**1.** Zjisti, pro které hodnoty jednotlivých proměnných mají následující výrazy smysl, a urči jejich hodnotu pro dané hodnoty proměnných:

**a)** $\dfrac{\sqrt{x-1}}{(y-1)(y+2)}, x=2, y=2$

problematické operace:

dělení – jmenovatel musí být různý od nuly

$(y-1)(y+2)\neq 0$ je to součin dvou čísel, každé z nich musí být různé od nuly, tedy

$y-1\neq 0 \Rightarrow y\neq 1$

$y+2\neq 0 \Rightarrow y\neq -2$

$y\in R-\{-2;1\}$

odmocnina – pod ní jen nezáporné číslo

$x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$x\in \langle 1;\infty)$

dosazení: $\dfrac{\sqrt{x-1}}{(y-1)(y+2)}=\dfrac{\sqrt{2-1}}{(2-1)(2+2)}=\dfrac{\sqrt{1}}{1\cdot 4}=\dfrac{1}{4}$

b) $1+\dfrac{x}{\sqrt{x}}, x=1$

problematické operace:

dělení – jmenovatel musí být různý od nuly

$\sqrt{x}\neq 0$ platí $\sqrt{0}=0$, tedy $x\neq 0$

odmocnina – pod ní jen nezáporné číslo

$x\geq 0$

dohromady obě podmínky $x>0$ tedy $x\in(0;\infty)$

dosazení: $1+\dfrac{x}{\sqrt{x}}=1+\dfrac{1}{\sqrt{1}}=1+1=2$

c) $\dfrac{\sqrt{1-x}}{x\left(x^2+3\right)}, x=-3$

problematické operace:

dělení – jmenovatel musí být různý od nuly

$x\left(x^2+3\right)\neq 0$ je to součin dvou čísel, každé z nich musí být různé od nuly, tedy

$x\neq 0$

$x^2+3\neq 0$ platí vždy $x^2$ je vždy nezáporné

odmocnina – pod ní jen nezáporné číslo

$1-x\geq 0 \Rightarrow 1\geq x$

dosazení: $\dfrac{\sqrt{1-x}}{x\left(x^2+3\right)}=\dfrac{\sqrt{1-(-3)}}{-3\left((-3)^2+3\right)}=\dfrac{\sqrt{4}}{-3\cdot 12}=-\dfrac{2}{36}=-\dfrac{1}{18}$

d) $\sqrt{\dfrac{x-2}{|x-2|}}+\sqrt{x}, x=3$

problematické operace:

dělení – jmenovatel musí být různý od nuly

$|x-2|\neq 0$ pro absolutní hodnotu tedy platí $|0|=0$ tedy

$x-2\neq 0 \Rightarrow x\neq -2$

odmocnina – pod ní jen nezáporné číslo, jsou dvě

$1-x\geq 0 \Rightarrow 1\geq x$

$\sqrt{\dfrac{x-2}{|x-2|}}$ jmenovatel v absolutní hodnotě, tedy vždy nezáporný, záleží jen na čitateli $x-2\geq 0 \Rightarrow x\geq 2$

člen $\sqrt{x}$ tedy $x\geq 0$

obě podmínky dohromady $x\geq 0$, $x\geq 2$ stačí $x\geq 2$

dosazení: $\sqrt{\dfrac{x-2}{|x-2|}}+\sqrt{x}=\sqrt{\dfrac{3-2}{|3-2|}}+\sqrt{3}=1+\sqrt{3}$

e) $\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x^2-1}+\dfrac{1}{x^2-1}, x=0$

problematické operace:

dělení – jmenovatel musí být různý od nuly

$x^2-1\neq 0$

odmocnina – pod ní jen nezáporné číslo, jsou dvě

$\sqrt{1-x^2} \Rightarrow 1-x^2 \geq 0$ a $\sqrt{x^2-1} \Rightarrow x^2-1 \geq 0$

Všechny podmínky dohromady: Výraz $x^2-1$ musí být zároveň $\leq 0; \geq 0; \neq 0$, což není možné nikdy splnit. Definiční obor výrazu je prázdná množina.

dosazení: nelze

**2.** Pomocí proměnných *a, b* zapiš:

a) druhou mocninu ze součtu druhých odmocnin dvou reálných čísel

$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$

b) druhou odmocninu podílu součtu druhých odmocnin dvou reálných čísel a druhé odmocniny součtu těchto čísel

$\sqrt{\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a+b}}}$

c) součet podílu druhých odmocnin dvou reálných čísel a druhé odmocniny podílu těchto čísel

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}+\sqrt{\frac{a}{b}}$

d) absolutní hodnotu z podílu součtu dvou čísel a jejich součinu

$\left|\frac{a+b}{ab}\right|$

e) první číslo je dvakrát větší než odmocnina druhého čísla

$a = 2\sqrt{b}$

f) součet druhých mocnin dvou čísel je roven odmocnině z jejich součinu

$a^2+b^2=\sqrt{ab}$

g) druhá mocnina prvního čísla zvětšená o pětinásobek druhého čísla je rovna součtu čtyřnásobku prvního čísla a třetí mocniny druhého

$a^2+5b=4a+b^3$

**3.** Urči součet tří po sobě jdoucích přirozených čísel, jestliže

a) nejmenší je rovno $5k$

čísla jsou $5k; 5k+1; 5k+2$

součet $5k+5k+1+5k+2=15k+3$

b) největší je rovno $3m$-2

čísla jsou (od největšího) $3m-2; 3m-3; 3m-4$

součet $3m-2+3m-3+3m-4=9m-9$

**4.** Zapiš pomocí vhodně zvolených proměnných slovní popis výpočtu objemu komolého jehlanu se čtvercovými podstavami, který pochází ze starověkého textu: „Objem useknuté pyramidy vypočítáš tak, že změříš stranu dolního čtverce, stranu horního čtverce a svislou vzdálenost obou čtverců. První dvě čísla vynásob navzájem a ještě každé s ním samotným, ty tři výsledky sečti a co vyjde, vynásob třetinou třetího čísla, které jsi změřil.

Vyjadřuji rovnou podle textu v závorkách:

Objem useknuté pyramidy vypočítáš tak, že změříš stranu dolního čtverce $(a)$, stranu horního čtverce $(b)$ a svislou vzdálenost obou čtverců $(v)$. První dvě čísla vynásob navzájem $(ab)$ a ještě každé s ním samotným $\left(a^2; b^2\right)$, ty tři výsledky sečti $\left(ab+a^2+b^2\right)$ a co vyjde, vynásob třetinou třetího čísla, které jsi změřil

$\left(ab+a^2+b^2\right)\frac{1}{3}v$.

**5.** Ve třídě je celkem *s* studentů z toho *h* děvčat. Zapiš:

a) počet kluků

$\textit{počet kluků} = \textit{počet studentů} - \textit{počet děvčat} = s-h$

b) Kolik peněz bude ve třídním fondu připadat na jednoho studenta, jestliže je zatím vybráno *k* korun a každý student má ještě přinést 200 Kč.

$\textit{na jednoho studenta} = \frac{\textit{všechny peníze}}{\textit{počet studentů}}$

$\textit{všechny peníze} = \textit{už vybrané} + \textit{nově přinesené}$

$\textit{nově přinesené} = \textit{částka} \cdot \textit{počet studentů} = 200s$

dosazuju: $všechny\ \ peníze = k + 200s$

$$na\ \ jednoho\ studenta = \frac{k + 200s}{s} = \frac{k}{s} + 200$$

c) Kolik peněz bude třeba na koupi maturitních šerp pro dívky a maturitních stužek pro chlapce, jestliže stužka stojí *t* korun a šerpa třikrát dražší?

$$částka = za\ stužky + za\ šerpy$$

$$za\ stužky = \ počet\ chlapců \cdot cena\ stužky = (s - h)t$$

$$za\ šerpy = \ počet\ dívek \cdot cena\ šerpy = h \cdot 3t$$

dosazuju: $částka = za\ stužky + za\ šerpy = (s - h)t + 3ht$

d) Kolikrát víc se utratí za šerpy než na stužky?

$$poměr = \frac{částka\ \ za\ šerpy}{částka\ za\ stužky} = \frac{3ht}{(s - h)t}$$

e) Jakou částku je nutné vybrat na šerpy a stužky od každého studenta, pokud všichni platí stejně a na zaplacení se použijí i všechny peníze z třídního fondu?

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ na\ vybrání}{počet\ studentů}$$

$$částka\ na\ vybrání\ = částka\ na\ zaplacení - částka\ ve\ \ fondu$$

dosazení z předchozích příkladů:

$$částka\ na\ vybrání\ = částka\ na\ zaplacení - částka\ ve\ \ fondu =$$

$$\left[(s - h)t + h \cdot 3t\right] - (k + 200s)$$

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ na\ vybrání}{počet\ studentů} = \frac{\left[(s - h)t + h \cdot 3t\right] - (k + 200s)}{s}$$

f) Jakou část ceny své ozdoby v procentech zaplatí děvčata? Jakou kluci?

holky

$$část\ ceny\ v\ \ procentech = \frac{částka\ na\ studenta}{1\%\ ceny\ šerpy}$$

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ za\ šerpy\ a\ stužky}{počet\ studentů}$$

$$1\%\ ceny\ šerpy = \frac{cena\ šerpy}{100} = \frac{3t}{100}$$

dosazuju z předchozího:

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ za\ šerpy\ a\ stužky}{počet\ studentů} = \frac{(s - h)t + h \cdot 3t}{s}$$

$$část\ ceny\ v\ \ procentech = \frac{částka\ na\ studenta}{1\%\ ceny\ šerpy} = \frac{\frac{(s - h)t + h \cdot 3t}{s}}{\frac{3t}{100}} =$$

$$= \frac{\left[(s - h)t + h \cdot 3t\right]}{3st}$$

kluci

$$část\ ceny\ v\ \ procentech = \frac{částka\ na\ studenta}{1\%\ ceny\ stužky}$$

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ za\ šerpy\ a\ stužky}{počet\ studentů}$$

$$1\%\ ceny\ stužky = \frac{cena\ stužky}{100} = \frac{t}{100}$$

dosazuju z předchozího:

$$částka\ na\ studenta = \frac{částka\ za\ šerpy\ a\ stužky}{počet\ studentů} = \frac{(s - h)t + h \cdot 3t}{s}$$

$$část\ ceny\ v\ \ procentech = \frac{částka\ na\ studenta}{1\%\ ceny\ stužky} = \frac{\frac{(s - h)t + h \cdot 3t}{s}}{\frac{t}{100}} =$$

$$= \frac{\left[(s - h)t + h \cdot 3t\right]}{st}$$

**6.** Mezi deset osob se měl stejným dílem rozdělit jistý obnos. Protože však počet osob vzrost o jednu a zároveň byl původní obnos snížen o 10%. dostal každý o 100 Kč méně. Urči původní částku.

původní částka …. $x$

$$\textit{původní na jednoho} - \textit{konečná na jednoho} = 100$$

$$\textit{původní na jednoho} = \frac{\textit{původní částka}}{\textit{původní počet osob}} = \frac{x}{10}$$

$$\textit{konečná na jednoho} = \frac{\textit{konečná částka}}{\textit{konečný počet lidí}}$$

$$\textit{konečná čáska} = \textit{původní} - \frac{10}{100}\textit{původní} = x - 0{,}1x = 0{,}9x$$

$$\textit{konečný počet lidí} = \textit{původní počet} + 1 = 10 + 1 = 11$$

dosazuji: $\textit{konečná na jednoho} = \dfrac{\textit{konečná částka}}{\textit{konečný počet lidí}} = \dfrac{0{,}9x}{11}$

$$\textit{původní na jednoho} - \textit{konečná na jednoho} = 100$$

$$\frac{x}{10} - \frac{0{,}9x}{11} = 100 \qquad /\cdot 10\cdot 11$$

$$11x - 9x = 11000$$

$$2x = 11000$$

$$x = 5500$$

**7.** Na stavbu domu je zapotřebí $n$ cihel, každá o hmotnosti $m$ kilogramů. Napiš výraz, který udává počet jízd potřebných k odvozu těchto cihel autem, které najednou uveze 3000 kg cihel.

$$\textit{počet jízd} = \frac{\textit{hmotnost cihel}}{\textit{nostnost auta}}$$

$$\textit{hmotnost cihel} = \textit{hmostnost cihly} \cdot \textit{počet cihel} = mn$$

dosazuju: $\textit{počet jízd} = \dfrac{\textit{hmotnost cihel}}{\textit{nostnost auta}} = \dfrac{mn}{3000}$

**8.** Na sídlišti jsou domy s různým počtem bytů. Kolik je na sídlišti celkem bytů, když je $k$ domů s 20 byty, $l$ domů s 30 byty, $m$ domů s 40 byty a 5 domů s 50 byty?

$$\textit{počet bytů v domech s } 20 \textit{ byty} = k \cdot 20$$

$$\textit{počet bytů v domech s } 30 \textit{ byty} = l \cdot 30$$

$$\textit{počet bytů v domech s } 40 \textit{ byty} = m \cdot 40$$

$$\textit{počet bytů v domech s } 50 \textit{ byty} = 5 \cdot 50 = 250$$

celkově: $\textit{počet bytů} = 20k + 30l + 40m + 250$

**9.** Bednička s broskvemi váží $b$ kg, prázdná $p$ kg. Kolik kg broskví je v $n$ takových bedničkách? Kolik budou bedničky stát, jestliže se za 1 kg broskví účtuje $c$ Kč a $d$ Kč za odvoz všech $n$ bedniček.

$$\textit{broskve v n bedničkách} = \textit{broskve v jedné} \cdot \textit{počet bedniček}$$

$$\textit{broskve v jedné} =$$

$$= \textit{hmotnost bedničky s broskvemi} - \textit{hmotnost bedničky} = b - p$$

Dosazuju:

$$\textit{broskve v n bedničkách} = \textit{broskve v jedné} \cdot \textit{počet bedniček} = (b-p)n$$

$$\textit{cena} = \textit{cena broskví} + \textit{cena odvoz}$$

$$\textit{cena broskví} = \textit{cena 1kg} \cdot \textit{počet kg} = c \cdot n(b-p)$$

Dosazuju:

$$\textit{cena} = \textit{cena broskví} + \textit{cena odvoz} = c \cdot n(b-p) + d$$

**10.** Traktorista oral v katastru farmy A $x$ dní po 10 hodinách a $y$ dní po 9 hodinách a v katastru farmy B $z$ dní po 10 hodinách. Kolik dní po 9 pracovních hodinách ještě musí odpracovat, aby odpracoval $m$ hodin?

$$\textit{počet dní} = \frac{\textit{neodpracované hodiny}}{\textit{hodiny za den}}$$

$$\textit{neodpracované hodiny} = \textit{všechny} - \textit{odpracované}$$

$$\textit{odpracované hodiny} = 10x + 9y + 10z$$

dosazuju:

$$\textit{neodpracované hodiny} = \textit{všechny} - \textit{odpracované} =$$

$$= m - (10x + 9y + 10z)$$

$$počet\ dní = \frac{neodpracované\ hodiny}{hodiny\ za\ den} = \frac{m-(10x+9y+10z)}{9}$$

**11.** Malíř bílí místnost o délce $a$ metrů, šířce $b$ metrů a výšce $c$ metrů. Jakou plochu vybílí, má-li místnost dvoje dveře o rozměrech $x$ krát $y$ metrů a jedno okno o rozměrech $r$ krát $s$ metrů?

$$plocha\ stěn = 2ac + 2bc$$

$$plocha\ stropu = ab$$

$$plocha\ dveří = 2xy$$

$$plocha\ okna = rs$$

$$plocha\ k\ vybílení = ab + 2ac + 2bc - 2xy - rs$$

**12.** Šířka obdélníka je $(3m+2n)$ cm a délka je o $(m-n)$ větší. Jak velký je jeho obvod?

$$délka = šířka + (m-n) = (3m+2n) + (m-n) = 4m+n$$

$$obvod = 2(šířka + délka) = 2(3m+2n+4m+n) = 14m+6n$$

**13.** Jak velký je obvod trojúhelníka, má-li jedna jeho strana délku $(m+n)$ cm, druhá strana je o $(n-5)$ cm kratší než prvá a třetí strana o $(2m+5)$ cm delší než druhá?

$$druhá = první - (n-5) = (m+n) - (n-5) = m+5$$

$$třetí = druhá + (2m+5) = m+5+2m+5 = 3m+10$$

$$o = (m+n) + (m+5) + (3m+10) = 5m+n+15$$

**14.** Před cenovou úpravou jsme mohli za k Kč koupit a kg vitamínů, po zdražení jen b kg vitamínů. O kolik procent byly vitamíny zdraženy?

$$procenta\ zdražení = \frac{rozdíl\ cen}{1\%\ staré\ ceny}$$

$$rozdíl\ cen = nová\ cena - stará\ cena$$

$$nová\ cena = \frac{částka}{počet\ kg\ po\ zdražení} = \frac{k}{b}$$

$$stará\ cena = \frac{částka}{počet\ kg\ před\ zdražením} = \frac{k}{a}$$

dosazuju:

$$1\%\ staré\ ceny = \frac{\frac{k}{a}}{100} = \frac{k}{100a}$$

$$rozdíl\ cen = nová\ cena - stará\ cena = \frac{k}{b} - \frac{k}{a}$$

$$procenta\ zdražení = \frac{rozdíl\ cen}{1\%\ staré\ ceny} = \frac{\frac{k}{b}-\frac{k}{a}}{\frac{k}{100a}}$$

$$\frac{\frac{k}{b}-\frac{k}{a}}{\frac{k}{100a}} = \frac{\frac{k(a-b)}{ab}}{\frac{k}{100a}} = \frac{k(a-b)100a}{kab} = \frac{(a-b)100}{b}$$