

1. Zkrot lomené výrazy:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{72abx}{84aby} & \text{b) } \frac{p^2 - 2pq + q^2}{p^2 - q^2} & \text{c) } \frac{4a^2 - 1}{4a^2 - 4a + 1} \\ \text{d) } \frac{16 - 8a + a^2}{ab - 4b} & \text{e) } \frac{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}{a^2 + 2ac + c^2 - b^2} & \text{f) } \frac{ab + 2b - ac - 2c}{ab - 2b - ac + 2c} \\ \text{g) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} & \text{h) } \frac{3uv + 9v - 2u - 6}{3uv - 2u - 9v + 6} & \text{i) } \frac{a^2 + 2a - 15}{3a + 15} \\ \text{j) } \frac{a^2 - a - 20}{a^2 + a - 30} & \text{k) } \frac{3x^2 + x - 10}{4x^2 + x - 14} & \text{l) } \frac{x^3 + x^2y + xy^2}{x^3y - y^4} \end{array}$$

2. Rozšíř dané lomené výrazy na tvary se jmenovatelem ve složené závorce:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x}{y-2} \{(2-y)\} & \text{b) } \frac{x+3}{2-x} \{(x^2-4)\} & \text{c) } \frac{y-1}{x+1} \{(x^3+1)\} \\ \text{d) } \frac{a+1}{(a+1)^2} \{(a^2-1)\} & \text{e) } \frac{x-1}{x^2-1} \{(x+1)^3\} \end{array}$$

3. Dokaž, že platí:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{ac + bx + ax + bc}{ay + 2bx + 2ax + by} = \frac{x+c}{2x+y} & \text{b) } \frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3} = \frac{x+z}{(1-y)^2} \\ \text{c) } \frac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5} = \frac{1}{3a^2 - b^2} \end{array}$$

4. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{2m-n}{m-n} + \frac{m}{n-m} & \text{b) } \frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{zy} + \frac{x+z}{xz} & \text{c) } \frac{u^2+1}{u+1} - u \\ \text{d) } \frac{4mn}{m-n} + (m-n) & \text{e) } 1 - \frac{2p}{q} + \frac{p^2}{q^2} - \frac{(q-p)^2}{q^2} & \text{f) } \frac{7v-1}{2v^2+6v} + \frac{5-3v}{v^2-9} \\ \text{g) } \frac{2p+q}{p^2+pq} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p+q} & \text{h) } \frac{a-2b}{a+b} - \frac{2a-b}{b-a} - \frac{2a^2}{a^2-b^2} \\ \text{i) } \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} - \frac{x(4-x)}{1-x^2} & \text{j) } \frac{4}{3m-3n} - \frac{3m-4n}{2m^2-4mn+2n^2} \end{array}$$

5. Zjednoduš výraz $a+1+\frac{a-1}{a^2-a+1}$ a dokaž, že má smysl pro každé a .

6. Dokaž, že pro všechna nenulová čísla t je součet výrazů $1+t$ a $1+\frac{1}{t}$ roven jejich součinu.

7. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3x^3b^3}{25y^4} \cdot \left(-\frac{15y}{b^2}\right) & \text{b) } \frac{9x}{a^3} \cdot \left(-\frac{y}{32b^2}\right) \left(-\frac{4a}{27xy}\right) \cdot 24a^2b^3 \\ \text{c) } \frac{2v^2+8v+8}{v-2} \cdot \frac{(v-2)^2}{4(v+2)} & \text{d) } \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{a^2}{a-b} \quad \text{e) } \left(\frac{3}{1+s} - 1\right) \left(\frac{3}{2-s} - 1\right) \\ \text{f) } \left(y+1 + \frac{1}{2y-1}\right) \left(y-1 + \frac{1}{2y+1}\right) & \text{g) } \left(\frac{x^2}{x-y} - x\right) \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{y}{x}\right) \\ \text{h) } \left[\frac{3}{(x-3)^3} + \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^2-9}\right] \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2+9} \end{array}$$

8. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left(\frac{18a^2}{b^3} \cdot \frac{c}{2a^3}\right) : \left(-\frac{3a}{b^2c}\right) & \text{b) } \frac{a^2+ax}{x-x^2} : \frac{x^2+ax}{a-ax} \\ \text{c) } \left(\frac{2x^2-4x+2}{x^2+1} : \frac{6x-6}{x^4-1}\right) : \frac{x+1}{3} & \text{d) } \frac{r^4-s^4}{r^2s^2} : \left[\left(1+\frac{s^2}{r^2}\right)\left(1-\frac{2r}{s}+\frac{r^2}{s^2}\right)\right] \\ \text{e) } \left(1+\frac{a^3}{b^3}\right) : \left(1+\frac{a}{b}\right) & \text{f) } (c^3-d^3) : \left(c+\frac{d^2}{c+d}\right) \end{array}$$

9. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{m-\frac{4}{m}}{m+2} & \text{b) } \frac{\frac{a+b}{a-b}-1}{\frac{a-b}{a-b}+1} & \text{c) } \frac{\frac{x}{4}-\frac{x-1}{5}}{\frac{x+1}{6}-\frac{x-1}{10}} & \text{d) } \frac{\frac{r+s}{r-s}-\frac{r-s}{r+s}}{1-\frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}} \\ \text{e) } \frac{2-\frac{k^2+z^2}{kz}}{\frac{k}{z^2}-\frac{2}{z}+\frac{1}{k}} & \text{f) } \frac{\frac{a^2}{b^2}-\frac{a}{b}}{\frac{a^2+b^2}{ab}-2} : \frac{a^2}{b} & \text{g) } \frac{\frac{a}{b}-\frac{b^2}{a^2}}{1-\frac{b}{a}} (a^2-ab+b^2) \\ \text{h) } \frac{\frac{a^4-b^4}{a^2b^2}}{\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)\left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right)} & \text{i) } \frac{\frac{x^3}{y^2}+\frac{x^2}{y}+x+y}{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{x^2}} \end{array}$$

Řešení :

1. a) $\frac{6x}{7y}$ b) $\frac{p-q}{p+q}$ c) $\frac{2a+1}{2a-1}$ d) $\frac{a-4}{b}$ e) $\frac{a+b-c}{a-b+c}$ f) $\frac{a+2}{a-2}$ g) $\frac{x-2}{x-3}$ h) $\frac{u+3}{u-3}$ i) $\frac{a-3}{3}$

j) $\frac{a+4}{a+6}$ k) $\frac{3x-5}{4x-7}$ l) $\frac{x}{y(x-y)}$ 2. a) $\frac{-x}{2-y}$ b) $\frac{-x^2-5x-6}{x^2-4}$ c) $\frac{(y-1)(x^2-x+1)}{x^3+1}$ d) $\frac{a-1}{a^2-1}$

e) $\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^3}$ 4. a) $1; m \neq n$ b) $\frac{2}{z}; x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0$ c) $\frac{1-u}{u+1}; u \neq -1$

d) $\frac{(m+n)^2}{m-n}; m \neq n$ e) $0; q \neq 0$ f) $\frac{v^2-12v+3}{2v(v-3)(v+3)}; v \neq 0; v \neq \pm 3$

g) $\frac{2}{p}; p \neq 0; p \neq -q$ h) $\frac{a-b}{a+b}; a \neq \pm b$ i) $\frac{x^2}{1-x^2}; x \neq \pm 1$

j) $\frac{4n-m}{6(m-n)^2}; m \neq n$ 5. $\frac{a^3+a}{a^2-a+1}$ mnohočlen ve jmenovateli není nikdy

roven nule 7. a) $-\frac{9x^3b}{5y^3}; y \neq 0; b \neq 0$ b) $b; x \neq 0; y \neq 0; a \neq 0; b \neq 0$

c) $\frac{1}{2}(v^2-4); v \neq \pm 2$ d) $-\frac{a}{b}; a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$ e) $1; s \neq -1; s \neq 2$

f) $y^2; y \neq \pm \frac{1}{2}$ g) $\frac{x^2+xy+y^2}{y}; x \neq 0; y \neq 0; x \neq y$

h) $\frac{x^3-6x^2+12x+9}{x^4-81}; x \neq \pm 3$ 8. a) $-\frac{3c^2}{a^2b}; a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$

b) $\left(\frac{a}{x}\right)^2; x \neq 0; a \neq 0; x \neq 1; x \neq -a$ c) $(x-1)^2; x \neq \pm 1$

d) $\frac{r+s}{r-s}; r \neq 0; s \neq 0; r \neq s$ e) $\frac{b^2-ba+a^2}{b^2}; b \neq 0; b \neq -a$

f) $c^2-d^2; c \neq -d$ 9. a) $\frac{(m-2)}{m}; m \neq 0; m \neq -2$ b) $\frac{b}{a}; a \neq 0; a \neq -b$

c) $\frac{3}{4}; x \neq -4$ d) $-\frac{2r}{s}; s \neq 0; r \neq \pm s$ e) $-z; k \neq 0; z \neq 0; k \neq z$

f) $\frac{1}{a-b}; a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$ g) $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{ab}; a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$

h) $\frac{a+b}{a-b}; a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$ i) $\frac{x^2}{(x-y)}; x \neq 0; y \neq 0; x \neq \pm y$

*(smrtící)****Sbírka příkladů na
krácení, rozšiřování,
sčítání, násobení,
mocnění, dělení a
zjednodušování
lomených výrazů***