2.3.20 Shrnutí - Kvadratické funkce, rovnice a nerovnice

Předpoklady: 020320

Důležité znalosti

Kvadratický trojčlen ax^2+bx+c **:**

- konstanty *a*, *b*, *c* určují, se kterým z kvadratických trojčlenů právě pracujeme (odlišují například trojčlen $3x^2-2x+15$ od trojčlenu x^2+x-1),
- neznámá *x* slouží jako žolík, za který do zvoleného trojčlenu dosazujeme typicky veškerá reálná čísla

Co můžeme dělat s kvadratickým trojčlenem?

- $y=ax^2+bx+c$ - kvadratická funkce (otázka: "Jaká je kdy hodnota kvadratického trojčlenu?"), graf parabola
  - $y=K(x-L)^2+M$ - graf snadno nakreslíme metodou obecné funkce
  - $y=ax^2+bx+c$ - v předpisu dvě *x* $\Rightarrow$ musíme doplněním na čtverec převést na tvar $y=K(x-L)^2+M$ s jedním *x*:

    $$y=x^2-2x+2=\overbrace{x^2-2x}^{x^2-2x}\cdot 1+\overbrace{1^2-1^2}^{0}+2=\left[x^2-2x\cdot 1+1^2\right]-1^2+2=(x-1)^2+1$$

    $$A^2-2AB+B^2 \quad = A^2-2AB+B^2 \quad =(A-B)^2$$

    - Z grafu snadno určíme maximum, minimum, kde je funkce rostoucí, kdy klesající.
- $ax^2+bx+c=0$ - kvadratická rovnice (otázka: "Kdy je kvadratický trojčlen roven nule?")
  - snadné pro:
    - $2x^2+3x=x(2x+3)=0$ ($c=0$ $\Rightarrow$ můžeme vytknout *x*),
    - $4x^2-1=(2x-1)(2x+1)$ ($b=0$ $\Rightarrow$ rozklad vzorcem $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$ nebo úprava na $x^2=K$),
  - vždy jde použít $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,
    - tři možné situace pod odmocninou $\sqrt{+},\sqrt{0},\sqrt{-}$ odpovídají třem možnostem průsečíku paraboly s osou *x* a určují tři možnosti řešení (2, 1 a žádný kořen),
  - když známe kořeny x_1, x_2 můžeme vytvořit rozklad $ax^2+bx+c=a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$,
  - z rozkladu můžeme určit kořeny
  - $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=x^2+px+q=0$ normovaný tvar kvadratické rovnice, $x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)=x^2+x(-x_1-x_2)+x_1x_2=0$ $\Rightarrow$ do rozkladu hledáme dvě čísla, jejichž součin je *q* a součet *p* ($\Rightarrow$ Vietovy vzorce),
- $ax^2+bx+c\geq 0$ - kvadratická nerovnice (otázka: "Kdy je kvadratický trojčlen větší nebo roven nule?")

- zjistíme, kdy je trojčlen roven nule (řešením rovnice $ax^2+bx+c=0$), načrtneme si graf a z něj najdeme řešení.

Zádrhele

- V doplnění na čtverec vytýkáni před závorku a její roznásobení po dokončení.
- U rozkladu $ax^2+bx+c=a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ nevynechat a (nemění kořeny, ale trojčlen ano).
- Žádné řešení při určování kořenů neznamená žádné řešení pro nerovnici.
- Příklady typu $|x^2+3x|-x+1=0$ řešíme tradičně - odstraníme absolutní hodnotu podle znaménka čísla x^2+3x a pak zkontrolujeme zda "výsledky" patří mezi čísla, se kterými jsme počítali.

Dobré rady

- U příkladů s absolutní hodnotou si důsledně psát v jaké části řešení se zrovna nacházím (zjišťuji, jak odstranit absolutní hodnotu, řeším konečnou nerovnici, ...).
- Mezi počítáním s písmenky a s konkrétními čísly není žádný rozdíl.

Potřebné znalosti z minulosti

Základní úpravy, metoda kreslení grafu obecné funkce, vzorec $A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$, vytýkání před závorku, orientace v grafech, odstraňování absolutní hodnoty ve funkcích i v rovnicích.

Př. 1: Petáková:
strana 29/cvičení 54 f_5, f_6

Př. 2: Petáková:
strana 29/cvičení 54 $f_1, f_2, f_4, f_7, f_8, f_9$

Př. 3: Petáková:
strana 29/cvičení 55 $g_2; g_4; h_3; k_1$

Př. 4: Petáková:
strana 29/cvičení 46
strana 29/cvičení 48
strana 29/cvičení 50
strana 29/cvičení 51
strana 29/cvičení 52
strana 29/cvičení 53

Př. 5: Petáková:
strana 12/cvičení 4 a) b)

Př. 6: Petáková:
strana 12/cvičení 4 c) e) h) i)
strana 12/cvičení 5

Př. 7: Petáková:
strana 13/cvičení 7

strana 13/cvičení 8
strana 13/cvičení 9
strana 13/cvičení 10
strana 13/cvičení 11
strana 13/cvičení 12

Př. 8: Petáková:
strana 13/cvičení 14 d) g) k) o) p) r)
strana 13/cvičení 15 c) h)
strana 13/cvičení 16 a) b)

Př. 9: Petáková:
strana 14/cvičení 17 a) b) d) f) g) i) j)

Př. 10: Petáková:
strana 15/cvičení 22 t) u) v)
strana 15/cvičení 23 h) j)

Shrnutí: