

2.5.3 Doplnění na čtverec II

Předpoklady: 020502

Př. 1: Uprav kvadratickou funkci $y = -x^2 + 4x + 2$ doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit její graf.

Problém: Předpis funkce nezačíná x^2

Řešení: Vytkneme mínus před závorku a uvnitř máme to, co už umíme.

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4x + 2 = -(x^2 - 4x) + 2 = -(x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 2^2) + 2 = -[(x - 2)^2 - 4] + 2 = \\ &= -(x - 2)^2 + 4 + 2 = -(x - 2)^2 + 6\end{aligned}$$

Př. 2: Uprav zadané kvadratické funkce doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit jejich graf.

a) $y = 2x^2 + 6x + 4$

b) $y = 0,5x^2 + x + 1$

c) $y = -2x^2 + 4x + 7$

Třikrát stejný problém i stejné řešení jako v předchozím příkladu.

a)

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 6x + 4 = 2(x^2 + 3x) + 4 = 2\left[x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] + 4 = 2\left[\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] + 4 = \\ &= 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} + 4 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}y &= 0,5x^2 + x + 1 = 0,5(x^2 + 2x) + 1 = 0,5(x^2 + 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2) + 1 = 0,5[(x + 1)^2 - 1] + 1 = \\ &= 0,5(x + 1)^2 - 0,5 + 1 = 0,5(x + 1)^2 + 0,5\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x + 7 = -2(x^2 - 2x) + 7 = -2(x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2) + 7 = -2[(x - 1)^2 - 1] + 7 = \\ &= -2(x - 1)^2 + 2 + 7 = -2(x - 1)^2 + 9\end{aligned}$$

Př. 3: Petáková:

strana 29/cvičení 54 $f_1, f_2, f_4, f_7, f_8, f_9$

Shrnutí: Z kvadratického trojčlenu můžeme vytvořit druhou mocninu tím, že je doplníme na vzorec $(A \pm B)^2$.