

2.2.4 Lineární rovnice II

Předpoklady: 2204

Pedagogická poznámka: Čtyři příklady na celou hodinu se mohou zdát málo, ale většina studentů všechny příklady za jednu hodinu nespočítá. I když si na začátku společně řekneme, jakou strategii u jednotlivých příkladů zvolit, studenti mají s jejich dodržováním hodně problémů. Přesto to byla jedna z nejzajímavějších hodin. Tato hodina je také dobrým místem na rozdělávání odměn za počítání. Všem, kteří spočítají všechny čtyři příklady, dávám plus, kdo zvládne tři příklady z Petákové, má jedničku.

Chyby, které studenti dělají:

- Špatné umocnění závorek na levé straně, současné umocňování a odstraňování druhé závorky vlevo.
- Postupné sčítání zlomků a následné zamotání se do výpočtů, problémy se znaménky.
- Nejasnosti ohledně zlomkových čar.
- Problémy s hledáním společného jmenovatele, početní chyby.

Př. 1: Vyřeš rovnice:

$$a) (x+1)^3 - (x-1)^3 = 6(x+2)(x-1) + 9(x+1) - 9(x-1)$$

$$b) \frac{3-2x}{2} - \left(\frac{3+x}{3} - \frac{2x-3}{4} \right) + 2 = x - \left(\frac{x+1}{6} - \frac{2-x}{12} \right)$$

$$c) \frac{x + \frac{2x+3}{2}}{3} = \frac{x - \frac{x-2}{2}}{3}$$

$$d) \frac{9n-0,7}{4} - \frac{5n-1,5}{7} = \frac{7n-1,1}{3} - \frac{5(0,4-2n)}{6}$$

Než začneš rovnice řešit, rozmysli si strategii postupu tak, aby byl postup co nejprůhlednější a zaručoval nejsnadnější dosažení výsledku.

a) Umocnění závorek, zjednodušení výrazů na obou stranách, pak teprve převádění neznámých na jednu stranu (převádění a upravování najednou způsobuje hodně chyb).

$$(x+1)^3 - (x-1)^3 = 6(x+2)(x-1) + 9(x+1) - 9(x-1)$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) = 6(x^2 - x + 2x - 2) + 9x + 9 - 9x + 9$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 6x^2 + 6x - 12 + 18$$

$$6x^2 + 2 = 6x^2 + 6x + 6$$

$$-4 = 6x$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$K = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

b) Odstraníme závorky a pak vynásobíme rovnici, abychom se zbavili zlomků (výhoda rovnic oproti zjednodušování výrazů, vynásobením zlomky zmizí a tím se situace hodně zjednoduší).

$$\frac{3-2x}{2} - \left(\frac{3+x}{3} - \frac{2x-3}{4} \right) + 2 = x - \left(\frac{x+1}{6} - \frac{2-x}{12} \right)$$

$$\frac{3-2x}{2} - \frac{3+x}{3} + \frac{2x-3}{4} + 2 = x - \frac{x+1}{6} + \frac{2-x}{12} \quad / \cdot 12$$

$$6(3-2x) - 4(3+x) + 3(2x-3) + 2 \cdot 12 = 12x - 2(x+1) + 2 - x$$

$$18 - 12x - 12 - 4x + 6x - 9 + 24 = 12x - 2x - 2 + 2 - x$$

$$-10x + 21 = 9x$$

$$21 = 19x$$

$$x = \frac{21}{19} \qquad K = \left\{ \frac{21}{19} \right\}$$

c) Postupně budeme odstraňovat složené zlomky (pozor na pořadí zlomkových čar), až získáme na obou stranách rovnice zlomky, které odstraníme vynásobením. Jmenovatele zlomků nemusíme roznásobovat, stačí je psát jako součin menších čísel.

$$x + \frac{2x+3}{3} = x - \frac{x-2}{4}$$

$$x + \frac{2x+2x+3}{3} = x - \frac{2x-(x-2)}{4}$$

$$x + \frac{4x+3}{3} = x - \frac{x+2}{4}$$

$$x + \frac{4x+3}{6} = x - \frac{x+2}{6}$$

$$\frac{6x+4x+3}{6} = \frac{6x-(x+2)}{6}$$

$$\frac{10x+3}{6} = \frac{5x-2}{6}$$

$$\frac{10x+3}{6 \cdot 3} = \frac{5x-2}{6 \cdot 4} \quad / \cdot 6 \cdot 12$$

$$4(10x+3) = 3(5x-2)$$

$$40x+12 = 15x-6$$

$$25x = -18$$

$$x = -\frac{18}{25} \qquad K = \left\{ -\frac{18}{25} \right\}$$

d) Roznásobíme závorku napravo, zbavíme se zlomků vynásobením. Číslo, kterým násobíme rovnici, si můžeme napsat jako součin menších čísel.

$$\frac{9n-0,7}{4} - \frac{5n-1,5}{7} = \frac{7n-1,1}{3} - \frac{5(0,4-2n)}{6}$$

$$\frac{9n-0,7}{4} - \frac{5n-1,5}{7} = \frac{7n-1,1}{3} - \frac{2-10n}{6} \quad / \cdot 4 \cdot 7 \cdot 3$$

$$21(9n-0,7) - 12(5n-1,5) = 28(7n-1,1) - 14 \cdot (2-10n)$$

$$189n - 14,7 - 60n + 18 = 196n - 30,8 - 28 + 140n$$

$$129n + 3,3 = 336n - 58,8$$

$$62,1 = 207n$$

$$n = \frac{62,1}{207} = 0,3 \qquad K = \{0,3\}$$

Př. 2: Petáková:
strana 12/cvičení 1 a) b) c) d) e)

Shrnutí: Při řešení příkladů je třeba rozmyslet postup. Můžeme tak ušetřit hodně práce.