## 2.1.7 Prostá funkce

**Předpoklady:** 2103,

**Pedagogická poznámka:** Doba nutná k probrání této hodiny hodně závisí na tom, do jaké míry necháte studenty pracovat samostatně, při řešení příkladu 2. Pokud jim řešení prozradíte sami, zvládnete hodinu za deset minut a můžete ji přilepit k jiné. Já osobně věnují prvnímu příkladu tak 5 minut (studenti si v naprosté většině případů musí najít definici prostého zobrazení v sešitě) a pak jsou překvapeni, jak málo toho musí změnit. Druhý příklad pomocí různého postrkávání trvá tak deset minut, grafy roztřídíme za 5. Pro zbytek hodiny je několik možností. Kromě příkladu 4 (popsán níže) je možné psát písemku, nebo počítat sbírku.
Pokud počítáme sbírku, většinu studentů nechám pracovat samostatně, s menšinou, která se špatně orientuje v grafech, společně řešíme příklady, které by jejich orientaci měly zlepšit.

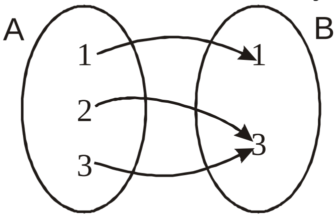
Každá funkce je zobrazení (funkce je speciální druh zobrazení), pokud splňuje podmínky pro prosté zobrazení, říkáme jí **prostá funkce**.

**Př. 1:** Sestav definici prosté funkce. Nejdříve se pokus definici sestavit bez pomoci definice prostého zobrazení.

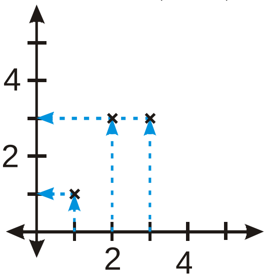
Prostá funkce:
Funkce *f* se nazývá prostá právě, když pro každá dvě $x_1; x_2 \in D(f)$ platí je-li $x_1 \neq x_2$ pak i $y_1 \neq y_2$.

**Př. 2:** Stanov pravidlo, podle kterého půjde z grafu určit, zda se jedná o funkci prostou.

Zkusíme napodobit postup z minulé hodiny, kdy jsme hledali podmínku, kterou musí splňovat graf funkce.
Nakreslíme si množinový obrázek funkce, která není prostá.



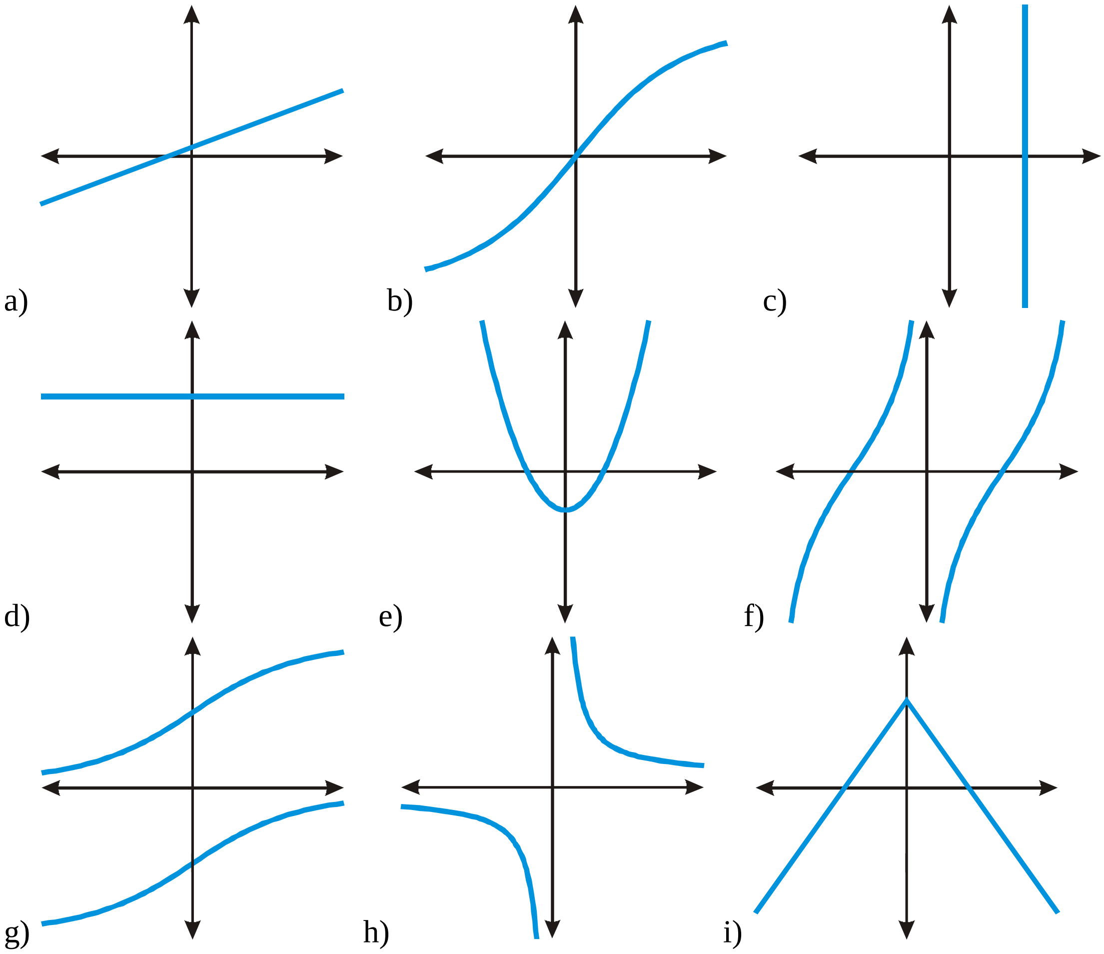

Pro různá *x* (2 a 3) máme stejné *y* (3). Nakreslíme si graf.




$\Rightarrow$ Funkce je prostá, právě když žádné dva body jejího grafu nejsou stejně vysoko ($\Rightarrow$ nemají stejnou hodnotu *y*)

$\Rightarrow$ Funkce je prostá, právě když jejím grafem prochází každá vodorovná čára maximálně jednou.

**Př. 3:** Urči, které z obrázků zachycují prosté funkce.




Prosté jsou funkce a), b), h). Na obrázcích c) a g) nejsou zobrazeny funkce.

**Pedagogická poznámka:** Obrázky relací jsou mezi funkce podstrčeny schválně. Část studentů zapomene, že kromě podmínky pro hodnoty na ose *y* musí graf splňovat i podmínky pro funkci a grafy c) a g) vyhodnotí jako prosté funkce.

**Pedagogická poznámka:** Následující příklady řešíme netypicky. Žáci pracují ve dvojicích, tabuli nepoužíváme. Oba spolusedící vyřeší bod 4 a) a pak si vymění sešity. Každý z nich pak v kontrolovaném příkladě určí definiční obor (obor hodnot, funkční hodnotu), o které se píše v zadání, a podle výsledku rozhodne, zda je příklad vyřešený správně. Pak si sešity vrátí a buď opravují předchozí bod nebo pokračují dále. Já pracuji s lichým a kontroluji dvojice, kde je pravděpodobnost, že by případná chyba mohla zůstat neodhalena. Nedá se čekat, že by všichni žáci všechno stíhali, proto je po určité době posílám do dalšího příkladu.

**Př. 4:** Nakresli graf libovolné funkce pro kterou najednou platí všechny podmínky:

a) $D(f) = R$, $f(3) = f(-1)$

b) $D(f)=(-\infty;-1)\cup\langle 0;4\rangle$, $f(-2)<f(1)<f(3)$

c) $D(f)=\langle -3;-2\rangle\cup(2;\infty)$, $f(x)>0$, $f(-2)=2$

d) $D(f)=(-4;-1\rangle\cup\langle 3;4\rangle\cup\{0;1\}$, funkce je prostá, $f(0)=-1$

**Př. 5:** Nakresli graf libovolné funkce pro kterou najednou platí všechny podmínky:

a) $H(f)=R$, $f(3)=f(-1)$

b) $H(f)=(-5;-1)\cup\langle 0;4\rangle$, $f(-2)>f(1)>f(3)$

c) $H(f)=(-\infty;-1)\cup\langle 2;5\rangle$, $f(-2)=f(3)$

d) $H(f)=(-3;-1\rangle\cup\langle 3;4\rangle\cup\{0;1\}$, funkce je prostá, $f(0)=-1$

**Př. 6:** Nakresli graf libovolné funkce pro kterou najednou platí všechny podmínky:

a) $D(f)=R$, $H(f)=(-\infty;-1)\cup\langle 0;4\rangle$

b) $D(f)=(-\infty;2)$, $H(f)=R$ $f(-2)<f(1)$

c) $D(f)=\langle -3;-1\rangle\cup(2;\infty)$, $H(f)=(-\infty;0)\cup\langle 2;4)$, $f(-2)=2$

d) $D(f)=(-\infty;-1\rangle\cup\{0;1\}$, $H(f)=R$, funkce je prostá, $f(0)=-1$

**Př. 7:** Petáková:
strana 25/cvičení 22

**Shrnutí:** Prostá funkce musí pro různá *x* vytvářet různá *y* $\Rightarrow$ ze dvou různých čísel se nesmíme dostat ke stejnému cíli.