

1.3.3 Množinové operace

Předpoklady: 010302

Pedagogická poznámka: Stejně jako v předchozích dvou hodinách by žáci měli sami podle znění definic řešit příklady.

Př. 1: Pokud provedeme s množinami A, B množinovou operaci, získáme jako výsledek další množinu (podobně jako výsledkem operace se dvěma čísly je číslo). Jaké prvky bude obsahovat množina, která vznikne operací:

- a) sjednocení, b) průnik, c) rozdíl dvou množin A, B .

Předpokládáme, že názvy operací odpovídají jejich významu.

a) sjednocení množin A, B

Sjednotit znamená dát dohromady \Rightarrow sjednocením množin A, B zřejmě vznikne množina, ve které budou všechny prvky obou množin.

b) průnik množin A, B

Proniknout znamená projít skrz, ale například, když dojde k průniku zájmů, najdeme společné zájmy \Rightarrow průnikem množin A, B zřejmě vznikne množina, ve které budou společné prvky obou množin.

c) rozdíl

Při výpočtu rozdílu jsme z čísla „odebírali“ druhé číslo \Rightarrow rozdílem množin A, B zřejmě vznikne množina, ve které budou všechny prvky jedné množiny, které nejsou v množině druhé.

Pedagogická poznámka: Cílem předchozího příkladu není sestavení definic, ale ilustrace toho, že názvy popisují hrubé rysy operací, že matematika souvisí s používáním slov v jiných kontextech

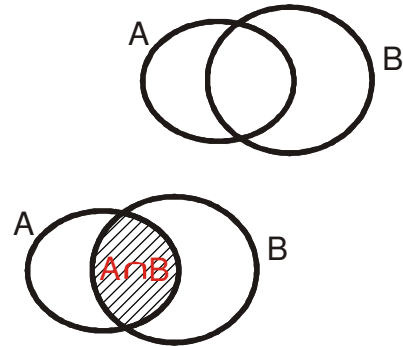
Průnik množin (\cap)

Průnik množin A, B (zapisujeme $A \cap B$) je množina všech prvků, které patří zároveň do obou množin.

Př. 2: Kterí studenti patří do průniku množiny "všech studentů v oddělení u okna" s množinou "všech kluků ve třídě"?

Kluci, kteří sedí u okna. Splňují obě podmínky, patří do obou množin. Konkrétně Michal a Marek.

Př. 3: V obrázku množin A a B vyšrafuj množinu $A \cap B$.



Poznámka: V průniku $A \cap B$ je toho „málo“, proto je značka stříška, pod ni málo naprší.

Pokud platí $A \cap B = \emptyset$ říkáme, že množiny A, B jsou disjunktní.

Př. 4: Najdi příklady dvojic disjunktních množin, jejichž prvky jsou osoby ve třídě.

Příkladů je mnoho:

- množina kluků ve třídě a množina holek ve třídě,
- množina učitelů a množina studentů přítomných ve třídě,
-

Pedagogická poznámka: Můžeme se zeptat taky na případy množin, které nejsou navzájem disjunktní.

Sjednocení množin (\cup)

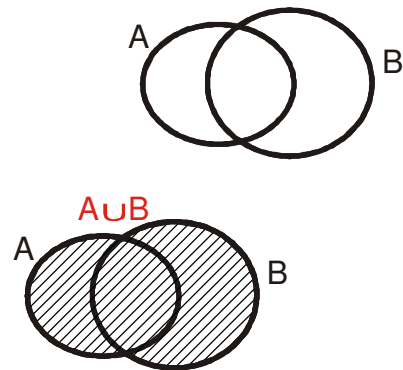
Sjednocení množin A, B (zapisujeme $A \cup B$) je množina všech prvků, které patří alespoň do jedné z množin A, B .

Př. 5: Kterí studenti patří do sjednocení množiny "všech studentů, jejichž jméno začíná na R" s množinou "všech studentů, jejichž příjmení začíná na M"?

Studenti, jejichž jména začíná na R nebo jejichž příjmení začíná na M. Konkrétně Ríša, Radek a Martin.

Pedagogická poznámka: Najděte ve třídě písmena tak, aby vyhovujících žáků nebylo mnoho a našel se takový, který vyhovuje oběma podmínkám (patří do obou množin). Část třídy totiž takové žáky do sjednocení nezařadí. Chybující (nebo dotazující se) nechávám nejdříve ještě jednou přečíst zadání.

Př. 6: V obrázku množin A a B vyšrafuj množinu $A \cup B$.



Poznámka: Ve sjednocení $A \cup B$ je toho „hodně“, proto je značka vanička, do ní hodně naprší.

Př. 7: Najdi dvě množiny jejichž sjednocením vznikne množina všech studentů třídy.

Opět mnoho možností:

- množina kluků a množina holek,
- množina místních a množina dojíždějících,
- ...

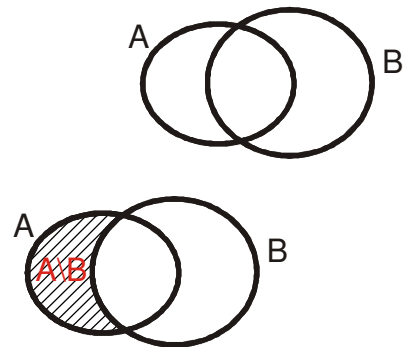
Př. 8: Jaký je vztah mezi množinami A a B , pokud platí $A \cup B = A$.

Pokud platí: $A \cup B = A$ znamená to, že všechny prvky množiny B jsou v množině $A \Rightarrow B \subset A$.

Rozdíl množin A, B ($A \setminus B$)

je množina všech prvků A , které nejsou prvky množiny B .

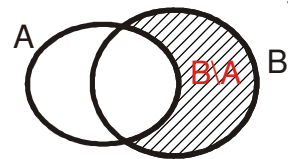
Př. 9: V obrázku množin A a B vyšrafuj množinu $A \setminus B$.



Pedagogická poznámka: Předchozí obrázek si žáci často kreslí tak, že oblast $A \cap B$ je tak malá, že není poznat, zda je vyšrafovaná či není. Je to dobrá příležitost připomenout, že na obrázku musí být vidět to, co je na něm zajímavé (v tomto případě, která část množiny A je vyšrafovaná a která ne).

Př. 10: Kromě rozdílu množin $A \setminus B$, je možné vytvořit také rozdíl $B \setminus A$. Zformuluj jeho definici a nakresli ilustrační obrázek.

Rozdíl množin $B \setminus A$ je množina všech prvků množiny B , které nejsou prvky množiny A .



Pedagogická poznámka: V následujícím příkladu mají žáci použít všechny operace, které probrali v předchozí části hodiny. Jde o zajímavý test toho, jak hluboce hodinu vnímají. Pokud se musí dívat zpět do sešitu, jde o příznak toho, že informace správně nezpracovávají a měli by se vědomě snažit o změnu.

Př. 11: U každé z následujících dvojic množin urči $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ a $B \setminus A$.

a) $A = \{1; 2; \pi; \sqrt{8}\}$, $B = \{1; 3; \pi; 17\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{N}; x > 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 7\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x > -3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}; x > -5, 2\}$

d) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x < 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z}; \sqrt{x^2} = x\}$

e) $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{N}$

a) $A = \{1; 2; \pi; \sqrt{8}\}$ $B = \{1; 3; \pi; 17\}$

$A \cap B = \{1; \pi\}$

$A \cup B = \{1; 2; 3; \pi; \sqrt{8}; 17\}$,

$A \setminus B = \{2; \sqrt{8}\}$ $B \setminus A = \{3; 17\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{N}; x > 3\}$ $A = \{4; 5; \dots\}$ $B = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 7\}$ $B = \{1; 2; \dots; 6; 7\}$

$A \cap B = \{4; 5; 6; 7\}$

$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; \dots\} = \mathbb{N}$

$A \setminus B = \{x \in \mathbb{N}; x > 7\}$ $B \setminus A = \{x \in \mathbb{N}; x \leq 3\} = \{1; 2; 3\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x > -3\}$ $A = \{-2; -1; 0; \dots\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z}; x > -5, 2\}$ $B = \{-5; -4; -3; \dots\}$

$A \cap B = \{-2; -1; 0; \dots\} = \{x \in \mathbb{Z}; x > -3\}$

$A \cup B = \{-5; -4; -3; \dots\} = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq -5\}$

$A \setminus B = \emptyset$ $B \setminus A = \{-5; -4; -3\}$

d) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x < 0\}$ $A = \{-1; -2; -3; \dots\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z}; \sqrt{x^2} = x\}$ $B = \{0; 1; 2; \dots\}$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \cup B = \mathbb{Z}$$

$$A \setminus B = \{x \in \mathbb{Z}; x < 0\} \qquad B \setminus A = \mathbb{Z}_0^+$$

$$e) A = \mathbb{Z}$$

$$B = \mathbb{N}$$

$$A \cap B = \mathbb{N}$$

$$A \cup B = \mathbb{Z}$$

$$A \setminus B = \mathbb{Z}_0^- \qquad B \setminus A = \emptyset$$

Př. 12: Petáková:

strana 11/cvičení 17

strana 11/cvičení 18

Shrnutí: Významy množinových operací jsou skryty v jejich názvech.