

## 1.8.4 Použití vzorců při úpravách mnohočlenů II

**Předpoklady:** 010803

**Pedagogická poznámka:** Obsah hodiny odpovídá přibližně 20 minutám. Zbytek hodiny píšeme písemku nebo počítáme samostatně sbírku.

**Pedagogická poznámka:** Ekvivalent úvodního příkladu používám na pětiminutovku.

**Př. 1:** Vypočti.

$$\text{a) } (2x-3)^2 - (4x+1)(x-3) \qquad \text{b) } (3x+2)^2 - (9x-1)(x+2)$$

$$\text{a) } (2x-3)^2 - (4x+1)(x-3) = 4x^2 - 12x + 9 - (4x^2 - 12x + x - 3) = -x + 12$$

$$\text{b) } (3x+2)^2 - (9x-1)(x+2) = 9x^2 + 12x + 4 - (9x^2 + 18x - x - 2) = -5x + 6$$

**Pedagogická poznámka:** Problémy jsou s mínusem před závorkou, kterou žáci často nepíší).

**Př. 2:** Odvoď pomocí vzorce  $(A+B)^3$ , vzorec  $(A-B)^3$ . Urči podmínky, které bude muset výsledný vzorec splňovat a s jejich pomocí jej zkontroluj.

Podmínky: Vzorec musí:

- být až na znaménko symetrický pro  $A$  a  $B$ ,
- součet mocnin  $A$  a  $B$  v každém členu musí dát dohromady třetí mocninu,
- musí obsahovat  $A^3$  a  $B^3$ ,
- před členy s lichou mocninou  $B$  musí být mínus.

Musíme v závorce  $(A-B)$  vyrobiť mezi členy mínus  $\Rightarrow (A-B) = (A+(-B))$ .

$$(A-B)^3 = (A+(-B))^3 = A^3 + 3A^2(-B) + 3A(-B)^2 + (-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

**Př. 3:** Vypočti pomocí vzorce  $(2x-1)^3$ .

$$(2x-1)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot 1 + 3(2x) \cdot 1^2 - 1^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

**Pedagogická poznámka:** Ačkoliv jde o jednoduché dosazení, objevují se v příkladu poměrně často chyby, které vyplývají z toho, že žáci použijí mínus dvakrát a dosazují do tvaru  $(2x-1)^3 = [2x-(-1)]^3$ .

**Př. 4:** Vypočti pomocí vzorce  $\left(3x^2y - \frac{1}{3}xy\right)^3$ .

$$\begin{aligned}\left(3x^2y - \frac{1}{3}xy\right)^3 &= (3x^2y)^3 - 3 \cdot (3x^2y)^2 \left(\frac{1}{3}xy\right) + 3(3x^2y) \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 - \left(\frac{1}{3}xy\right)^3 = \\ &= 27x^6y^3 - 9x^5y^3 + x^4y^3 - \frac{1}{27}x^3y^3\end{aligned}$$

**Př. 5:** Odvoď vzorce pro  $(A+B)^4$  a  $(A-B)^4$ . Před vlastním výpočtem najdi podmínky, které budou muset vzorce splňovat, a po výpočtu podle nich zkontroluj své výsledky.

Podmínky: Vzorec pro  $(A+B)^4$  musí:

- být symetrický pro  $A$  a  $B$ ,
- součet mocnin  $A$  a  $B$  v každém členu musí dát dohromady čtvrtou mocninu,
- musí obsahovat  $A^4$  a  $B^4$ ,
- všechny členy musí být kladné.

$$\begin{aligned}(A+B)^4 &= (A+B)^3(A+B) = (A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3)(A+B) = \\ &= A^4 + 3A^3B + 3A^2B^2 + AB^3 + A^3B + 3A^2B^2 + 3AB^3 + B^4 = \\ &= A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4\end{aligned}$$

Podmínky: Vzorec pro  $(A-B)^4$  musí:

- být až na znaménko symetrický pro  $A$  a  $B$ ,
- součet mocnin  $A$  a  $B$  v každém členu musí dát dohromady čtvrtou mocninu,
- musí obsahovat  $A^4$  a  $B^4$ ,
- před členy s lichou mocninou  $B$  musí být mínus.

$$\begin{aligned}(A-B)^4 &= [A+(-B)]^4 = A^4 + 4A^3(-B) + 6A^2(-B)^2 + 4A(-B)^3 + (-B)^4 = \\ &= A^4 - 4A^3B + 6A^2B^2 - 4AB^3 + B^4\end{aligned}$$

**Př. 6:** Vypočti:  $(2x-1)^4 - (x-2)^2(2x+3)^2$ .

$$\begin{aligned}(2x-1)^4 - (x-2)^2(2x+3)^2 &= \\ &= (2x)^4 - 4(2x)^3 \cdot 1 + 6(2x)^2 \cdot 1^2 - 4(2x) \cdot 1^3 + 1^4 - (x^2 - 4x + 4)(4x^2 + 12x + 9) = \\ &= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1 - (4x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 16x^3 - 48x^2 - 36x + 16x^2 + 48x + 36) = \\ &= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1 - (4x^4 - 4x^3 - 23x^2 + 12x + 36) = 12x^4 - 28x^3 + 47x^2 - 20x - 35\end{aligned}$$

**Př. 7:** Sbíрка příklad 4.

**Shrnutí:** Vzorce jsou často pravidelné a dopředu odhadnutelné.