

1.3.2 Množiny II

Předpoklady: 010301

Rovnost množin

Množiny A, B se rovnají tehdy, když každý prvek množiny A je prvkem množiny B a zároveň každý prvek množiny B je prvkem množiny A . Píšeme $A = B$

- Př. 1:** Rozhodni, které z následujících množin se rovnají.
- A je množina všech žáků v třetí lavici uprostřed,
 - B je množina všech dojíždějících žáků,
 - C je množina všech žáků, kteří mají službu,
 - D je množina všech žáků, kteří sedí v lavici nejbližší katedře.

a) množina všech žáků v třetí lavici uprostřed

$$A = \{Petra, Kamila\}$$

b) množina všech dojíždějících žáků

Dojíždějících žáků je více než dva, tato množina se nemůže rovnat z žádnou jinou z uvedených množin.

c) množina všech žáků, kteří mají službu

$$C = \{Petra, Kamila\}$$

d) množina všech žáků, kteří sedí v lavici nejbližší katedře

$$D = \{Silva, Suman\}$$

Pedagogická poznámka: Schválně kolik žáků bude zbytečně vypisovat množinu b). Je to jen ukázka toho, že se vyplatí neustále přemýšlet o tom, co děláte.

Př. 2: Rozhodni, které z následujících množin se rovnají.

$$A = \{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}, B = \{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 0\}, C = \{x \in \mathbb{Z}; |x - 2| < 2\}, D = \mathbb{N}, E = \{0\},$$

$$F = \{x \in \mathbb{N}; x < 4\}, G = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x\}, H = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$$

Vypíšeme si jednotlivé množiny výčtem tak, abychom je mohli navzájem porovnávat.

$$A = \{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}$$

$$A = \{1; 2; 3; \dots\} = \mathbb{N}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 0\}$$

$$B = \{0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z}; |x - 2| < 2\}$$

$$C = \{1; 2; 3\}$$

$$D = \mathbb{N}$$

$$D = \{1; 2; 3; \dots\} = \mathbb{N}$$

$$E = \{0\}$$

$$E = \{0\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N}; x < 4\}$$

$$F = \{1; 2; 3\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x^2} = x\}$$

$$G = \langle 0; \infty \rangle$$

$$H = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$$

$$H = \langle 0; \infty \rangle$$

Z pravého sloupce je ihned vidět, že platí: $A = D$, $B = E$, $C = F$, $G = H$.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je možné uvést diskusí o strategii řešení.

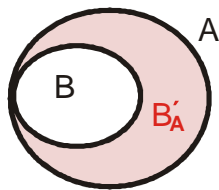
Rovnost je snazší poznávat, pokud jsou množiny dané výpisem a proto se vyplatí zapsat všechny množiny výpisem a poté porovnávat výpisy.

Další zajímavostí je úprava. Když se výčty napíší způsobem uvedeným v učebnici, je vyhledání rovnajících se množin daleko snazší, než když jsou napsány nepřehledně pod i vedle sebe promíchaně se zadáním.

V případě, že je do konce hodiny málo času, je možné porovnávat pouze některé z množin.

Doplňek množiny

Je-li množina B podmnožinou množiny A nazýváme doplňek množiny B v množině A (zapisujeme B'_A) množina všech prvků A , které nepatří do množiny B .



Pokud je jasné, v jaké množině se doplňek množiny B tvoří, mluvíme jen o doplňku množiny B a píšeme B' .

Př. 3: Najdi doplňky následujících množin v množině všech žáků ve třídě.

- množina všech kluků,
- množina všech praváků,
- množina všech žáků v oddělení u okna.

a) množina všech kluků

Doplňkem množiny všech kluků v množině všech žáků ve třídě je množina všech dívek.

b) množina všech praváků,

Doplňkem množiny všech praváků v množině všech žáků ve třídě je množina všech leváků.

c) množina všech žáků v oddělení u okna

Doplňkem množiny všech žáků v oddělení u okna v množině všech žáků ve třídě je množina všech žáků v prostředním oddělení a oddělení u dveří.

Př. 4: Urči doplňky následujících množin v množině Z .

a) $A = \{x \in Z; x < 3\}$

b) $B = N$

c) $C = \{x \in Z; x \geq |x|\}$

d) $D = \{x \in Z; |x| > 0\}$

$A = \{x \in Z; x < 3\}$

$A = \{2; 1; 0; -1; -2; \dots\}$

$A'_Z = \{x \in Z; x \geq 3\}$

$B = N$

$B = \{1; 2; 3; \dots\}$

$B'_Z = \{x \in Z; x \leq 0\}$

$C = \{x \in Z; x \geq |x|\}$

$C = \{0; 1; 2; \dots\}$

$C'_Z = \{-1; -2; -3; \dots\}$

$D = \{x \in Z; |x| > 0\}$

vše kromě nuly

$D'_Z = \{x \in Z; |x| \leq 0\} = \{0\}$

Pedagogická poznámka: Někteří studenti neoznačují doplňky názvem. Zkuste jim připomenout, že definici uvádí i pojmenování hledaných množin.

Př. 5: Je dána množina A a její podmnožina B . Jakou množinu můžeme označit jako doplněk doplňku množiny B v množině A .

Jde opět o množinu B . Doplnkem doplňku množiny B jsou prvky množiny A , které nepatří do množiny prvků, které nejsou v množině $B \Rightarrow$ jde o prvky, které náležejí do množiny B .

Shrnutí: Pokud důsledně uplatňujeme definice, pravděpodobnost chyby je malá.