

## 2.1.5 Graf funkce I

### Předpoklady: 2104

**Pedagogická poznámka:** Největší změnou oproti klasickému řazení v gymnaziální sadě, je spojení dílů o rovnicích a funkcích. Představa grafu umožňuje studentům daleko lépe pochopit o co při řešení rovnice a zejména nerovnic jde, případně jaké může být řešení. Je faktem, že minimálně polovina studentů má o grafech je velice vágní povědomí a čtvrtina nejhorších neumí ani odečítat hodnoty. Proto se ukázalo, že je nutné zařadit na začátek kapitoly o funkcích několik hodin, které procvičují právě orientaci v grafech. Při probírání těchto tří hodin jsou mezi studenty obrovské rozdíly, nechávám rychlejší část třídy, aby si ve zbytku času potichu pracovala na čemkoliv a věnuji se těm nejhorším.

**Pedagogická poznámka:** Přesné odečítání není možné z obrázků promítaných z učebnice. Grafy je udělány ještě jednou ve speciálním souboru, který vytisknu a dám ho studentům k dispozici.

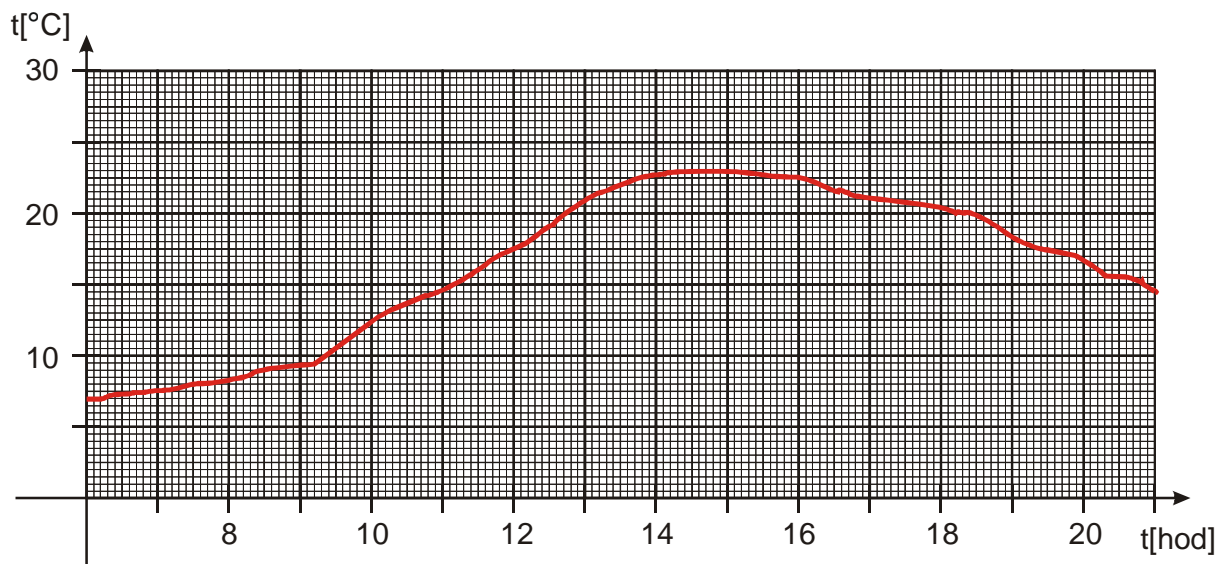
U termografu je pak možné trvat na přesném odečtení hodnot. Při tom se pozná, kdo ze studentů je schopen přepočítávat údaje na osách a zjistit velikost jednoho čtverečku.

U ostatních příkladů pak můžete při pomoci slabším studentům ukazovat prstem nebo tužkou do papírku před nimi, což je daleko názornější než blikání ukazovátkem na vzdálené stěně.

V neposlední řadě jde i to, že grafy jsou příliš velké a nevejdou se v dostatečném přiblížení na stěnu najednou i s řešením.

**Pedagogická poznámka:** Ve všech příkladech je dobré studentům neustále ukazovat, že jde pořád o zobrazování cesto od čísel na ose  $x$  k číslům na ose  $y$ .

- Př. 1:** Z termografu na obrázku zjisti:
- teplotu vzduchu v 8:00, 10:30, 6:00, 15:45 a 20:20
  - jaká byla nejvyšší a nejnižší teplota
  - v jakém časovém rozmezí byla teplota měřena
  - v jakém rozsahu se pohybovaly teploty během měření
  - definiční obor a obor hodnot zachycené funkce
  - kdy byla teplota vzduchu vyšší než  $20^\circ$
  - kdy byla teplota vzduchu nižší než  $15^\circ$



a) teplotu vzduchu:

<b>čas</b>	8:00	10:30	6:00	15:45	20:20
<b>teplota</b>	$8,3^\circ\text{C}$	$13,7^\circ\text{C}$	$7^\circ\text{C}$	$22,5^\circ\text{C}$	$15,4^\circ\text{C}$

b) jaká byla nejvyšší a nejnižší teplota

nejvyšší teplota  $23^\circ\text{C}$ , nejnižší teplota  $7^\circ\text{C}$

c) v jakém časovém rozmezí byla teplota měřena

od 6:00 do 21:00

d) v jakém rozsahu se pohybovaly teploty během měření

od  $7^\circ\text{C}$  do  $23^\circ\text{C}$

e) definiční obor a obor hodnot zachycené funkce

funkce nemá žádný předpis  $\Rightarrow$  má smysl uvažovat o jejich hodnotách pouze pro čísla

s nakreslenou hodnotou v grafu  $\Rightarrow D(f) = \langle 6; 21 \rangle$ ,  $H(f) = \langle 7; 23 \rangle$

f) kdy byla teplota vzduchu vyšší než  $20^\circ$

od 12:42 do 18:24

g) kdy byla teplota vzduchu nižší než  $15^\circ$

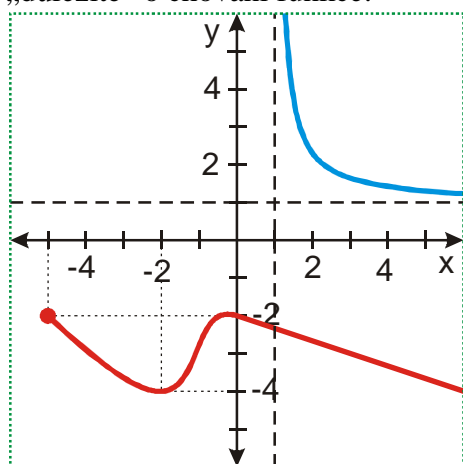
od 6:00 do 11:09, od 20:50 do 21:00

**Pedagogická poznámka:** Způsob, kterým studenti vnímají matematiku dobře ilustrují dva fakty:

předchozí příklad je pro ně podstatně jednodušší než hledání funkčních hodnot v příkladu 4.

body c) d) udělají bez problémů, ale nedaří se jim bod e). Mají totiž problémy vztáhnout definici, kterou si mohou třeba i přečíst z poznámek z minulé hodiny, k něčemu reálnému. Upozorněte je na to.

Něž se pustíme do dalších příkladů musíme si ujasnit, jak se grafy funkcí kreslí. Problém nastává, když chceme nakreslit funkci, s velkým rozsahem definičního oboru nebo oboru hodnot. Máme k dispozici pouze omezenou plochu, na kterou se snažíme nakreslit všechno „důležité“ o chování funkce:



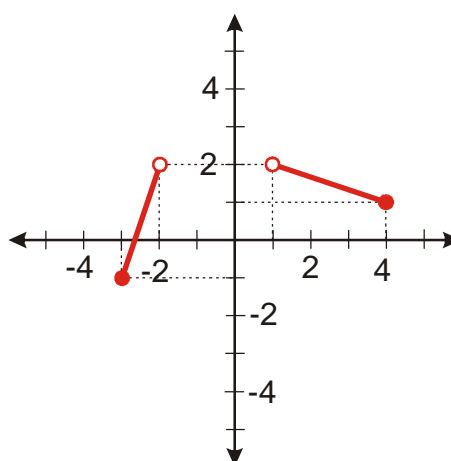
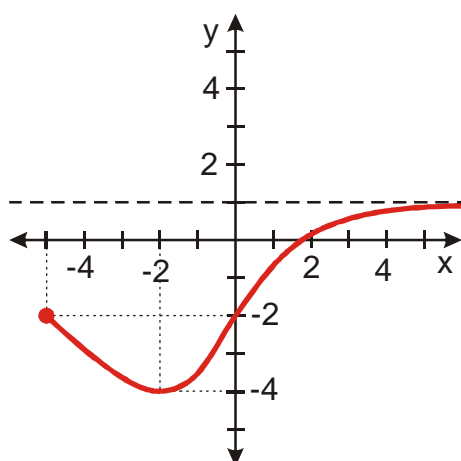
Pokud je graf funkce nakreslen až ke kraji obrázku (na obrázku je okraj vyznačen zelenými tečkami), **předpokládá se, že funkce pokračuje stejným způsobem dále**  $\Rightarrow$

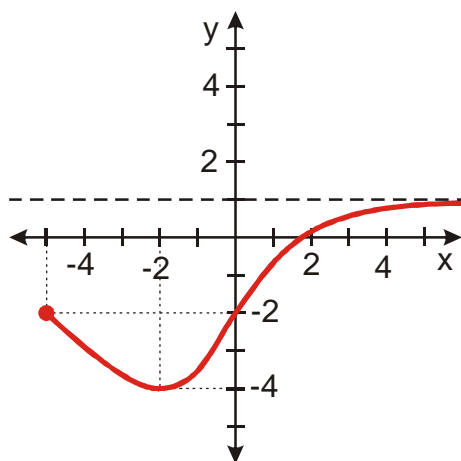
- červená funkce vpravo dole postupně směřuje šikmo dolů  $\Rightarrow$  hodnoty  $x$  s postupně zvětšují k nekonečnu a hodnoty  $y$  se postupně zmenšují k minus nekonečnu

Aby bylo směřování funkcí zřejmější, kreslíme do obrázku pomocné čáry (svislá a vodorovná čárkovaná čára)  $\Rightarrow$

- modrá funkce vpravo nahoře postupně zvětšuje hodnoty  $x$  k nekonečnu, hodnoty  $y$  se postupně zmenšují, ale ne k minus nekonečnu jako u červené funkce pouze se čím dál víc blíží k jedničce (vodorovná čára)
- modrá funkce se nahoře postupně zprava přibližuje k svislé čáře procházející jedničkou  $\Rightarrow$  jak se hodnoty  $x$  zprava přibližují k 1, hodnoty  $y$  se přibližují k nekonečnu

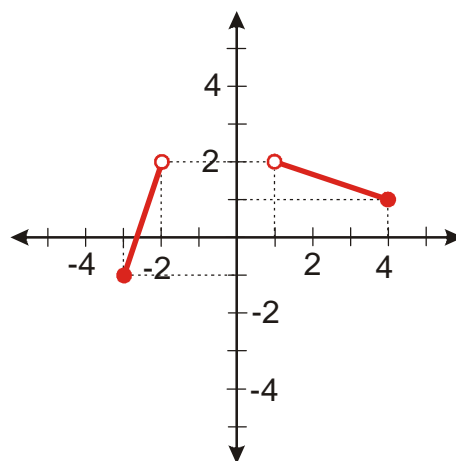
**Př. 2:** Na obrázcích jsou nakresleny grafy funkcí. Urči jejich  $D(f)$  a  $H(f)$ .





$$D(f) = \langle -5; \infty \rangle$$

$$H(f) = \langle -4; 1 \rangle$$



$$D(f) = \langle -3; -2 \rangle \cup \langle 1; 4 \rangle$$

$$H(f) = \langle -1; 2 \rangle$$

**Pedagogická poznámka:** Předchozí příklad je také opakováním sjednocení množin a intervalů. Je třeba trvat na tom, že je nutností, aby si tyto věci studenti pamatovali, bez ohledu na to, že byly probrány už před dlouhou dobou. Někteří studenti mají problémy s řešením předchozího příkladu kvůli tomu, že stále nepracují s tím, že definiční obor určují hodnoty s osy  $x$  a obor hodnoty čísla s osy  $y$ .

