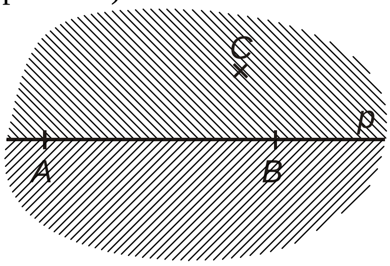
3.1.2 Polorovina, úhel

Předpoklady: 3101

Přímka dělí rovinu na dvě navzájem opačné poloroviny a je jejich společnou hranicí (hraniční přímkou).

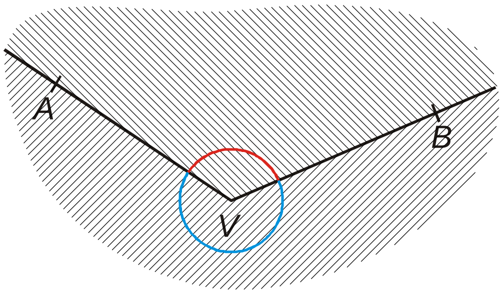


Hraniční přímka patří do obou polorovin.
Body, které neleží na hraniční přímce se nazývají vnitřní body.
Horní polorovinu značíme $\mapsto pC$ nebo $\mapsto ABC$ (pomocí vnitřního bodu *C*).

Poznámka: Podobná situace jako u bodu, který dělí přímku na polopřímky.

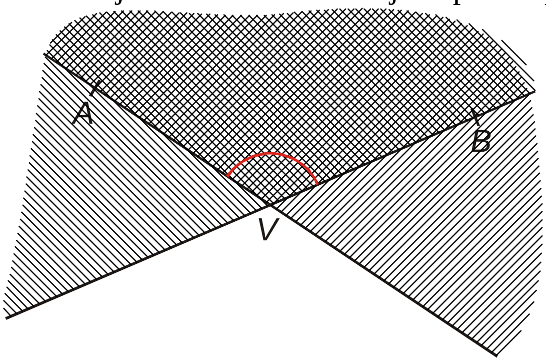
Dvě polopřímky *VA*, *VB* dělí rovinu na dva úhly *AVB*.
Polopřímky *VA*, *VB* nazýváme ramena, bod *V* vrchol. Ramena patří do obou vzniklých úhlů, ostatní body roviny jsou vnitřní body jednoho ze vzniklých úhlů.

Mohou nastat tři situace:
1. Polopřímky *VA*, *VB* jsou různé a neopačné
$\Rightarrow$ vzniknou konvexní a nekonvexní úhel *AVB*.



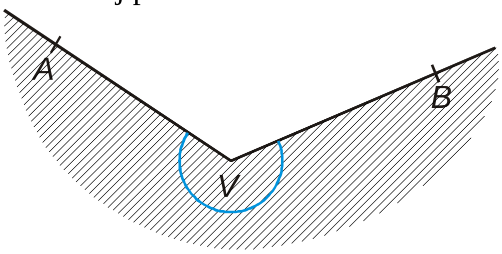
Horní úhel na obrázku se nazývá **konvexní úhel *AVB*** (značíme $\sphericalangle AVB$), dolní se nazývá **nekonvexní úhel *AVB***.

Př. 1: Zadefinuj konvexní úhel *AVB* jako průnik polorovin.

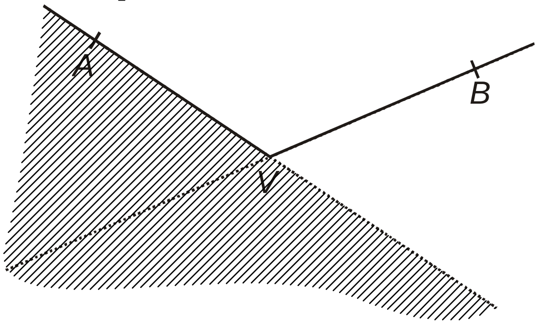


Z obrázku je zřejmé, že konvexní úhel *AVB* je průnikem polorovin *VAB* (hraniční přímka *VA* a vnitřní bod *B*) a *VBA* (hraniční přímka *VB* a vnitřní bod *A*)

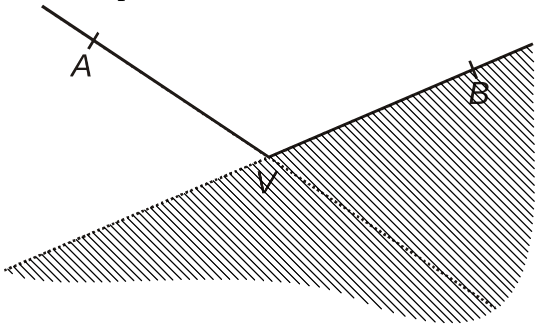
Př. 2: Zadefinuj pomocí dvou rovin nekonvexní úhel *AVB*.



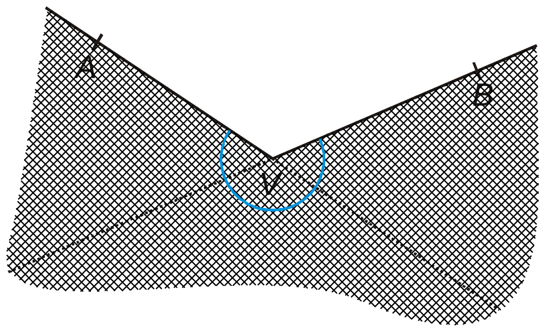
Z obrázku je vidět, že nekonvexní úhel *AVB* není možné definovat jako průnik polorovin, můžeme ho definovat jako sjednocení polorovin opačných k polorovinám *VAB* a *VBA*.
Rovina opačná k rovině *VAB*



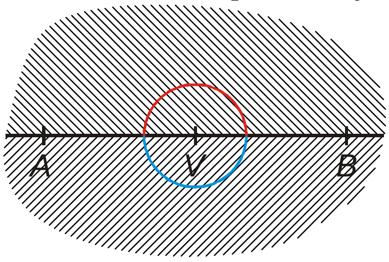
Rovina opačná k rovině *VBA*



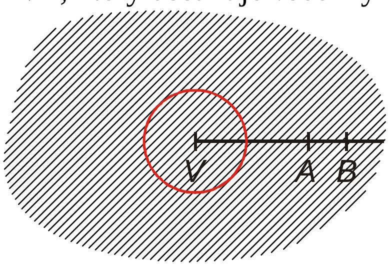
Jejich sjednocením je nekonvexní úhel *AVB*.



2. Polopřímky *VA*, *VB* jsou různé a opačné
$\Rightarrow$ vzniknou dva přímé úhly *AVB*.

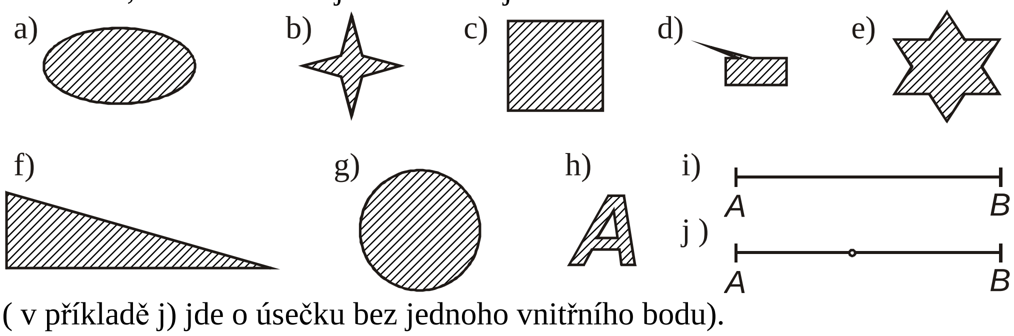


3. Polopřímky *VA*, *VB* splývají
$\Rightarrow$ vznikne jednak nulový úhel *AVB* (obsahuje pouze obě splývající polopřímky) a plný úhel *AVB*, který obsahuje všechny ostatní body roviny jako své vnitřní body.



Konvexnost a nekonvexnost se rozlišuje i u jiných geometrických útvarů.

Př. 3: Rozhodni, které z následujících útvarů jsou konvexní a které nekonvexní.



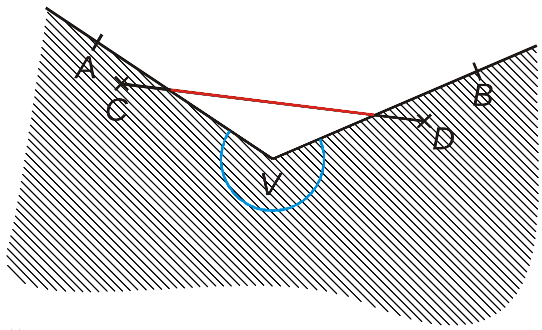
(v příkladě j) jde o úsečku bez jednoho vnitřního bodu).

Konvexní útvary jsou útvary, které nemají „díry" nebo „prohlubně". Proto mezi konvexní útvary patří útvary na obrázcích a), c), f), g) a i). Nekonvexní jsou útvary na obrázcích b), d), e), h) a j).

Definice konvexnosti typu „útvary, které nemají díry nebo prohlubně" není matematicky korektní.

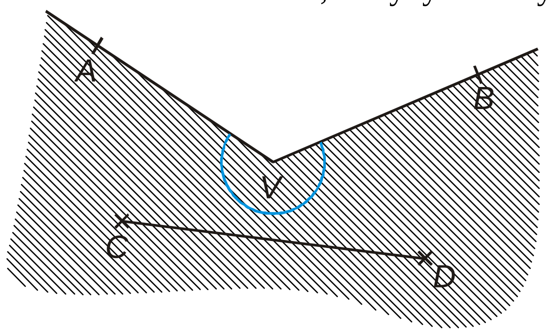
Geometrický útvar se nazývá konvexní, právě když úsečka s krajními body v libovolných dvou bodech útvaru je částí tohoto útvaru. Útvar, který není konvexní se nazývá nekonvexní.

Př. 4: Nakresli nekonvexní úhel *AVB* a do něj takové dva body *C*, *D*, které nesplňují podmínku pro konvexní útvar (tedy body z nichž poznáme, že tento úhel není konvexní).



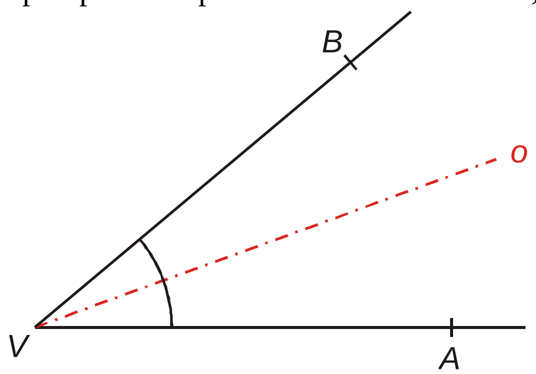
Červená část úsečky, leží mimo vyznačený úhel *AVB* $\Rightarrow$ úhel není konvexní.

Poznámka: Je důležité zmínit, že útvar je konvexní, když podmínku v definici splňují každé dva body. I u nekonvexních útvarů není těžké najít dvojice bodů, které podmínku splňují, což ale rozhodně neznamená, že by tyto útvary byly konvexní.

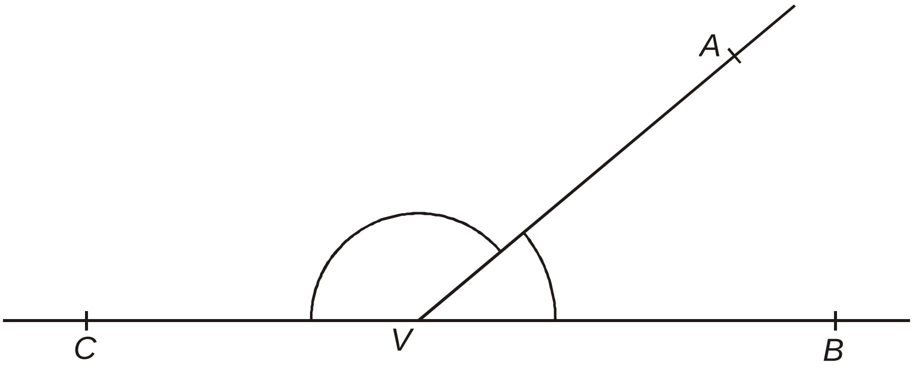


Stejně jako u všech ostatních útvarů můžeme přemístěním rozhodnout o shodnosti úhlů $\Rightarrow$ $\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle CUD$ (úhel *AVB* je shodný s úhlem *CUD*)

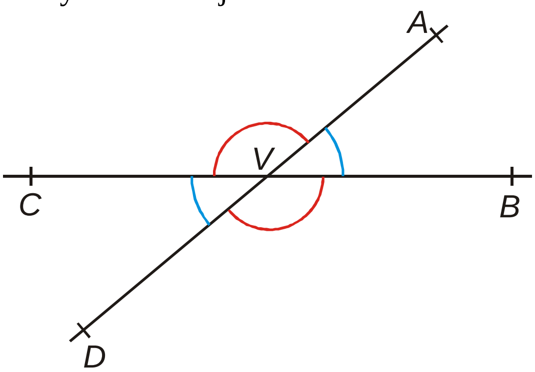
Osa úhlu
- polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozdělí na dva shodné úhly



Úhly vedlejší
- dva konvexní úhly *AVB*, *AVC*, které mají společné rameno *VA* a ramena jsou navzájem opačné polopřímky $\Rightarrow$ jejich součet je úhel přímý

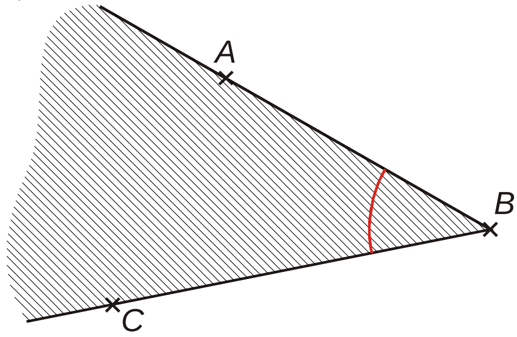


Úhly vrcholové
- dva konvexní úhly *AVB*, *CVD*, jejichž ramena *VA*, *VD* a rovněž tak *VB*, *VC* jsou navzájem opačné polopřímky
- také úhly *AVC* a *BVD* jsou úhly vrcholové
- úhly vrcholové jsou shodné

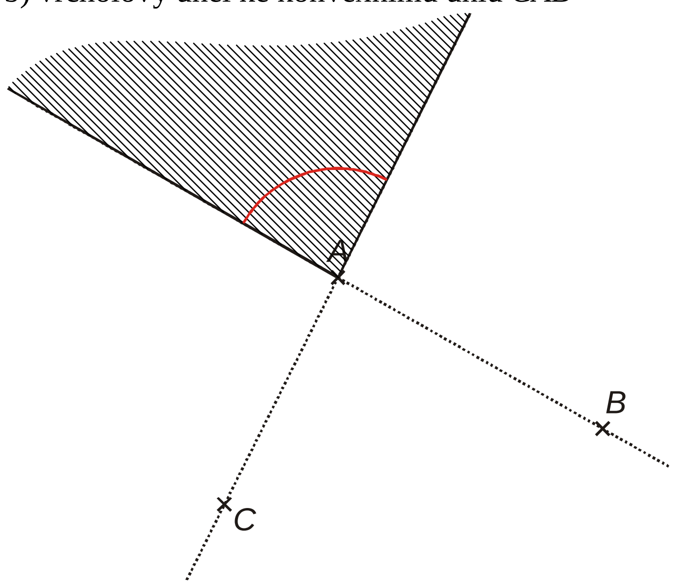


Př. 5: Na obrázku jsou v rovině dány tři body *A*, *B*, *C* neležící v přímce. Do obrázku vyznač:
a) konvexní úhel *ABC*
b) vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu *CAB*
c) nekonvexní úhel *ACB*
d) vedlejší úhel ke konvexnímu úhlu *ABC* a ramenem *BC*

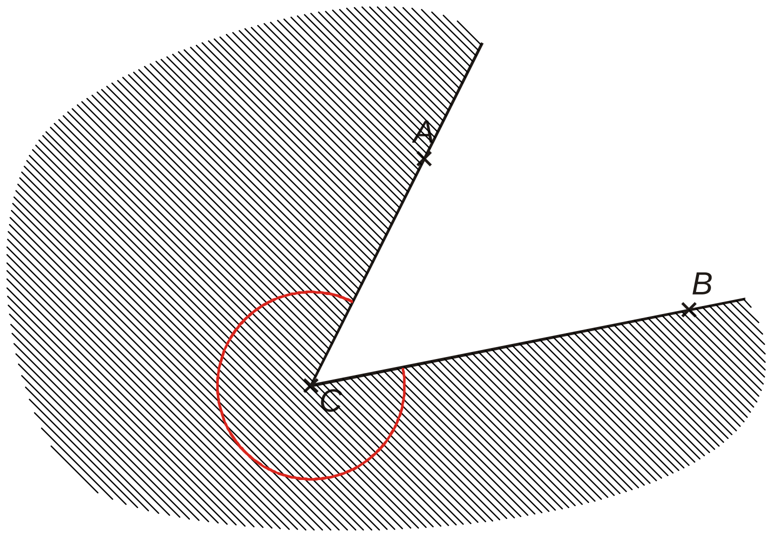
a) konvexní úhel *ABC*



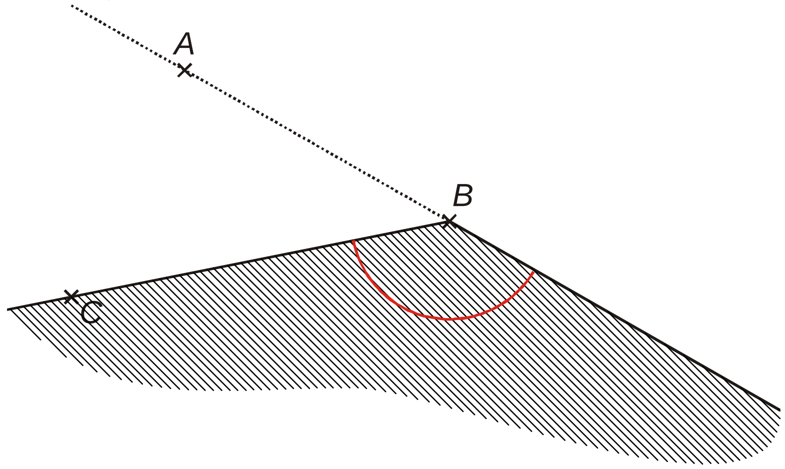
b) vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu *CAB*



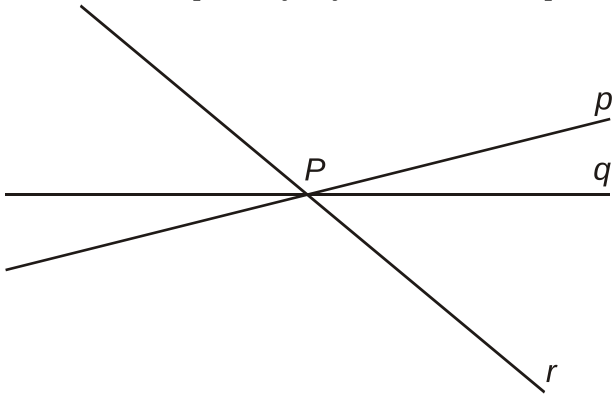
c) nekonvexní úhel *ACB*



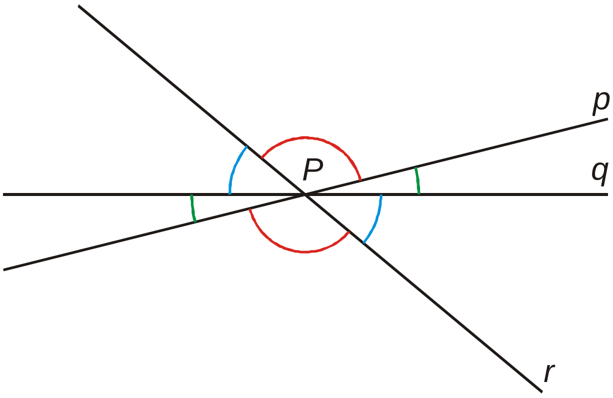
d) vedlejší úhel ke konvexnímu úhlu *ABC* a ramenem *BC*



Př. 6: Na obrázku se protínají v jednom bodě tři přímky. Označ shodné úhly.

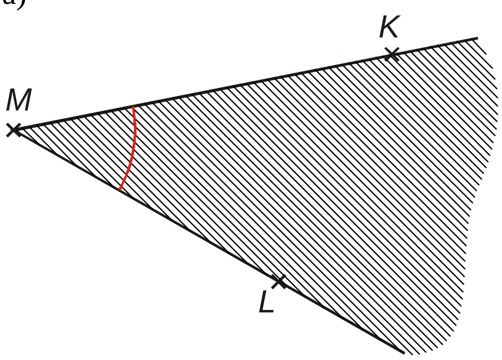


Shodné jsou vždy dvojice vrcholových úhlů.

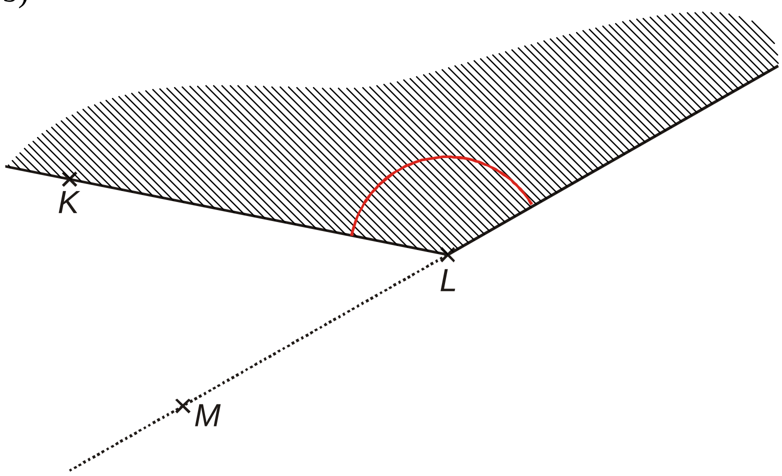


Př. 7: Popiš pomocí bodů *K*, *L*, *M* a pojmů konvexní, nekonvexní, vedlejší, vrcholový úhly na obrázcích.

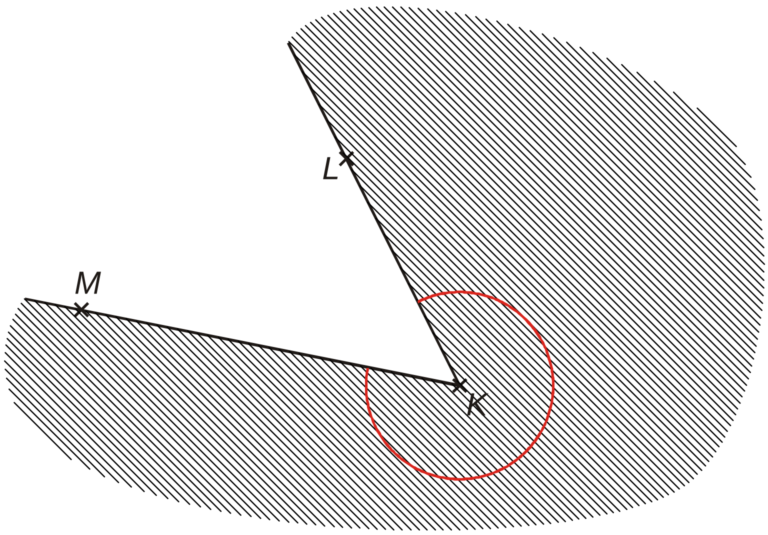
a)



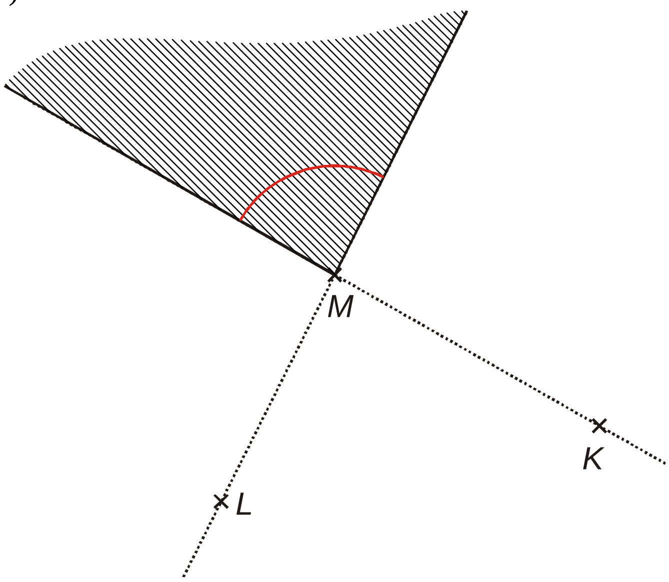
b)



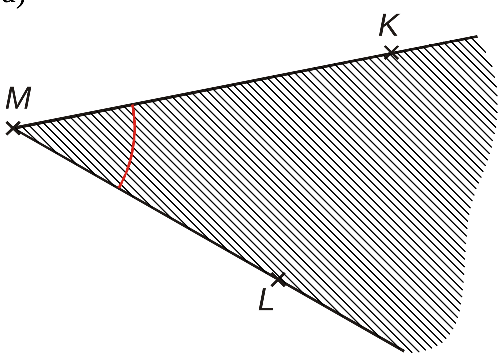
c)



d)

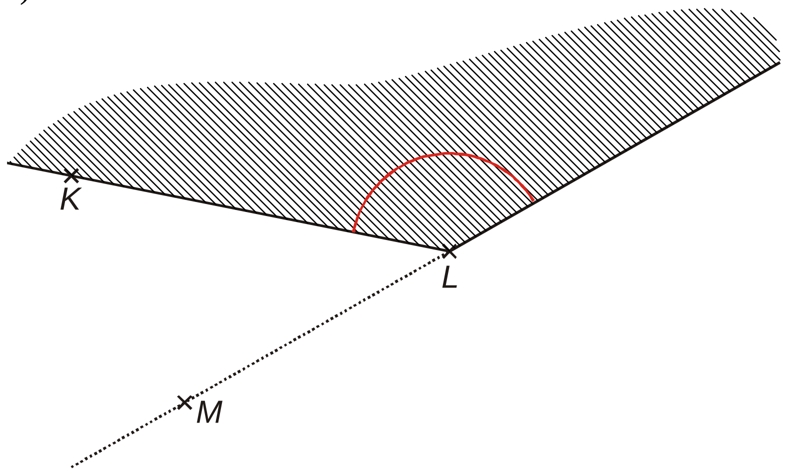


a)



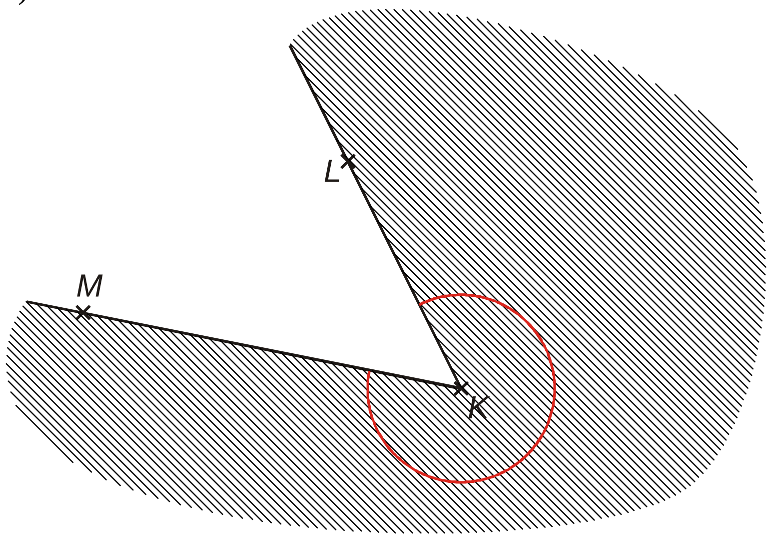
konvexní úhel *KML*

b)



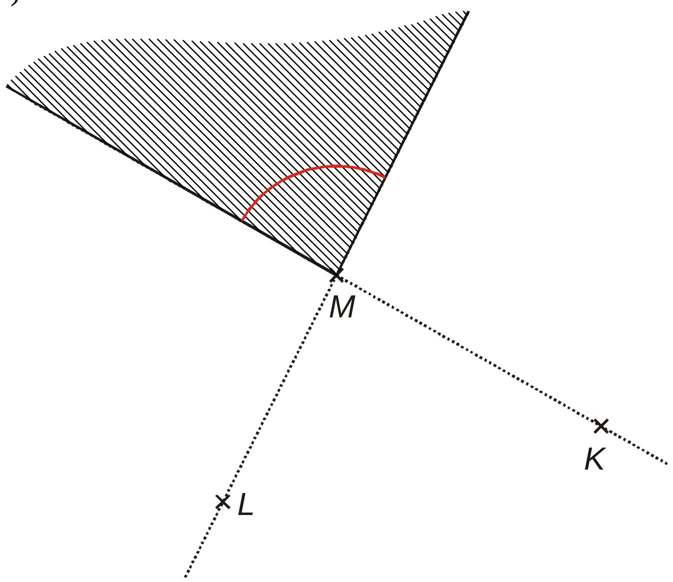
vedlejší úhel k úhlu *MLK* s ramenem *LK*

c)



nekonvexní úhel *LKM*

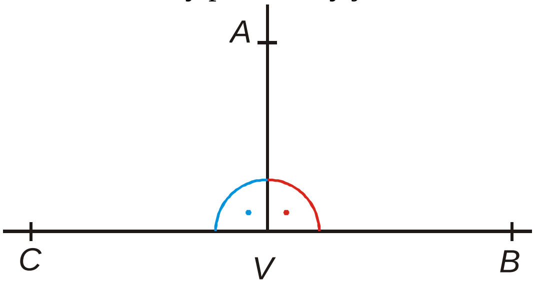
d)



vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu *KML*

Pravý úhel

- úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem
- všechny pravé úhly jsou shodné



Velikost úhlu

- nezáporné číslo, které získáme porovnáváním s úhlem jednotkové velikosti, značíme $|\sphericalangle AVB|$.
- shodné úhly mají stejnou velikost

$|\sphericalangle AVB| > |\sphericalangle CUD| \Rightarrow$ úhel AVB je větší než úhel CUD

Jednotky úhlu

- **úhlový stupeň šedesátinný** (označení $1°$) je $\frac{1}{90}$ pravého úhlu. Úhlový stupeň se dělí na úhlové minuty ($1'$), úhlová minuta se pak dělí na úhlové sekundy ($1''$). Platí: $1° = 60' = 3600''$.
- **úhlový stupeň setinný** neboli **grad** (označení 1^g) je $\frac{1}{100}$ pravého úhlu. Grad se dělí na sto setinných minut, setinná minuta na sto setinných sekund.
- pokud měříme velikost úhlu pomocí **obloukové míry**, je základní jednotkou **radián** (platí $2\pi\,\text{rad} = 360°$ (více později))

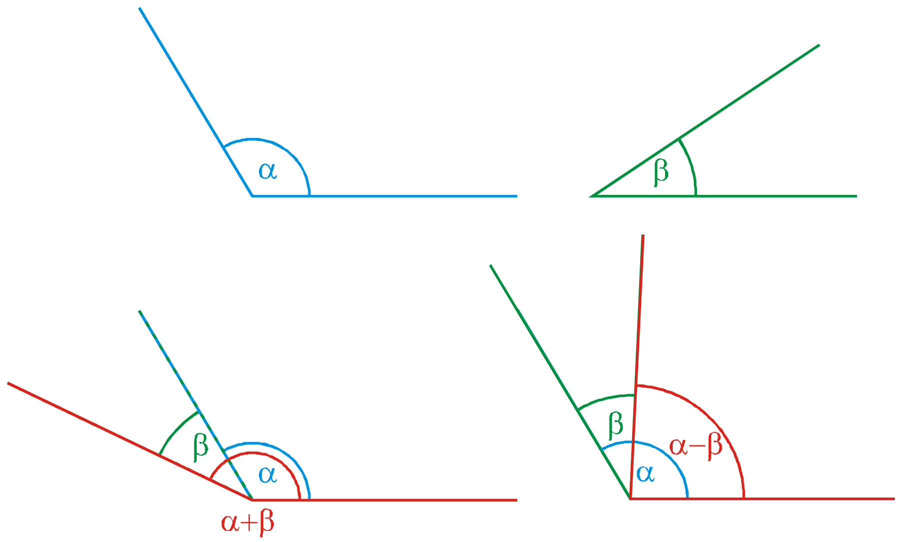
Ostrý úhel – konvexní úhel, menší než pravý
Tupý úhel – konvexní úhel, větší než pravý

Úhly je možné i sčítat a odčítat.

Př. 8: Zaveď sčítání a odčítání úhlů doplněním vět:
Součtem úhlů o velikostech α, β je ….
Rozdílem úhlů o velikostech α, β je ….

Součtem úhlů o velikostech α, β je každý úhel o velikosti $\alpha + \beta$.
Rozdílem úhlů o velikostech α, β je každý úhel o velikosti $\alpha - \beta$.

Příklad součtu a rozdílu úhlů je na obrázku:



Př. 9: Urči v šedesátinných stupních velikost úhlů, které svírají ručičky na hodinách v:
a) 7:00 b) 4:30

a) velká ručička ukazuje 12, malá 7 $\Rightarrow$ konvexní úhel je 5 dílků.
Velikost jednoho dílku $\frac{360°}{12} = 30°$ $\Rightarrow$ konvexní úhel má velikost $150°$, nekonvexní $210°$.
b) velká ručička ukazuje 6, malá mezi 4 a 5 $\Rightarrow$ konvexní úhel je 1,5 dílku. Velikost jednoho dílku $\frac{360°}{12} = 30°$ $\Rightarrow$ konvexní úhel má velikost $45°$, nekonvexní $315°$.

Shrnutí: