

## 1.6.10 Mocniny - shrnutí

**Předpoklady:** 010609

### Důležité znalosti

- $a^3 = a \cdot a \cdot a$ .
- $a^{-3} = \frac{1}{a \cdot a \cdot a}$ .
- vzorce pro násobení a dělení:  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ ,  $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ .
- vzorec pro mocninu mocniny:  $(a^r)^s = a^{rs}$ .
- vzorce pro odstranění závorek:  $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$ ,  $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$ .
- $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 2^2$ ,  $-2^2 = -(2^2) = -4$ .
- Sudý mocnitel  $\Rightarrow$  nezáporný výsledek.
- Neznámá v mocniteli, nic nemění na způsobu, kterým upravujeme.

### Zádrhele

- Nesmíme používat vzorce pro různé základy.
- Mocnina (stejně jako odmocnina) nemůže trhat závorky  $s + a - (a + b)^r \neq a^r + b^r$

### Dobré rady

- Všechny vzorce se dají snadno odvodit z významu mocniny.
- Při nejasnostech se dá rozhodnout podle významu mocniny.
- Dodržovat KISS (zjednodušovat závorky před umocněním, ...)

**Př. 1:** Vypočti.

a)  $(-1)^{123}$

b)  $0^{52525252}$

c)  $2^2 \cdot 2^6$

d)  $\frac{3^{2k-3}}{3^{2-k}}$

**Př. 2:** Zjednoduš.

a)  $\left(\frac{a^2 \cdot b}{c^{-3}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{b^3 c^{-3}}\right)^3$

b)  $\frac{(4^2 \cdot 15^3)^{-2}}{12^3 \cdot 6^{-10}}$

a)  $\left(\frac{a^2 \cdot b}{c^{-3}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{b^3 c^{-3}}\right)^3 = a^{-2} \cdot b^{-7} \cdot c^{15}$

b)  $\frac{(4^2 \cdot 15^3)^{-2}}{12^3 \cdot 6^{-10}} = 2^{-4} \cdot 3^1 \cdot 5^6$

**Př. 3:** Napiš jako jednu mocninu.

$$\text{a) } \frac{2^{n-1} \cdot 2^{2n-2}}{2^{2-n}} \quad \text{b) } \frac{(-2)^{2n+1}}{(-2)^{2n}} \cdot [(-2)^n]^2 : \frac{2^3}{2^{n+4}} \quad \text{c) } \frac{2^{n+2} \cdot 4^{2n+3}}{8^{n-1}}$$

**Př. 4:** Dokaž platnost vzorců  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ ,  $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$  a  $(a^r)^s = a^{rs}$ .

**Př. 5:** Zjednoduš.

$$\text{a) } \left(\frac{c^{-2} \cdot b^4}{a^{-3}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a^2}{b^{-4} c^{-3}}\right)^3 : \left(\frac{a^{-2} b^3}{b^{-1} c^4}\right)^{-2} \quad \text{b) } \frac{(25 \cdot 8^2 \cdot 12^3)^2}{(15^3 \cdot 6^4 \cdot 4^6)} : \left(\frac{2^3 \cdot 10^4 \cdot 9^3}{12^{-2} \cdot 6^6 \cdot 25}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{c^{-2} \cdot b^4}{a^{-3}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a^2}{b^{-4} c^{-3}}\right)^3 : \left(\frac{a^{-2} b^3}{b^{-1} c^4}\right)^{-2} = b^8 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^7$$

$$\frac{(25 \cdot 8^2 \cdot 12^3)^2}{(15^3 \cdot 6^4 \cdot 4^6)} : \left(\frac{2^3 \cdot 10^4 \cdot 9^3}{12^{-2} \cdot 6^6 \cdot 25}\right)^{-2} = 2^2 \cdot 3^{-4} \cdot 5^2$$

**Př. 6:** Vyjádři jako mocniny prvočísel.  $\frac{(9^n \cdot 4^{2-n})^2}{(12^{3n+1} \cdot 6^{n-2})} : \left(\frac{2^3 \cdot 8^{2+n}}{12^{-2n} \cdot 6^{n+2}}\right)^3$

**Shrnutí:** Protože vzorce pro mocniny platí pro všechny celé mocnitele, můžeme s celočíselnou proměnnou v mocniteli počítat úplně stejně jako s běžnými čísly.