1.7.4 Zápisy pomocí výrazů I

Předpoklady: 1702

Pedagogická poznámka: Hodina obsahuje poměrně málo příkladů, protože se snažím, aby z ní všichni spočítali opravdové maximum. Postupujeme tedy pomalu a kontrolujeme často po jednotlivých bodech, aby na základě zkušeností mohli studenti kontrolovat a opravovat i další body, které už mají, ale ještě jsme je nekontrolovali.
Ti rychlejší si samostatně počítají příklady ze sbírky.

Hlavní význam algebraických výrazů – umožňují přehledný zápis početních postupů.

POZOR!!! Jde o přípravu na řešení slovních úloh.

Zkusíme zapsat pomocí výrazu: součet druhé mocniny čísla zvětšeného o jedna a odmocniny z jeho trojnásobku.
Neznámé číslo označíme x, postupně rozebíráme části postupu a zapisujeme je výrazem:

součet	$\Rightarrow$	$(\ )+(\ )$
součet druhé mocniny	$\Rightarrow$	$(\ )^2+(\ )$
součet druhé mocniny čísla zvětšeného o jedna	$\Rightarrow$	$(x+1)^2+(\ )$
součet druhé mocniny čísla zvětšeného o jedna a odmocniny	$\Rightarrow$	$(x+1)^2+\sqrt{\ }$
součet druhé mocniny čísla zvětšeného o jedna a odmocniny z jeho trojnásobku	$\Rightarrow$	$(x+1)^2+\sqrt{3x}$

Důležité!!!
Předchozí příklad jsme neřešili najednou. Řešili jsme ho postupně tak, vždy jsme zapisovali pouze jedinou operaci o ostatní jsme se nestarali. Postupné řešení je základním trikem při řešení jakéhokoliv složitějšího problému (nejen v matematice).

Pedagogická poznámka: Před řešením následujícího příkladu zdůrazňuji nutnost opatrného a systematického postupu.
Při kontrole následujícího příkladu se mezi studenty určitě vyskytnou chyby. Je dobré si kromě správného řešení zkontrolovat i slovní formulace ke špatným výrazům. Například v bodě a) je správně dvojnásobek druhé odmocniny čísla $2\sqrt{x}$, část studentů však napíše výraz $\sqrt{2x}$. Když si žáci špatný výraz zkusí přečíst ($\sqrt{2x}$ = druhá odmocnina z dvojnásobku čísla), snáze pochopí, kde udělali chybu. Samotný pokus o slovní interpretaci jim určitě pomůže v pochopení problému.

Př. 1: Pomocí zvolených proměnných zapiš výraz, který představuje:
a) součet dvojnásobku druhé odmocniny jednoho a třetiny druhé mocniny druhého čísla,
b) rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho a druhé odmocniny poloviny druhého čísla zmenšeného o dva,
c) druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty trojnásobku jednoho a poloviny

druhé mocniny druhého čísla,
d) podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět a poloviny druhé odmocniny absolutní hodnoty zmenšené o dvě vypočtené z druhého čísla.

a) součet dvojnásobku druhé odmocniny jednoho a třetiny druhé mocniny druhého čísla

součet $\Rightarrow$ $(\ )+(\ )$

součet dvojnásobku $\Rightarrow$ $2(\ )+(\ )$

součet dvojnásobku druhé odmocniny jednoho čísla $\Rightarrow$ $2\sqrt{x}+(\ )$

součet dvojnásobku druhé odmocniny jednoho a třetiny $\Rightarrow$ $2\sqrt{x}+\frac{1}{3}(\ )$

součet dvojnásobku druhé odmocniny jednoho a třetiny druhé mocniny druhého čísla $\Rightarrow$ $2\sqrt{x}+\frac{1}{3}y^2$

b) rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho a druhé odmocniny poloviny druhého čísla zmenšeného o dva

rozdíl $\Rightarrow$ $(\ )-(\ )$

rozdíl třetí mocniny $\Rightarrow$ $(\ )^3-(\ )$

rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho čísla $\Rightarrow$ $(2x)^3-(\ )$

rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho a druhé odmocniny $\Rightarrow$ $(2x)^3-\sqrt{\ }$

rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho a druhé odmocniny poloviny $\Rightarrow$ $(2x)^3-\sqrt{\frac{1}{2}(\ )}$

rozdíl třetí mocniny dvojnásobku jednoho a druhé odmocniny poloviny druhého čísla zmenšeného o dva $\Rightarrow$ $(2x)^3-\sqrt{\frac{1}{2}(y-2)}$

c) druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty trojnásobku jednoho a poloviny druhé mocniny druhého čísla

druhou odmocninu ze součinu $\Rightarrow$ $\sqrt{(\ )\cdot(\ )}$

druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty $\Rightarrow$ $\sqrt{|\ |\cdot(\ )}$

druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty trojnásobku jednoho čísla $\Rightarrow$ $\sqrt{|3x|\cdot(\ )}$

druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty trojnásobku jednoho a poloviny $\Rightarrow$ $\sqrt{|3x|\cdot\frac{1}{2}(\ )}$

druhou odmocninu ze součinu absolutní hodnoty trojnásobku jednoho a poloviny druhé mocniny druhého čísla $\Rightarrow$ $\sqrt{|3x|\frac{1}{2}y^2}$

d) podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět a poloviny druhé odmocniny absolutní hodnoty zmenšené o dvě vypočtené z druhého čísla

podíl $\Rightarrow$ $\frac{(\ )}{(\ )}$

podíl trojnásobku $\Rightarrow$ $\frac{3(\ )}{(\ )}$

podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět $\Rightarrow$ $\dfrac{3(x+5)}{(\ )}$

podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět a poloviny $\Rightarrow$ $\dfrac{3(x+5)}{\frac{1}{2}(\ )}$

podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět a poloviny druhé odmocniny $\Rightarrow$ $\dfrac{3(x+5)}{\frac{1}{2}\sqrt{\ }}$

podíl trojnásobku jednoho čísla zvětšeného o pět a poloviny druhé odmocniny absolutní hodnoty zmenšené o dvě $\Rightarrow$ $\dfrac{3(x+5)}{\frac{1}{2}\sqrt{|y|-2}}$

Př. 2: Sbírka příklad 2

Ještě častěji se výrazy používají k popisu více či méně reálných situací.

Pedagogická poznámka: Před řešením následujících příkladů je opět dobré připomenou, že pomalý a postupný přístup má větší naděje na úspěch než rychlé hádání.
Za druhé je dobré připomenout, že sestavování výrazů je základním předpokladem pro úspěšné řešení slovních úloh, ale bohužel není možné se naučit konkrétní způsoby, jak něco řešit. Je možné se naučit pouze obecné postupy, které však nezbavují nutnosti myslet a aplikovat je s pochopením na konkrétní případ.

Př. 3: Auto jede rychlostí *v*. Zapiš výrazem rychlost jiného auta, které jede:
a) rychlostí o $10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ větší
b) dvakrát menší rychlostí
c) o třetinu menší rychlostí
d) o 10% větší rychlostí

a) rychlostí o $10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ větší $\Rightarrow$ $v+10$

b) dvakrát menší rychlostí $\Rightarrow$ $\dfrac{v}{2}$

c) o třetinu menší rychlostí $\Rightarrow$ $v-\dfrac{1}{3}v=\dfrac{3v-v}{3}=\dfrac{2}{3}v$

d) o 10% větší rychlostí $\Rightarrow$ $v+\dfrac{10}{100}v=v+\dfrac{1}{10}v=\dfrac{10+1}{10}v=\dfrac{11}{10}v=1{,}1v$

Pedagogická poznámka: Častou chybou v bodech c) a d) jsou výrazy $v-\dfrac{1}{3}$ a $v+0{,}1$.

Připomínám studentům, aby si svoje řešení zkontrolovali dosazením vhodné konkrétní hodnoty za *v*.

Ještě častěji zapisujeme rovnosti mezi výrazy.
Jak zapsat rovnicí informaci: „Pavel je o 3 roky mladší než Ivan“?
Připravíme si neznámé do rovnosti: $p \quad i$.
Pavel je mladší $\Rightarrow$ $p<i$ $\Rightarrow$ **musíme 3 připočítat k *p* (nebo odečíst od *i*)** $\Rightarrow$

$p+3=i$ nebo $p=i-3$.

Dodatek: Oba správné výsledky odpovídají tomu, jak jsme se učili vyjadřovat neznámé z rovnic. Pokud z rovnice $p+3=i$ vyjadřujeme *p*, postupujeme takto:

$p+3=i \quad /-3$

$p+3-3=i-3$

$p=i-3$. Což je rovnice shodná s drou možností řešení předchozího příkladu.

Pedagogická poznámka: Předchozí postup vychází z ověření, která z neznámých v rovnici je menší. Je dobré pokud se tímto způsobem studenti naučí uvažovat. Vyhnou se tak chybám, kterých se jinak dopouštění až příliš často. Druhou důležitou věci je, že se tím učí psát výrazy tak, aby pro svůj zápis měli rozumný důvod.

Př. 4: Sbírka příklad 3

Př. 5: Děti ve školce si přinesly z domova svá prasátka a začaly porovnávat, kolik mají peněz. Množství peněz, které má každé z dětí, označ pomocí začátečního písmena jeho jména. Zapiš následující údaje pomocí rovností mezi výrazy.
a) Andrea má o deset korun méně než Blažena.
b) Cecílie má třikrát více než Dan.
c) Eva má o patnáct korun více než Franta a Gábina dohromady.
d) Hugvenc má pouze polovinu toho, co vlastní Chrudoš a Irena dohromady.
e) Jana má tři čtvrtiny částky, kterou vlastní Karel.
f) Ludvík je o dvacet procent bohatší než Martin.
g) Nora je bohatší než Olda o stejnou částku jako Petr než Radek.
h) Tomáš je tolikrát bohatší než Uršula, o kolik má Vlaďka více než Waldemar.
ch) Xandra je tolikrát chudší než Yveta, kolik vlastní Zuzana.

a) Andrea má o deset korun méně než Blažena
$a+10=b$ nebo $a=b-10$
b) Cecílie má třikrát více než Dan
$c=3d$ nebo $\frac{c}{3}=d$
c) Eva má o patnáct korun více než Franta a Gábina dohromady
$e=f+g+15$ nebo $e-15=f+g$
d) Hugvenc má pouze polovinu toho, co vlastní Chrudoš a Irena dohromady
$h=\frac{1}{2}(ch+i)$ nebo $2h=ch+i$
e) Jana má tři čtvrtiny částky, kterou vlastní Karel
$j=\frac{3}{4}k$
f) Ludvík je o dvacet procent bohatší než Martin
$l=m+\frac{20}{100}m=m+0,2m=1,2m$
g) Nora je bohatší než Olda o stejnou částku jako Petr než Radek
$n-o=p-r$
h) Tomáš je tolikrát bohatší než Uršula, o kolik má Vlaďka více než Waldemar

$\frac{t}{u} = v - w$

ch) Xandra je tolikrát chudší než Yveta, kolik peněz vlastní Zuzana

$\frac{y}{x} = z$

Př. 6: Sbírka příklad 4.
Sbírka příklad 5.

Shrnutí: Pře přepisování slovního popisu do formy výrazu **postupně** zapisujeme jednotlivé operace.