

## 1.7.1 Výrazy, definiční obor

**Předpoklady:** 1207, 1209

**Pedagogická poznámka:** Obsah hodiny stačí tak na 20 minut. Zbytek je připraven pro písemku.

Výrazy:  $1+1$ ;  $\frac{a-b}{\pi+a}$ ;  $\sqrt{a^2+b^2}$ ;  $|x-2|+y^2$ ;  $\frac{1}{3}\pi vr^2$ .

Obsahují:

- matematické operace,
- čísla (**konstanty**),
- písmena (**proměnné**) = „žolíky“ místo, kterých mohou dosazovat čísla z nějaké množiny (definičního oboru proměnné), někdy za ně dosazujeme cokoliv, častěji mají čísla dosazovaná za proměnnou nějaký význam (například ve výrazu  $\frac{1}{3}\pi vr^2$ , který představuje vzorec pro objem kužele, mají čísla dosazovaná za proměnnou  $v$  význam výšky kužele).

**Pozor!!!!**  $\pi$  je číslo (konstanta) i když je zapsané písmenem, protože písmeno  $\pi$  znamená stále stejné číslo.

**Poznámka:** Situace se znakem  $\pi$  je poměrně jednoduchá, protože se nikdy nepoužívá v jiném významu než jako označení Ludolfova čísla ( $\pi \doteq 3,14$ ). Horší je situace s písmenem  $e$ , které jednak označuje jednu ze základních matematických konstant tzv. Eulerovo číslo ( $e \doteq 2,78$ ), na druhé straně se občas používá k označování obyčejných proměnných. V jejím případě je nutné aktuální význam rozeznat vždy z kontextu. Na vysokých školách je konstant a proměnných, které potřebují označit nějakým písmenem tolik, že nepostačují ani dvě abecedy (latinka a řecká) a různé velikosti písmenek.

**Definiční obor výrazu** (dále jen definiční obor) = vše, co můžeme dosazovat  $\Rightarrow$  záleží na úhlu pohledu:

- „co je rozumné“  $\Rightarrow \frac{1}{3}\pi vr^2$  - objem kužele  $\Rightarrow$  za  $r$  i  $v$  můžeme dosazovat pouze kladná čísla,
- „co to unese“  $\Rightarrow \frac{1}{3}\pi vr^2$  - obecný výraz bez speciálního smyslu (matematicky)  $\Rightarrow$  za  $r$  i  $v$  můžeme dosazovat všechna reálná čísla, protože pro všechna reálná čísla ho dokážeme spočítat.

Není-li určeno jinak, **definičním oborem výrazu rozumíme množinu všech čísel, pro která dokážeme výraz spočítat** (určit hodnotu)  $\Rightarrow$  je třeba dát pozor na operace, které nejdou provést se všemi čísly (dělení, odmocňování ...).

Definiční obor výrazu  $v$  pro proměnnou  $x$  budeme značit  $D(v)_x$  (Pokud výraz obsahuje pouze jedinou proměnnou, nebudeme ji vypisovat).

Po dosazení čísel z definičního oboru za proměnné a spočítáním získáme **hodnotu výrazu**.

**Př. 1:** Urči definiční obor výrazu  $\frac{x}{x+3}$  a jeho hodnotu pro  $x = -4; -3; -2; 0; 1$ .

Nebezpečné operace, které nejdou provést se všemi čísly: dělení.

Dělíme číslem  $x+3 \Rightarrow x+3 \neq 0$  a tedy  $x \neq -3 \Rightarrow D(v) = R - \{-3\}$ .

Výpočet hodnot:

- $x = -4: \frac{x}{x+3} = \frac{-4}{-4+3} = \frac{-4}{-1} = 4,$
- $x = -3: \frac{x}{x+3} = \frac{-3}{-3+3} = \frac{-3}{0} \Rightarrow$  nejde spočítat (neměli jsme ani dosazovat, protože  $-3$  nepatří do definičního oboru),
- $x = -2: \frac{x}{x+3} = \frac{-2}{-2+3} = -2,$
- $x = 0: \frac{x}{x+3} = \frac{0}{0+3} = 0,$
- $x = 1: \frac{x}{x+3} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}.$

**Pedagogická poznámka:** Určitě se objeví značné množství řešení vyřazujících z definičního oboru nulu („je tam dělení“), proto je důležité napsat na tabuli dosazení minimálně pro  $x = -3$  a  $x = 0$ , ze kterých je vidět, která pro které číslo hodnotu vypočítat nejde pro které vypočtení hodnoty není žádný problém.

**Př. 2:** Urči definiční obor výrazu pro proměnnou  $x$  ve výrazu  $\frac{x^2-1}{x-2}$  a urči jeho hodnotu pro  $x = 3$ .

Ve výrazu je dělení, nelze dělit nulou, proto  $x-2 \neq 0$  a tedy  $x \neq 2 \Rightarrow D(v) = R - \{2\}$ .

Hodnota výrazu  $\frac{x^2-1}{x-2} = \frac{3^2-1}{3-2} = 8$ .

**Pedagogická poznámka:** Studentům je potřeba opakovaně zdůrazňovat, že definiční obor sestavujeme na základě jediného pravidla – „vylučujeme čísla, se kterými nelze provést všechny operace ve výrazu“. Nic víc by si pamatovat neměli, protože hlavně ti méně nadaní mají sklon k tvorbě pravidel typu: „když se dělí, nesmí být  $x$  nula“ nebo „pod odmocninou musí být  $x$  větší než nula“ a vůbec neberou ohled na to, zda je pod odmocninou pouze  $x$  nebo nějaký výraz, který  $x$  obsahuje.

**Pro hledání definičního oboru používáme jediné pravidlo.**

**Z definičního oboru vylučujeme čísla, pro která nejsme schopni výraz vyčíslit (provést všechny požadované operace).**

---

**Shrnutí:** Pro určování definičního oboru nám stačí jediné pravidlo: vyloučíme všechna čísla, pro která nedokážeme výraz spočítat.