

1. Rozhodni zda následující věty jsou výroky. Pokud ano, rozhodni zda jsou pravdivé.

- a) Kéž by už skončila matematika.
- b) Dvě různoběžné přímky mají společný právě jeden bod.
- c) Petr je hezčí než Ruda.      d) Pro strany trojúhelníku platí  $a^2 + b^2 = c^2$ .
- e) Marie je větší než Adléta.      f) Paříž má více obyvatel než Praha.
- g) Součin úhlů v trojúhelníku je  $180^\circ$ .
- h) Jdi do pryč!      i) Kože, může, lože.

2. Urči pravdivost výroku (je-li to možné) a neguj je (snaž se nepoužít zápor).

- a) Prvočísel menších než sto je alespoň 10.
- b) Dvojciferných čísel je 90.
- c) Vzdálenost libovolných dvou různých bodů je číslo kladné.
- d) Trojúhelník je rovnoramenný.
- e) Číslo 5 je záporné.      f) Poloměr Země je menší než 6000 km.
- g) Rychlost světla ve vakuu je přibližně 300 000 km/s.
- h) Diplomová práce má mít nejvýše 100 stránek.
- i) Rovnici  $2(3x - 1) = 6x - 2$  vyhovuje každé přirozené číslo.
- j) Pro každé celé číslo  $x$  je číslo  $x + 1$  kladné.

3. Jdou dány kružnice  $k_1, k_2$  a výroky:

$v_1$ : Kružnice  $k_1, k_2$  nemají žádný společný bod. -  $v_2$ : Kružnice  $k_1, k_2$  se protínají. -  $v_3$ : Kružnice  $k_1, k_2$  mají vnitřní dotyk.

Urči, který z těchto výroků je negací výroku  $v$ : Kružnice  $k_1, k_2$  mají vnější dotyk.

4. Jsou dány pravdivé výroky  $a, c$  a nepravdivé výroky  $b, d$ . Rozhodni pravdivost následujících výroků:

- a)  $(b \wedge d) \vee a$       b)  $(\neg a \wedge b) \Leftrightarrow (c \vee d)$       c)  $((\neg a \wedge b) \vee a) \Leftrightarrow (c \Rightarrow d)$
- d)  $\neg(c \Leftrightarrow d) \wedge (\neg b \Rightarrow a)$       e)  $(\neg(a \wedge d) \Rightarrow (\neg c \Rightarrow d)) \vee (a \Rightarrow (b \Rightarrow c))$

5. Petr řekl v pondělí Jardovi: Jestli nezapomenu, přinesu ti tu knížku zítra do školy. Co by se muselo v úterý stát, aby jeho pondělní výrok byl nepravdivý.

6. Vašek, který je kluk, prohlásil: Je-li druhá odmocnina z pěti menší než dva, pak jsem nejhezčí holka ze třídy. Vytvoř obměněnou implikaci a negaci výroku. Posuď pravdivost původní implikace, implikace obrácené a implikace obměněné.

7. Vymysli co nejjednodušší výrok, který je vždy pravdivý (tautologii). Vymysli tautologii složenou z nejméně dvou jednoduchých výroků.

8. Jednou z logických operací (tedy jedním ze způsobů jak vytvořit složený výrok) je operace XOR (výlučné nebo). Výrok  $a \text{ XOR } b$  je pravdivý, když je pravdivý právě jeden z výroků  $a, b$ . Najdi negaci tohoto složeného výroku.

9. Urči jak závisí pravdivost výroků uvedených výroků na pravdivosti výroků  $a, b$ . Které z nich jsou tautologie.

- a)  $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \vee b)$       b)  $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \Leftrightarrow \neg b)$       c)  $\neg(a \wedge \neg b) \Rightarrow b$
- d)  $(b \Rightarrow a) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$

10. Jsou dány libovolné výroky  $a, b, c$ . Utvoř negace výroků:

- a)  $a$       b)  $a \wedge \neg b$       c)  $\neg a \Rightarrow b$       d)  $(a \wedge b) \Rightarrow c$       e)  $a \Rightarrow (b \vee c)$       f)  $(a \wedge c) \Leftrightarrow b$

11. K následujícím implikacím najdi negace a implikace obměněné:

- a) Jestli se nezlepšíš, tak propadneš.
- b) Jestli to neudělám, oběsím se.      c) Jestli nepřijdeš hned, už se nevracej.
- d) Vede-li Tě skuhrající havran, dojdeš ke zdechlině.
- e) Kdo má strýce papežem, snadno se stane kardinálem.
- f) Kdo se nabídne, nedostává velkou mzdu.
- g) Kdo se bojí, nesmí do lesa.
- h) Kdo jinému jámu kopá, sám do ní padá.

12. Utvoř negace následujících výroků:

- a) Je-li číslo  $\sqrt{2}$  iracionální, je iracionální i číslo  $1 + \sqrt{2}$ .
- b) Je-li trojúhelník  $ABC$  rovnostranný, je rovnoramenný.
- c) Číslo  $n$  je dělitelné deseti právě tehdy, když je dělitelné dvěma a pěti.
- d) Bod  $B$  leží na kružnici  $k$  nebo na přímce  $p$ .
- e) Poslední cifra dekadického zápisu čísla  $37^7$  není nula ani pětka.
- f) Průnik libovolné množiny s množinou prázdnou je prázdná množina.
- g) Existuje alespoň jeden trojúhelník, který je pravoúhlý.
- h) Druhá mocnina každého reálného čísla je číslo nezáporné.
- i) Žádné přirozené číslo není menší než  $-10$ .
- j) Buď hospoda nebo já.      k) Ve velké duši je všechno velké.
- l) Člověka poznáš při víně, při penězích nebo v hněvu.
- m) K úspěchu nevede žádný výtah, musí se jít po schodech.
- n) Žádný strom neroste do nebe.
- o) Když mě nespočítáš, dostaneš kouli nebo není žádná spravedlnost.

## Řešení:

1. a)ne b)ano c)ne d)ne – nevíme zda jde o konkrétní trojúhelník (pro některé vzorec platí pro jiné ne) nebo zda jde o obecné tvrzení o všech trojúhelnících) e)ano f)ano g)ne (podobně jako v příkladě d)) h)ne i)ne
2. a)P – Prvočísel menších než sto je nejvýše devět. b)P - Počet dvojciferných čísel je různý od devadesáti. c)P – Vzdálenost libovolných dvou různých bodů je číslo záporné nebo nula. d)? - Trojúhelník nemá žádné dvě shodné strany. e)N – Číslo 5 je kladné nebo nula. f)N – Poloměr Země je minimálně 6000 km. g)P – Rychlost světla ve vakuu se podstatně liší od 300 000 km/s. h)? – Diplomová práce má minimálně 101 stran. i)P – Existuje přirozené číslo, které nevyhovuje rovnici... j)N – Existuje celé číslo....
3. Žádný. 4. a)P b)N c)N d)P e)P
5. Petr by si ráno musel pamatovat, že má knížku přinést, a přesto by ji nepřinesl. 6. Původní výrok – P. Obměněná implikace: Jestli nejsem nejhezčí holka ze třídy, druhá odmocnina z pěti je větší nebo rovna dvěma. - P Negace: Druhá odmocnina z pěti je menší než dva a nejsem nejhezčí holka ze třídy. N
8. Platí  $\neg(a \text{ XOR } b) \Leftrightarrow (a \Leftrightarrow b)$
9. a) tautologie  
b) tautologie c) ne d) ne
10. a)  $\neg a$  b)  $\neg a \vee b$  c)  $\neg a \wedge \neg b$   
d)  $(a \wedge b) \wedge \neg c$  e)  $a \wedge (\neg b \wedge \neg c)$  f)  $(\neg a \vee \neg c) \Leftrightarrow b$
11. a)N: Nezlepšíš se a nepropadneš. I: Nepropadneš-li,lepšíš se.  
b)N: Neudělám to a neoběsím se. I: Neoběsím-li se, udělám to. c)N: Nepřijdeš hned a vrátíš se. I: Vrátiš-li se, přišel si hned. d)N: Vede Tě skuhrající havran a nedojdeš ke zdechlině. I: Nedojdeš-li ke zdechlině, nevede Tě kulhající havran.  
e)N: Má strýce papežem a nepadno se stal kardinálem. I: Stane-li se nepadno kardinálem, nemá strýce papeže. f)N: Nabídne se a dostává velkou mzdu. I: Dostává-li velkou mzdu, nenabídnul se. g)N: Bojí se a smí do lesa. I: Kdo smí do lesa, nebojí se. h)N: Jinému jámu kopá a sám do ní nepadá. I: Nepadá-li sám do jámy, nekopal ji jinému.
12. a) Číslo  $\sqrt{2}$  je iracionální, a číslo  $1 + \sqrt{2}$  je racionální. b) Trojúhelník ABC rovnostranný, a není rovnoramenný. c) Číslo n je dělitelné deseti právě tehdy, když není dělitelné dvěma nebo pěti. d) Bod B neleží na kružnici k ani na přímce p.  
e) Poslední cifra dekadického zápisu čísla  $37^7$  je nula nebo pětka. f) Existuje alespoň jedna množina jejíž průnik s množinou prázdnou není prázdná množina. g) Žádný trojúhelník není pravoúhlý. h) Existuje reálné číslo jehož druhá mocnina je číslo záporné. i) Existuje přirozené číslo menší než -10. j) Ani hospoda ani já. k) Ve velké duši existuje alespoň jedno malé. l) Člověka nepoznáš ani při víně, ani při penězích ani v hněvu. m) K úspěchu vede alespoň jeden výtah nebo se nemusí jít po schodech. n) Alespoň jeden strom roste do nebe. o) Nespočítáš mě, nedostaneš kouli a je spravedlnost.

*(praštěná)*

# *Sbírka příkladů na procvičování výroků*