řešení kvadratických a kubických rovnic v základním tvaru,
- řešení soustav dvou a tří lineárních rovnic,
- využití konstant,
- kombinatorické funkce,
- statistika.

Lepší kalkulačky obsahující všechny uvedené funkce mají kromě vyšší ceny ještě jednu nevýhodu v tom, že se kvůli funkci na řešení rovnic v posledních dvou letech nesmějí používat u celostátních maturit z matematiky.

Pedagogická poznámka: Hodina je sice zařazena na začátku roku, ale já ji učím až ve chvíli, kdy se na kalkulačkách začnou počítat složitější výrazy. Množství látky daleko

přesahuje jednu hodinu, nedoporučuji počítat všechno v hodinách po sobě, spíše vynechat a pak se ke kalkulačkám opět vrátit.

Pedagogická poznámka: Výsledky uváděné v učebnici nejsou počítány na kalkulačce ale v matematickém programu MuPAD (dnes bohužel již nevyvíjený program, dříve pro školy zdarma). V současnosti si je můžete zdarma zkontrolovat například na <http://www.wolframalpha.com/>. Pozor na desetinné čárky, místo kterých musíte psát desetinné tečky.

Výrazy zadáváme do kalkulačky pokud možno vcelku, pozor na závorky a čísla ve jmenovateli u zlomků.

Př. 1: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků:

a) $\frac{108}{4,33 \cdot 10,7} =$

b) $\frac{2350 \cdot 0,789654}{5 \cdot 785} =$

c) $13,1 \cdot \left(15 + \frac{15 \cdot 4,7}{81,6} \right) =$

d) $3 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right) =$

e) $\frac{38}{8+9+10+11+15} =$

f) $\frac{3}{\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}} =$

a) $\frac{108}{4,33 \cdot 10,7} = 2,331052642938853035764391$

b) $\frac{2350 \cdot 0,789654}{5 \cdot 785} = 0,4727864713375796178343949$

c) $13,1 \cdot \left(15 + \frac{15 \cdot 4,7}{81,6} \right) = 207,8180147058823529411765$

d) $3 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} \right) = 1,156060606060606060606061$

e) $\frac{38}{8+9+10+11+15} = 0,7169811320754716981132075$

f) $\frac{3}{\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}} = 7,785058977719528178243775$

Pedagogická poznámka: Časté bývají problémy hned s příkladem a) – studenti ho zadávají $108/4,33*10,7$ - neuvědomují si, že třetím číslem násobí. Problém je možné řešit dvěma způsoby:

použitím závorek $108/(4,33*10,7)$

dvojím dělením $108/4,33/10,7$.

Osobně považuji za správné první řešení. Bavím se s žáky o jednoznačnosti zápisu

$\frac{108}{4,33 \cdot 10,7}$ a nejednoznačnosti zápisu $108/4,33 \cdot 10,7$, který sice kalkulačky

interpretují stejně (zleva doprava), ale jehož používání není nejšťastnější.

Jinak se v průběhu celého studia snažím žáky vést k používání zlomků, které jsou jednoznačné a daleko přehlednější.

Druhá a třetí odmocnina mají většinou své vlastní tlačítko, stejně jako druhá a třetí mocnina. Je třeba dávat pozor na přednost mocnin před násobením.

Své tlačítko x^{-1} má i převrácená hodnota.

Své vlastní tlačítko má také číslo π (v kalkulačkách je často uloženo více hodnot různých konstant, které jsou přístupné pomocí číselných kódů, často přilepených zevnitř na obalu).

Pokud chceme přistupovat k funkcím, které nejsou popsány přímo na tlačítku, musíme většinou zmáčknout tlačítko shift (jinde 2nd nebo S nebo...).

Př. 2: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků:

$$\text{a) } \left(\frac{10+8}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3,5}} \right)^2 = \quad \text{b) } 5^2 + 13,3^3 - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \quad \text{c) } \frac{1}{4\pi} \left(13 + \frac{17}{11} \right) =$$

$$\text{d) } \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{10}}}} = \quad \text{e) } \frac{(\sqrt{\pi} + 3)^3}{\sqrt{2} \cdot 15,78 - 21} =$$

$$\text{a) } \left(\frac{10+8}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3,5}} \right)^2 = 18,51428571428571428571429$$

$$\text{b) } 5^2 + 13,3^3 - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 2367,738020514433643803605$$

$$\text{c) } \frac{1}{4\pi} \left(13 + \frac{17}{11} \right) = 1,157490495213784260137336$$

$$\text{d) } \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{10}}}} = 2,002383084366064146640278$$

$$\text{e) } \frac{(\sqrt{\pi} + 3)^3}{\sqrt{2} \cdot 15,78 - 21} = 82,57976181315560310353859$$

Pomocí tlačítek $a \frac{b}{c}$ a d/c můžeme přepínat mezi desetinným vyjádřením, smíšeným číslem a zlomkem v základním tvaru.

Př. 3: Uveď číslo $\frac{191443392}{84756672}$:

- a) jako desetinné číslo
- b) jako smíšené číslo
- c) jako zlomek v základním tvaru

$$\text{a) } \frac{191443392}{84756672} = 2,258741258741258741258741$$

$$\text{b) } \frac{191443392}{84756672} = 2 \frac{37}{143}$$

Př. 8: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků v radiánech:

a) $\arcsin(0,3)$ b) $\arccos\left(\frac{3\sqrt{2}}{10}\right)$ c) $\operatorname{arctg}\left(\frac{45}{2\pi}\right)$

a) $\arcsin(0,3) = 0,304692654015397507972003$

b) $\arccos\left(\frac{3\sqrt{2}}{10}\right) = 1,13264729621072630353506$

c) $\operatorname{arctg}\left(\frac{45}{2\pi}\right) = 1,432066880993468889558423$

Vyšší mocniny a odmocniny než třetí je možné počítat pomocí tlačítka $^{\wedge}$ (nebo x^y) u mocnin nebo tlačítka $\sqrt[x]{}$ u odmocnin.

Př. 9: Pomocí známé mocniny a odmocniny urči pokusem pořadí, ve kterém je třeba zadat čísla při výpočtu 2^4 a $\sqrt[5]{32}$.

Zvolíme si třeba výpočet $2^3 = 8$. Zkusíme zadat $2^3 =$ a $3^2 =$, postup, který dá výsledek 8, je správný (v našem případě ten první). Podobně můžeme zjistit správný postup pro odmocniny pomocí výpočtu $\sqrt[3]{8} = 2$.

$2^4 = 16$ (postup $2^4 =$)

$\sqrt[5]{32} = 2$ (postup $\sqrt[5]{32} =$)

Př. 10: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků:

a) $5 \cdot 1,05^{(2007-1620)}$ b) $\sqrt[25]{\frac{150000}{90000}}$

a) $5 \cdot 1,05^{(2007-1620)} = 792918853,6113662765935386$

b) $\sqrt[25]{\frac{150000}{90000}} = 1,02064320832475776076454$

Důležitý je zápis čísel v exponenciálním tvaru. Hodnota 1200000 se zkráceně zapisuje $1,2 \cdot 10^6$ (platí $1200000 = 1,2 \cdot 1000000 = 1,2 \cdot 10^6$), podobně číslo 0,000000323 se zapisuje $3,23 \cdot 10^{-7}$ (platí $0,000000323 = 3,23 \cdot 0,0000001 = 3,23 \cdot 10^{-7}$).

Pro zápis exponenciálního tvaru používají kalkulačky tlačítko EXP (nebo jen E), předchozí příklady napíšeme:

- $1,2 \cdot 10^6$ jako 1,2EXP6
- $3,23 \cdot 10^{-7}$ jako 3,23EXP-7.

Nejčastější chybou bývá, že se do zápisu přidá zbytečně další desítko místo:

- $1,2 \cdot 10^6$ jako 1,2EXP6
- se píše $1,2 \cdot 10^6$ jako $1,2 * 10 \text{EXP} 6$, což vede na desetkrát větší výsledek

Občas se také objevuje zápis samotné mocniny deseti. Například 10^8 napíšeme EXP8.

Př. 11: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků:

$$a) 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{74 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2}$$

$$b) \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}}{0,02^2}$$

$$c) \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 303}{1,66 \cdot 10^{-27}}}$$

$$d) 5(1 + 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 56)$$

$$e) \frac{\sqrt{1,23 \cdot 10^{-3} + 0,003 \cdot 10^4}}{(1,32 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 10^2}$$

$$a) 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{74 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 729,843827399333118104143$$

$$b) \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3}}{0,02^2} = 4495902,347228681801380897$$

$$c) \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 303}{1,66 \cdot 10^{-27}}} = 2748,953798802702182095992$$

$$d) 5(1 + 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 56) = 5,0504$$

$$e) \frac{\sqrt{1,23 \cdot 10^{-3} + 0,003 \cdot 10^4}}{(1,32 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 10^2} = 373\,269\,342,091577124982$$

Hodně kalkulačtorů obsahuje i velké tlačítko REPLAY většinou přímo pod display. Tlačítko umožňuje zobrazit a editovat už zadané výpočty. Je to výhodné ve dvou případech:

a) oprava špatně zadaného předchozího výpočtu

b) výpočet mnoha podobných výrazů, ve kterých se mění pouze malá část zadaných čísel (nebo operací) a většina výrazu zůstává stejná.

V zobrazeném výrazu se můžeme pohybovat, většinou pomocí tlačítka REPLAY, přepisovat hodnoty, mazat je tlačítkem DEL a vkládat pomocí tlačítka INS.

Př. 12: Spočti na kalkulačce s maximální možnou přesností a bez zapisování mezivýsledků co nejrychleji s využitím tlačítka REPLAY následující výrazy:

$$a) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 1} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 1 \right)$$

$$b) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 1,5} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 1,5 \right)$$

$$c) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 3} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 3 \right)$$

$$d) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 9} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 9 \right)$$

$$e) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 23} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 23 \right)$$

$$a) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 1} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 1 \right) = 273,6910810188439932963408$$

$$b) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 1,5} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 1,5 \right) = 229,4650280936484341550814$$

$$c) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 3} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 3 \right) = 139,9933033032384177508982$$

$$d) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 9} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 9 \right) = 3,177215878862654682613786$$

$$e) 4,3 \cdot 10^2 - \frac{\sqrt{5^3}}{\pi + 23} \cdot \left(\frac{\sin 30^\circ}{0,95^{52}} + \sqrt{2500 + \sqrt{5000}} \cdot 23 \right) = -71,82306967975790403823464$$

Shrnutí: Výpočty můžeme vyčíslit pomocí kalkulačky tak, že je zadáme najednou (bez opisování mezivýsledků na papír).