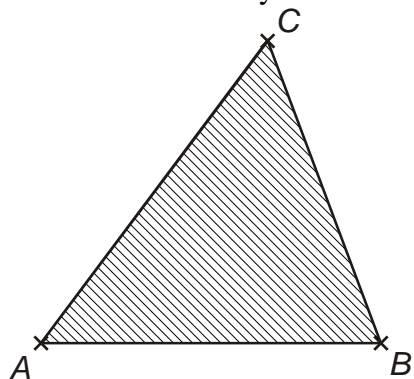


### 3.1.4 Trojúhelník

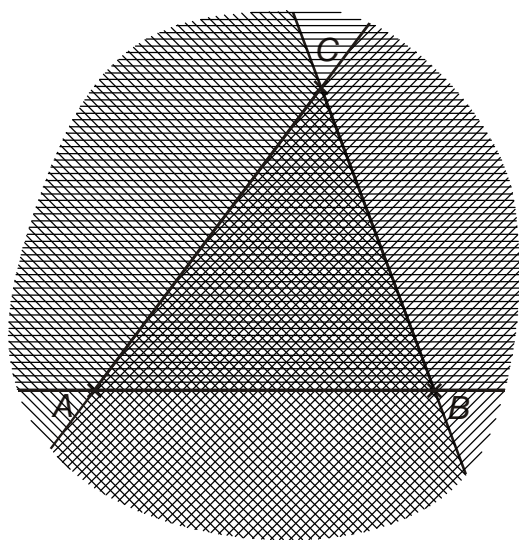
#### Předpoklady: 3103

Každé tři různé body neležící v přímce určují trojúhelník.



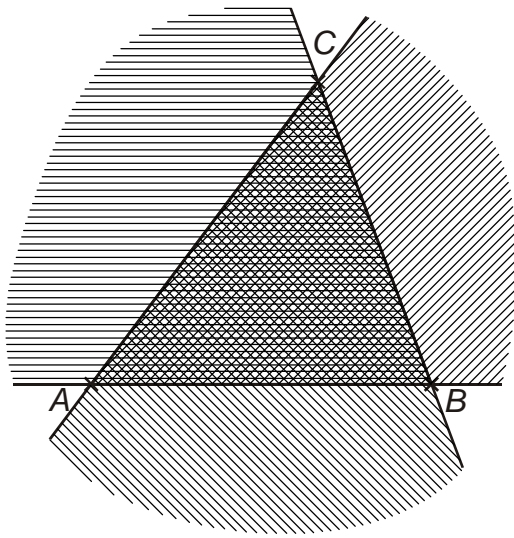
Co to je, víme. Jak ho definovat?

**Př. 1:** Definuj trojúhelník  $ABC$  jako průnik polorovin.



Trojúhelník  $ABC$  je průnik polorovin  $ABC$ ,  $BCA$  a  $CAB$ .

**Př. 2:** Definuj trojúhelník  $ABC$  jako průnik konvexních úhlů.



Trojúhelník  $ABC$  je průnik konvexních úhlů  $ABC$ ,  $BCA$  a  $CAB$ .

**Poznámka:** Existují i jiné možnosti definice trojúhelníka. Například jako sjednocení všech úseček s koncovými body na úsečkách  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$ .

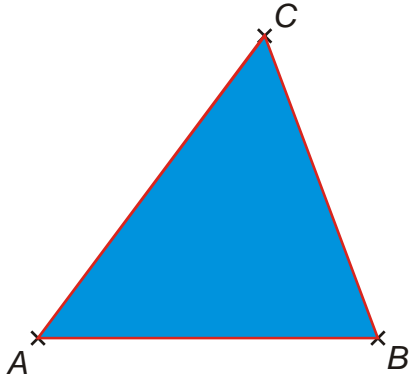
píšeme a nazýváme:

trojúhelník  $ABC$  -  $\triangle ABC$

body  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – vrcholy trojúhelníka

úsečky  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  – strany trojúhelníka, dohromady tvoří hranici trojúhelníka (nebo také obvod, což znamená i délku hranice)

ostatní body se nazývají vnitřní, tvoří vnitřek trojúhelníku



Vnitřní úhly trojúhelníka – konvexní úhly  $BAC$ ,  $ABC$ ,  $BCA$ :

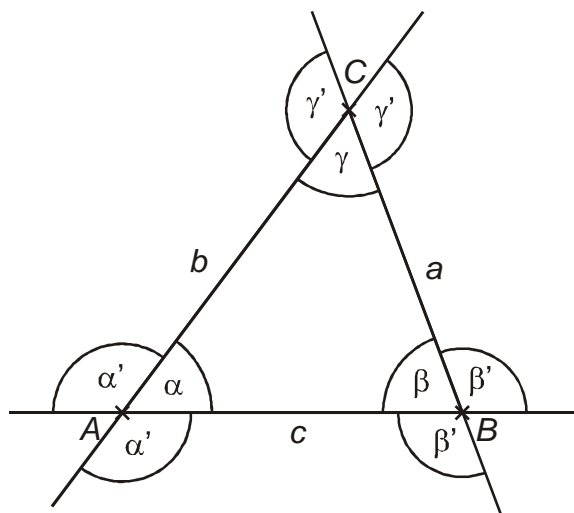
$\sphericalangle BAC$  ( $\sphericalangle A$  - úhel při vrcholu  $A$ )

$\sphericalangle ABC$  ( $\sphericalangle B$  - úhel při vrcholu  $B$ )

$\sphericalangle BCA$  ( $\sphericalangle C$  - úhel při vrcholu  $C$ )

Vnější úhly trojúhelníka  $ABC$  – vedlejší úhly vnitřních úhlů

Standardní značení prvků trojúhelníku:



$a, b, c$  – délky stran nebo přímo strany

$\alpha, \beta, \gamma$  - velikosti vnitřních úhlů nebo přímo vnitřní úhly

$\alpha', \beta', \gamma'$  - velikosti vnějších úhlů nebo přímo vnější úhly

Druhy trojúhelníků podle délek stran:

- **různostranné** – žádné dvě strany nejsou shodné
- **rovnoramenné** – dvě strany shodné (ramena) a třetí strana (základna)
- **rovnostředné** – všechny strany shodné (zvláštní případ rovnoramenných)

Druhy trojúhelníků podle velikostí vnitřních úhlů:

- **ostroúhlé** – všechny úhly jsou ostré
- **tupoúhlé** – jeden tupý úhel
- **pravoúhlé** – jeden úhel pravý

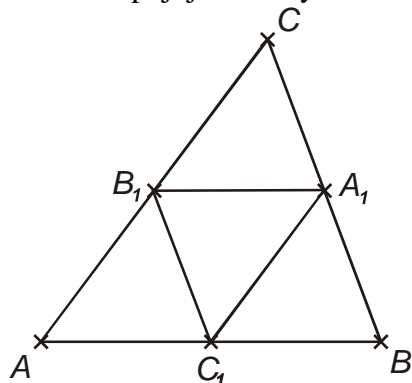
V každém trojúhelníku platí:

- Součet vnitřních úhlů je úhel přímý.
- Vnější úhel je roven součtu vnitřních úhlů při zbývajících vrcholech.
- Součet každých dvou stran trojúhelníků je větší než strana třetí.
- Proti shodným stranám leží shodné úhly.
- Proti větší straně leží větší úhel, proti většímu úhlu leží větší strana.

Dokážeme si to později.

### Střední příčka

- úsečka spojující středy dvou stran trojúhelníku

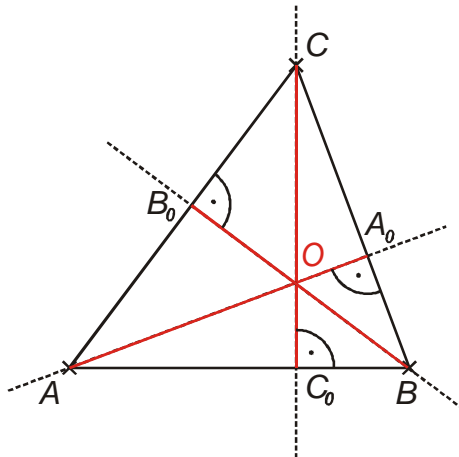


V každém trojúhelníku platí:

- Každá střední příčka je rovnoběžná s tou stranou trojúhelníku, jejíž střed nespojuje a její délka se rovná polovině délky této strany.

### Výška trojúhelníku

- úsečka, mezi vrcholem trojúhelníku a patou kolmice vedené tímto vrcholem k protější straně.



výška na stranu  $a$  -  $v_a$  -  $AA_0$

výška na stranu  $b$  -  $v_b$  -  $BB_0$

výška na stranu  $c$  -  $v_c$  -  $CC_0$

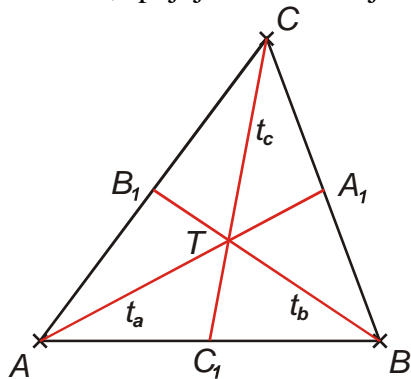
termín výška se používá nejen pro úsečku, ale i pro její délku, někdy i pro celou přímku, na které výška leží

V každém trojúhelníku platí:

- Výšky trojúhelníku se protínají v jednom bodě – průsečíku výšek. Značíme ho  $O$  a nazýváme ho také ortocentrum.

### Těžnice trojúhelníku

- úsečka, spojující vrchol trojúhelníka se středem protější strany.



těžnice na stranu  $a$  -  $t_a$  -  $AA_1$

těžnice na stranu  $b$  -  $t_b$  -  $BB_1$

těžnice na stranu  $c$  -  $t_c$  -  $CC_1$

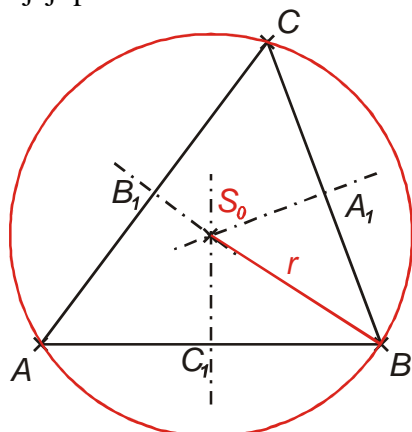
termín těžnice se používá nejen pro úsečku, ale i pro její délku, někdy i pro celou přímku, na které těžnice leží

V každém trojúhelníku platí:

- Těžnice trojúhelníku se protínají v jednom bodě – těžišti trojúhelníku. Značíme ho  $T$ .
- Vzdálenost těžiště od vrcholu trojúhelníku je rovna dvěma třetinám délky příslušné těžnice.

### Kružnice opsaná trojúhelníku

- je kružnice procházející všemi vrcholy trojúhelníka
- její poloměr se značí  $r$ .

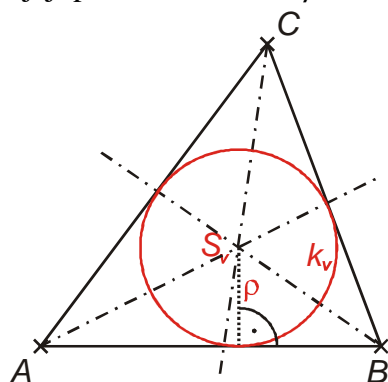


V každém trojúhelníku platí:

- Středem kružnice trojúhelníku opsané je průsečík všech tří os stran.

### Kružnice vepsaná trojúhelníku

- je kružnice dotýkající se (má jeden společný bod) všech stran trojúhelníka
- její poloměr se značí  $\rho$ .



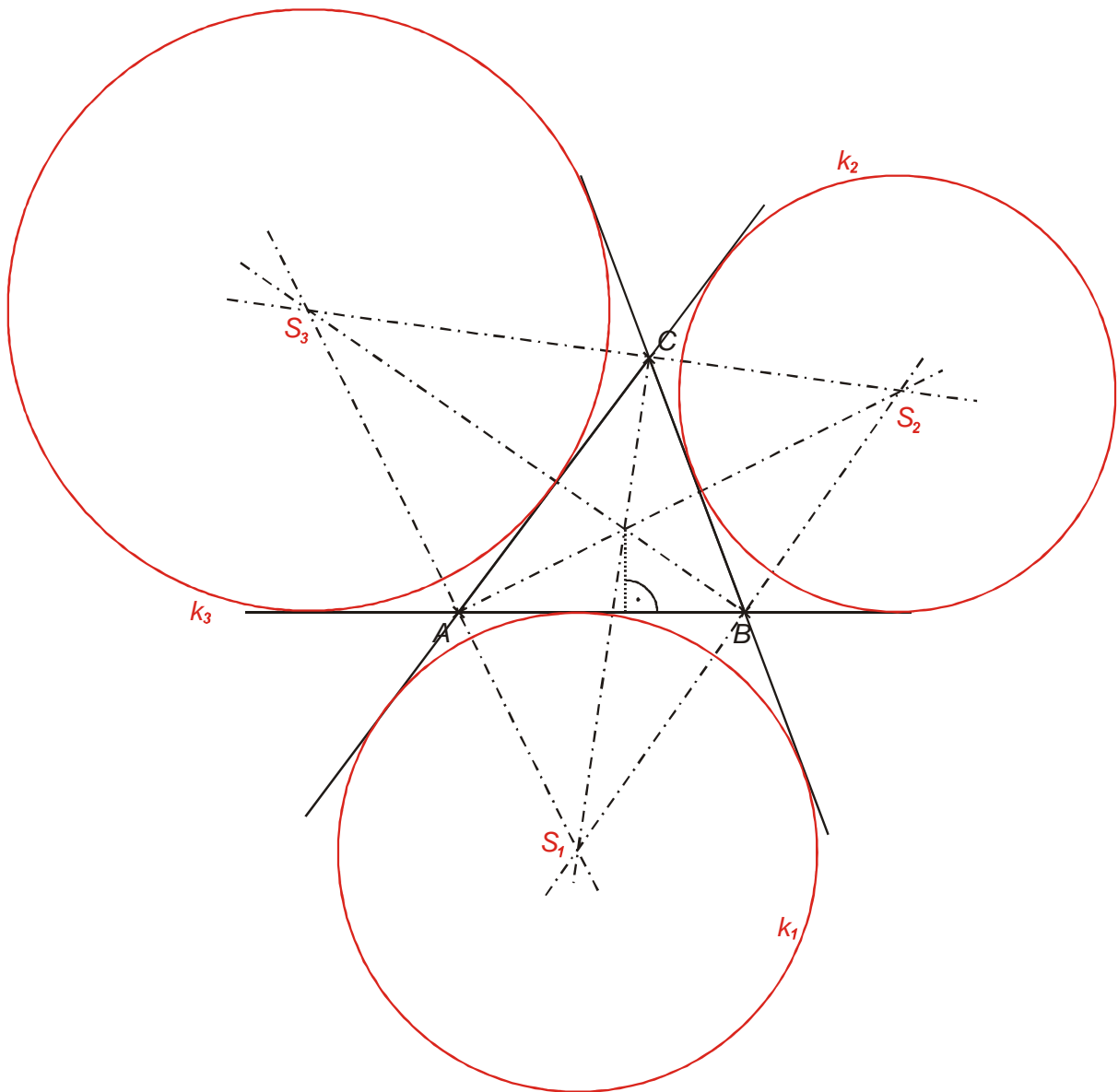
V každém trojúhelníku platí:

- Středem kružnice trojúhelníku vepsané je průsečík všech tří os vnitřních úhlů.

### Kružnice připsaná trojúhelníku

- je kružnice dotýkající se strany trojúhelníka a dvou přímek na nichž leží zbývající strany

**Př. 3:** Rozhodni kolik připsaných kružnic má každý trojúhelník a načrtni je do obrázku libovolného trojúhelníku.



V každém trojúhelníku platí:

- Středem kružnice trojúhelníku připsané je průsečík osy vnitřního úhlu a os zbývajících dvou vnějších úhlů.

**Př. 4:** Petáková:  
strana 85/cvičení 1  
strana 85/cvičení 3  
strana 85/cvičení 7

**Shrnutí:**