1.9.4 Vyjádření neznámé ze vzorce IV

Předpoklady: 1903

Problematické bývá i vyjadřování jedné veličiny ze soustavy rovnic, nejčastěji u rovnoměrně zrychleného pohybu.

Př. 1: Ze soustavy rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí $v = at$, $s = \frac{1}{2}at^2$ vyjádři čas t pomocí dráhy s a rychlosti v.

Tři veličiny ze zadání (čas t, dráha s, rychlost v) se nevyskytují ani v jedné z rovnic. Musíme tedy z rovnice pro rychlost vyjádřit zrychlení a dosadit za něj do rovnice pro dráhu (bylo by možné provést to i opačně):

$$v = at \quad / : t$$

$$a = \frac{v}{t}$$

Teď můžeme v druhé rovnici nahradit všechny výskyty zrychlení a odvozeným výrazem:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

$$s = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{t}\right)t^2$$

Máme rovnici, která už neobsahuje zrychlení, vyjádříme si z ní čas:

$$s = \frac{1}{2}\frac{v}{t}t^2$$

$$s = \frac{1}{2}vt$$

$$t = \frac{2s}{v}$$

Pedagogická poznámka: I když studenti budou upravovat vzorce s jistotou, předchozí příklad je tím, že pracujeme se dvěma vzorci najednou, pro ně nový a většinou si jeho řešení musíme říci společně a kontrolovat po jednotlivých krocích.

Př. 2: Ze soustavy rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí $v = at$, $s = \frac{1}{2}at^2$ vyjádři:

a) zrychlení a pomocí času t a dráhy s

b) zrychlení a pomocí dráhy s a rychlosti v

a) zrychlení a pomocí času t a dráhy s

strašně jednoduché, všechny veličiny ze zadání obsahuje druhý vzorec $s = \frac{1}{2}at^2$, zároveň neobsahuje žádnou jinou veličinu $\Rightarrow$ stačí použít pouze druhý vzorec

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad / \cdot 2$$

$2s = at^2 \quad / : t^2$

$a = \frac{2s}{t^2}$

b) zrychlení a pomocí dráhy s a rychlosti v
ani jeden ze vzorců neobsahuje tři veličiny uvedené v zadání $\Rightarrow$ ze vzorce $v = at$ (je jednodušší) si vyjádříme t (ten ve výsledku být nemá $\Rightarrow$ potřebujeme se ho zbavit) a vyjádřený vzorec dosadíme do druhé rovnice:

$v = at \quad / : a$

$t = \frac{v}{a}$

dosadíme do druhé rovnice: $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2$

$s = \frac{1}{2}a\frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}$ $\qquad$ a můžeme zkrátit

$s = \frac{v^2}{2a} \quad / \cdot a$

$as = \frac{v^2}{2} \quad / : s$

$a = \frac{v^2}{2s}$

Pedagogická poznámka: Nevím proč, ale ještě častěji než dosazení bez umocnění, se objevuje neschopnost zkrátit *a*. Nezanedbatelný počet studentů se v tomto místě zasekne řeší ho naprosto neuvěřitelnými způsoby.

Př. 3: Sbírka zbytek příkladu 6.

Př. 4: Ze soustavy rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ vyjádři zrychlení a pomocí dráhy s a rychlostí v a v_0.

Čtyři veličiny ze zadání (zrychlení a, dráha s, rychlosti v a v_0.) se nevyskytují ani v jedné z rovnic. Musíme tedy z rovnice pro rychlost vyjádřit čas a dosadit za něj do rovnice pro dráhu (opačně to nejde, protože druhá rovnice je pro čas, kterého se chceme zbavit kvadratická):

$v = v_0 + at \quad / - v_0$

$v - v_0 = at \quad / : a$

$\frac{v - v_0}{a} = t$

$t = \frac{v - v_0}{a}$

Teď můžeme v druhé rovnici nahradit všechny výskyty času t odvozeným výrazem:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

Máme rovnici, která už neobsahuje čas, vyjádříme si z ní zrychlení:

$$s = \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} a \frac{v^2 - 2 v v_0 + v_0^2}{a^2}$$

$$s = \frac{2 v_0 v - 2 v_0^2}{2a} + \frac{v^2 - 2 v v_0 + v_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{2 v_0 v - 2 v_0^2 + v^2 - 2 v v_0 + v_0^2}{2a}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \qquad / \cdot \frac{a}{s}$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

Př. 5: Sbírka příklad 7.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad působí skoro polovině studentů značné problémy. Tím jenom demonstruje nesmyslnost současné koncepce ve výuce fyziky, protože ve fyzice jsou tyto příklady řešeny v říjnu. Tedy o tří měsíce dříve než tady. bez předchozí výuky počítání (předcházející kapitoly zabírají přibližně dva měsíce výuky (18 vyučovacích hodin v ideálním případě bez cvičení). Není v žádném případě reálně možné, aby takto podrobně probral úpravy fyzikář a tak jsou studenti odsouzeni k trpnému přihlížení zběsilému reji písmenek na tabuli, který jim nic neříká, ale vztah k fyzice otravuje spolehlivě.

Shrnutí: Pokud musíme k vyjádření neznámé použít dvě rovnice, vyjadřujeme z rovnice jednodušší a dosazujeme do rovnice složitější.