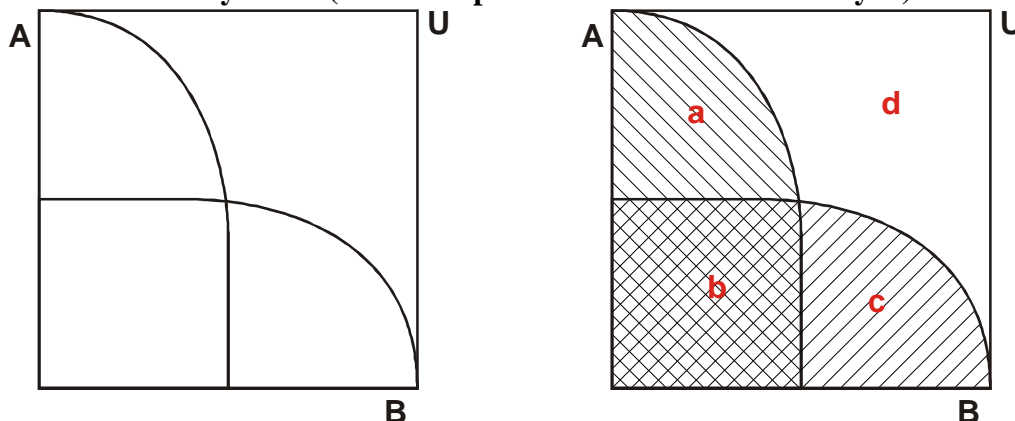


1.3.4 Vennovy diagramy

Předpoklady: 1303

Zakresluje prvky do obrázků. At' máme jakýkoliv prvek , vždy je na obrázku právě jedno pole, kam ho můžeme zakreslit .

Pro dvě množiny A a B (které obě patří do univerzální množiny U)



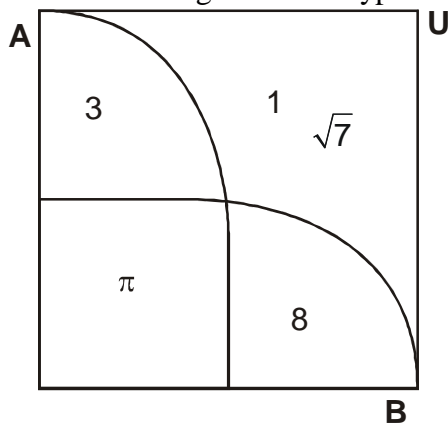
Množina U se rozdělila na čtyři části (pole):

- a – prvky, které patří do množiny A , ale nepatří do množiny B ,
- b – prvky, které patří do množiny A a patří do množiny B ,
- c – prvky, které nepatří do množiny A , ale patří do množiny B ,
- d – prvky, které nepatří do množiny A ani do množiny B .

Poznámka: Označení podmnožin písmeny a, b, c, d není povinné, ale pokud pracuje skupina lidí na stejných příkladech, je dobré, když všichni používají stejné značení, aby si mohli snadno navzájem kontrolovat výsledky.

Pedagogická poznámka: Předchozí přehled si studenti do sešitů nepíší. Stačí, když si napíší význam jedné nebo dvou množin. To samé platí samozřejmě i pro diagram se třemi množinami.

Př. 1: Z Vennova diagramu urči výpisem množiny U, A , a B .



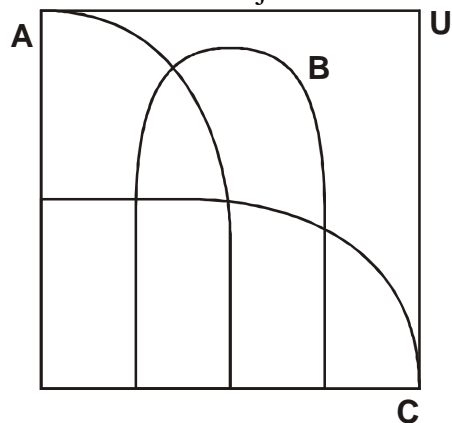
$A = \{3; \pi\}$

$$B = \{\pi; 8\}$$

$$U = \{1; \sqrt{7}; 3; \pi; 8\}$$

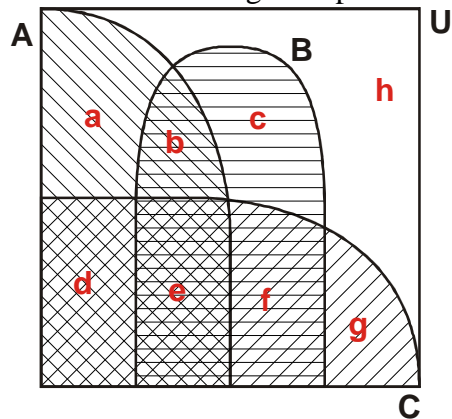
Př. 2: Vennův diagram můžeme nakreslit i pro tři množiny. Co musí splňovat čára, která bude hranicí přidané množiny? Navrhni co nejjednodušší tvar takového diagramu.

Čára ohraničující přidanou množinu musí rozdělit na dvě části všechna pole původního diagramu (nevíme, zda prvky v tomto poli budou nebo nebudou ležet v přidávané třetí množině a musíme jim zachovat obě možnosti).



Pedagogická poznámka: Na předchozím příkladu dlouho nečekáme, slouží k zabavení rychlejších na dobu, po kterou pomalejší dodělávají první příklad.

Pole vzniklého diagramu pro tři množiny A, B, C opět označujeme pomocí písmen.



Př. 3: Do které z množin A, B, C patří (nepatří) prvky ležící v poli:
 a) označeném jako b , b) označeném jako g ,
 c) označeném jako d .

a) pole označené jako b

b – prvky, které patří do množiny A , patří do množiny B , nepatří do množiny C

b) označeném jako g

g – prvky, které nepatří do množiny A , nepatří do množiny B , patří do množiny C

c) označeném jako d

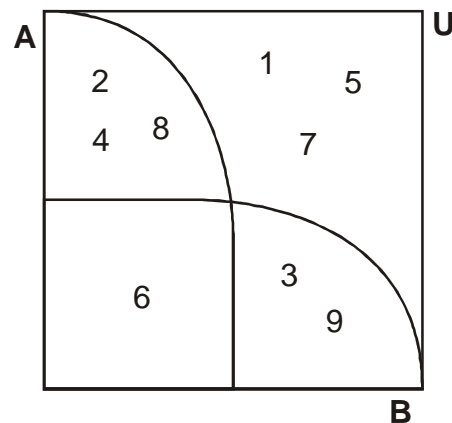
d – prvky, které patří do množiny A , nepatří do množiny B , patří do množiny C

Popis všech polí (neopisovat do sešitu)

- a – prvky, které patří do množiny A , nepatří do množiny B , nepatří do množiny C
- b – prvky, které patří do množiny A , patří do množiny B , nepatří do množiny C
- c – prvky, které nepatří do množiny A , patří do množiny B , nepatří do množiny C
- d – prvky, které patří do množiny A , nepatří do množiny B , patří do množiny C
- e – prvky, které patří do množiny A , patří do množiny B , patří do množiny C
- f – prvky, které nepatří do množiny A , patří do množiny B , patří do množiny C
- g – prvky, které nepatří do množiny A , nepatří do množiny B , patří do množiny C
- h – prvky, které nepatří do množiny A , nepatří do množiny B , nepatří do množiny C

Př. 4: Množina U obsahuje všechna přirozená čísla menší než 10.
Množina A je množina všech sudých čísel patřících do U .
Množina B je množina všech násobků 3 patřících do U .
Zadej množiny výpisem a zakresli všechny prvky množiny U do odpovídajících polí Vennova diagramu pro dvě množiny.

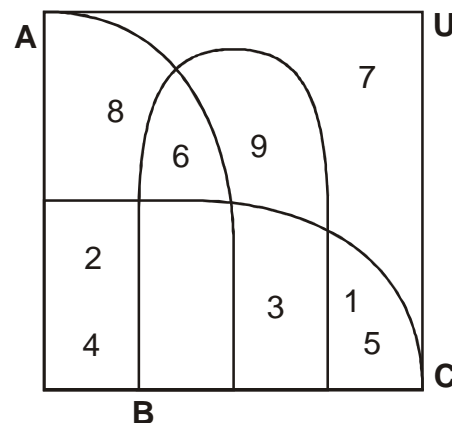
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad A = \{2, 4, 6, 8\} \quad B = \{3, 6, 9\}$$



Pedagogická poznámka: Problémů nebývá mnoho, většinou pár studentů nakreslí šestku do dvou polí.

Př. 5: K množinám z předchozího příkladu je přidána množina C , která je množinou všech přirozených čísel menších než 6. Zakresli všechny prvky množiny U do Vennova diagramu pro tři množiny A , B a C .

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad A = \{2, 4, 6, 8\} \quad B = \{3, 6, 9\} \quad C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$



Ve Vennových diagramech můžeme snadno zobrazovat výsledky množinových operací.

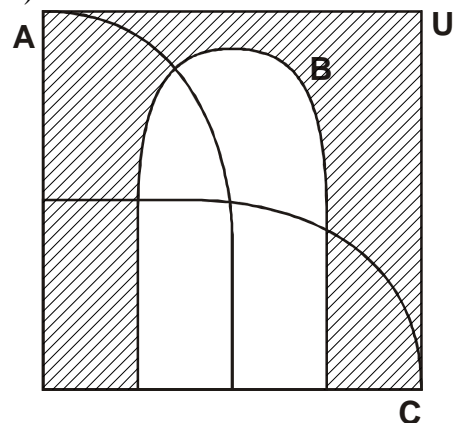
Př. 6: Ve Vennově diagramu pro tři množiny A, B, C vyznač množiny:

a) B' ,

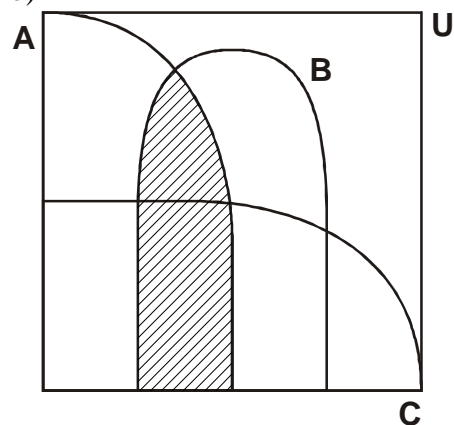
b) $A \cap B$,

c) $C \setminus A$.

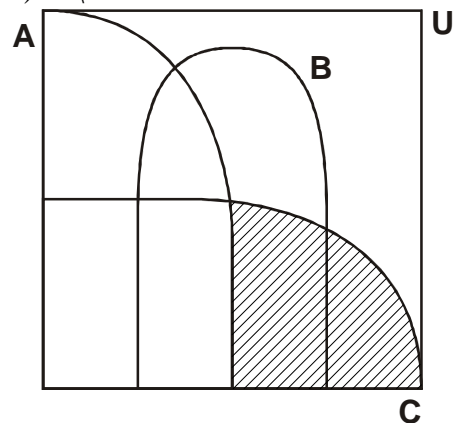
a) B'



b) $A \cap B$



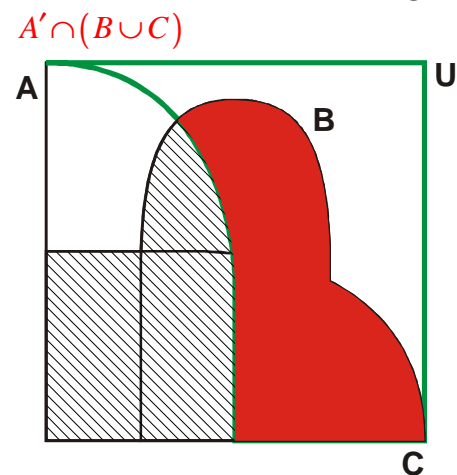
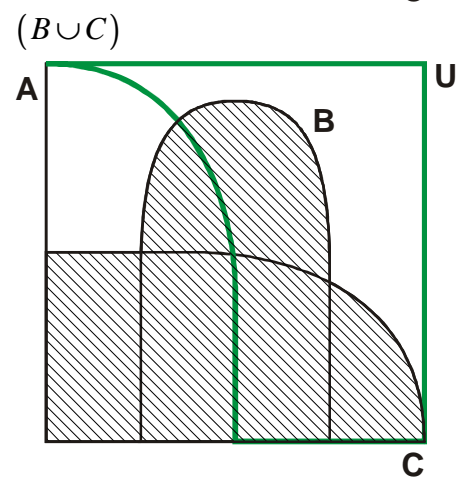
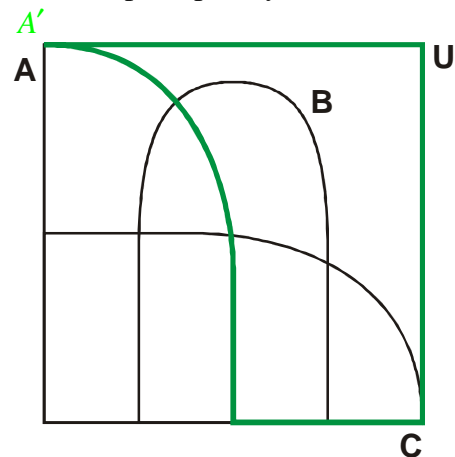
c) $C \setminus A$



Pedagogická poznámka: Většina žáků bude určitě potřebovat sešit, aby zalistovala a podívala se, co značky znamenají. Dobré místo připomenout, že i nejchytřejší člověk má smůlu, když nerozumí tomu, co se po něm chce.

Př. 7: Ve Vennově diagramu pro tři množiny A, B, C vyznač množinu $A' \cap (B \cup C)$.

Budeme postupně vyznačovat do diagramu jednotlivé množiny.

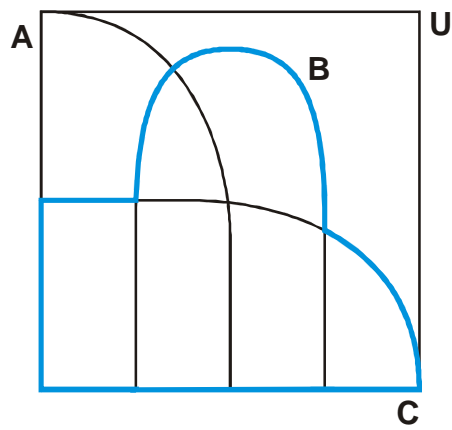


Pedagogická poznámka: Úspěch při řešení ovlivňuje i způsob, kterým žáci množiny znázorňují. Vybarvování není moc vhodné, daleko výhodnější je šrafování.

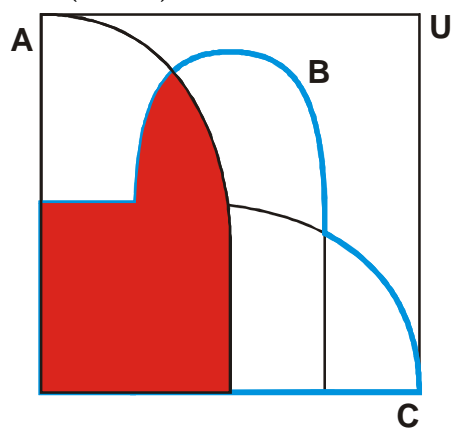
Př. 8: Pomocí Vennových diagramů rozhodni, zda platí: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Postup: Každou stranu rovnice na jeden obrázek, postupně zakreslujeme pomocí barev, abychom si nemuseli pořád všechno odvozovat od začátku.

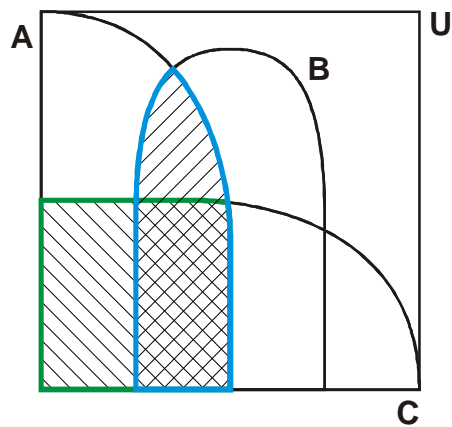
$(B \cup C)$



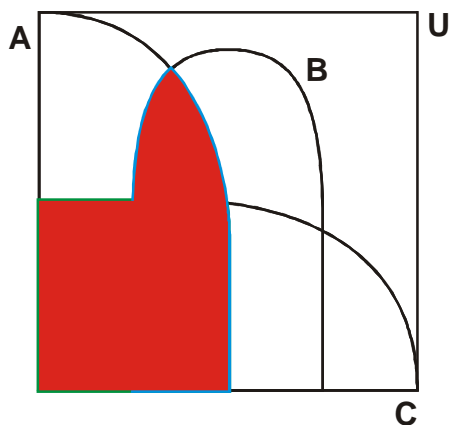
$A \cap (B \cup C)$ - průnik množiny A s modrou množinou.



Vyznačíme množinu $(A \cap B)$ a množinu $(A \cap C)$.



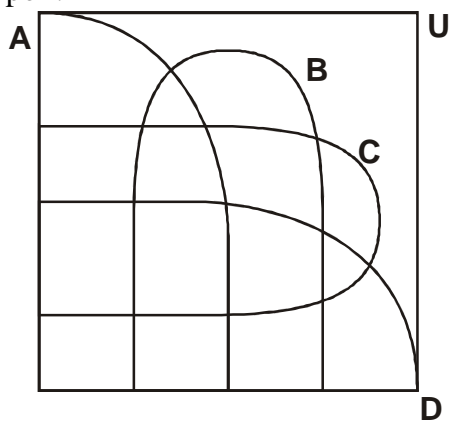
$(A \cap B) \cup (A \cap C)$ - sjednocení modré a zelené množiny.



Pro obě strany rovnosti jsme získali stejný obrázek, rovnost platí.

Př. 9: (BONUS) Navrhni Vennův diagram pro čtyři množiny.

Čára, kterou nakreslíme, musí rozdělit všechny oblasti na dvě části \Rightarrow diagram bude mít 16 polí.



Shrnutí: Pro složitější příklady je nutné pomalé a pečlivé kreslení.