

- Rozhodni, zda následující věty jsou výroky. Pokud ano, rozhodni, zda jsou pravdivé.
 - Kéž by už skončila matematika.
 - Dvě různoběžné přímky mají společný právě jeden bod.
 - Petr je hezčí než Ruda.
 - Pro strany trojúhelníku platí $a^2 + b^2 = c^2$.
 - Marie je větší než Adléta.
 - Paříž má více obyvatel než Praha.
 - Součin úhlů v trojúhelníku je 180° .
 - Jdi do pryč!
 - Kože, může, lože.
- Urči pravdivost výroku (je-li to možné) a neguj je (snaž se nepoužít zápor).
 - Prvočísel menších než sto je alespoň 10.
 - Dvouciferných čísel je 90.
 - Vzdálenost libovolných dvou různých bodů je číslo kladné.
 - Trojúhelník je rovnoramenný.
 - Číslo 5 je záporné.
 - Poloměr Země je menší než 6000 km.
 - Rychlost světla ve vakuu je přibližně 300 000 km/s.
 - Diplomová práce má mít nejvýše 100 stránek.
 - Rovnici $2(3x - 1) = 6x - 2$ vyhovuje každé přirozené číslo.
 - Pro každé celé číslo x je číslo $x + 1$ kladné.
- Jdou dány kružnice k_1, k_2 a výroky:

v_1 : Kružnice k_1, k_2 nemají žádný společný bod. - v_2 : Kružnice k_1, k_2 se protínají. - v_3 : Kružnice k_1, k_2 mají vnitřní dotyk.

Urči, který z těchto výroků je negací výroku v : Kružnice k_1, k_2 mají vnější dotyk.
- Jsou dány pravdivé výroky a, c a nepravdivé výroky b, d . Rozhodni pravdivost následujících výroků:
 - $(b \wedge d) \vee a$
 - $(\neg a \wedge b) \Leftrightarrow (c \vee d)$
 - $((\neg a \wedge b) \vee a) \Leftrightarrow (c \Rightarrow d)$
 - $\neg(c \Leftrightarrow d) \wedge (\neg b \Rightarrow a)$
 - $(\neg(a \wedge d) \Rightarrow (\neg c \Rightarrow d)) \vee (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$
- Petr řekl v pondělí Jardovi: Jestli nezapomenu, přinesu ti tu knížku zítra do školy. Co by se muselo v úterý stát, aby jeho pondělní výrok byl nepravdivý?
- Vašek, který je kluk, prohlásil: Je-li druhá odmocnina z pěti menší než dva, pak jsem nejhezčí holka ze třídy. Vytvoř obměněnou implikaci a negaci výroku. Posuď pravdivost původní implikace, implikace obrácené a implikace obměněné.

- Vymysli co nejjednodušší výrok, který je vždy pravdivý (tautologii). Vymysli tautologii složenou z nejméně dvou jednoduchých výroků.
- Jednou z logických operací (tedy jedním ze způsobů jak vytvořit složený výrok) je operace XOR (výlučné nebo). Výrok $a \text{ XOR } b$ je pravdivý, když je pravdivý právě jeden z výroků a, b . Najdi negaci tohoto složeného výroku.
- Urči, jak závisí pravdivost uvedených výroků na pravdivosti výroků a, b . Které z nich jsou tautologie?
 - $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \vee b)$
 - $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \Leftrightarrow \neg b)$
 - $\neg(a \wedge \neg b) \Rightarrow b$
 - $(b \Rightarrow a) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$
- Jsou dány libovolné výroky a, b, c . Utvoř negace výroků:
 - a
 - $a \wedge \neg b$
 - $\neg a \Rightarrow b$
 - $(a \wedge b) \Rightarrow c$
 - $a \Rightarrow (b \vee c)$
 - $(a \wedge c) \Leftrightarrow b$
- K následujícím implikacím najdi negace a implikace obměněné:
 - Jestli se nezlepšíš, tak propadneš.
 - Jestli to neudělám, oběsím se.
 - Jestli nepřijdeš hned, už se nevracej.
 - Vede-li Tě skuhrající havran, dojdeš ke zdechlině.
 - Kdo má strýce papežem, snadno se stane kardinálem.
 - Kdo se nabídne, nedostává velkou mzdu.
 - Kdo se bojí, nesmí do lesa.
 - Kdo jinému jámu kopá, sám do ní padá.
- Utvoř negace následujících výroků:
 - Je-li číslo $\sqrt{2}$ iracionální, je iracionální i číslo $1 + \sqrt{2}$.
 - Je-li trojúhelník ABC rovnostranný, je rovnoramenný.
 - Číslo n je dělitelné deseti právě tehdy, když je dělitelné dvěma a pěti.
 - Bod B leží na kružnici k nebo na přímce p .
 - Poslední cifra dekadického zápisu čísla 37^7 není nula ani pětka.
 - Průnik libovolné množiny s množinou prázdnou je prázdná množina.
 - Existuje alespoň jeden trojúhelník, který je pravoúhlý.
 - Druhá mocnina každého reálného čísla je číslo nezáporné.
 - Žádné přirozené číslo není menší než -10 .
 - Buď hospoda nebo já.
 - Ve velké duši je všechno velké.
 - Člověka poznáš při víně, při penězích nebo v hněvu.
 - K úspěchu nevede žádný výtah, musí se jít po schodech.
 - Žádný strom neroste do nebe.
 - Když mě nespočítáš, dostaneš kouli nebo není žádná spravedlnost.

Řešení:

1. a)ne b)ano c)ne d)ne – nevíme zda jde o konkrétní trojúhelník (pro některé vzorec platí pro jiné ne) nebo zda jde o obecné tvrzení o všech trojúhelnících) e)ano f)ano g)ne (podobně jako v příkladě d)) h)ne i)ne
2. a)P –Prvočísel menších než sto je nejvýše devět. b)P - Počet dvouciferných čísel je různý od devadesáti. c)P – Vzdálenost libovolných dvou různých bodů je číslo záporné nebo nula. d)? - Trojúhelník nemá žádné dvě shodné strany. e)N – Číslo 5 je kladné nebo nula. f)N – Poloměr Země je minimálně 6000 km. g)P – Rychlost světla ve vakuu se podstatně liší od 300 000 km/s. h)? – Diplomová práce má minimálně 101 stran. i)P – Existuje přirozené číslo, které nevyhovuje rovnici... j)N – Existuje celé číslo....
3. Žádný. 4. a)P b)N c)N d)P e)P
5. Petr by si ráno musel pamatovat, že má knížku přinést, a přesto by ji nepřinesl. 6. Původní výrok – P. Obměněná implikace: Jestli nejsem nejhezčí holka ze třídy, druhá odmocnina z pěti je větší nebo rovna dvěma. - P Negace: Druhá odmocnina z pěti je menší než dva a nejsem nejhezčí holka ze třídy. N
8. Platí $\neg(a \text{ XOR } b) \Leftrightarrow (a \Leftrightarrow b)$
9. a) tautologie
b) tautologie c) ne d) ne
10. a) $\neg a$ b) $\neg a \vee b$ c) $\neg a \wedge \neg b$
d) $(a \wedge b) \wedge \neg c$ e) $a \wedge (\neg b \wedge \neg c)$ f) $(\neg a \vee \neg c) \Leftrightarrow b$
11. a)N: Nelepšíš se a nepropadneš. I: Nepropadneš-li,lepšíš se.
b)N: Neudělám to a neoběsím se. I: Neoběsím-li se, udělám to. c)N: Nepřijdeš hned a vrátíš se. I: Vrátiš-li se, přišel jsi hned. d)N: Vede Tě skuhrající havran a nedojdeš ke zdechlině. I: Nedoješ-li ke zdechlině, nevede Tě kulhající havran. e)N: Má strýce papežem a nepadneš se stal kardinálem. I: Stane-li se nepadneš se kardinálem, nemá strýce papeže. f)N: Nabídne se a dostává velkou mzdu. I: Dostává-li velkou mzdu, nenabídne se. g)N: Bojí se a smí do lesa. I: Kdo smí do lesa, nebojí se. h)N: Jinému jámu kopá a sám do ní nepadá. I: Nepadá-li sám do jámy, nekopal ji jinému.
12. a) Číslo $\sqrt{2}$ je iracionální, a číslo $1 + \sqrt{2}$ je racionální. b) Trojúhelník ABC je rovnostranný a není rovnoramenný. c) Číslo n je dělitelné deseti právě tehdy, když není dělitelné dvěma nebo pěti. d) Bod B neleží na kružnici k ani na přímce p . e) Poslední cifra dekadického zápisu čísla 37^7 je nula nebo pětka. f) Existuje alespoň jedna množina jejíž průnik s množinou prázdnou není prázdná množina. g) Žádný trojúhelník není pravoúhlý. h) Existuje reálné číslo, jehož druhá mocnina je číslo záporné. i) Existuje přirozené číslo menší než -10 . j) Ani hospoda ani já. k) Ve velké duši existuje alespoň jedno malé. l) Člověka nepoznáš ani při víně, ani při penězích ani v hněvu. m) K úspěchu vede alespoň jeden výtah nebo se nemusí jít po schodech. n) Alespoň jeden strom roste do nebe. o) Nespočítáš mě, nedostaneš kouli a je spravedlnost.

(praštěná)

Sbírka příkladů na procvičování výroků