

### 3.4.1 Základní geometrické konstrukce

#### Předpoklady:

**Př. 1:** Je dána přímka  $p$  a mimo ní bod  $A$ . Do obrázku postupně narýsuj:  
 $q; q \parallel p; A \in q$                        $r; r \perp p; A \in r$                        $B; B \in p \cap r$   
 $C; C \in p; |BC| = 6 \text{ cm}$ .                      Sestroj osu úsečky  $BC$ .  
Sestroj kružnici  $k$  tak, aby byla kružnicí opsanou trojúhelníku  $ABC$ .

Narýsujeme zadání:

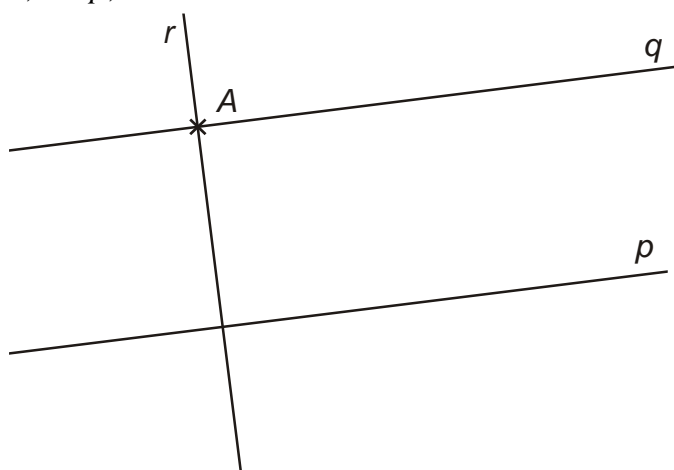
$\times$   $A$



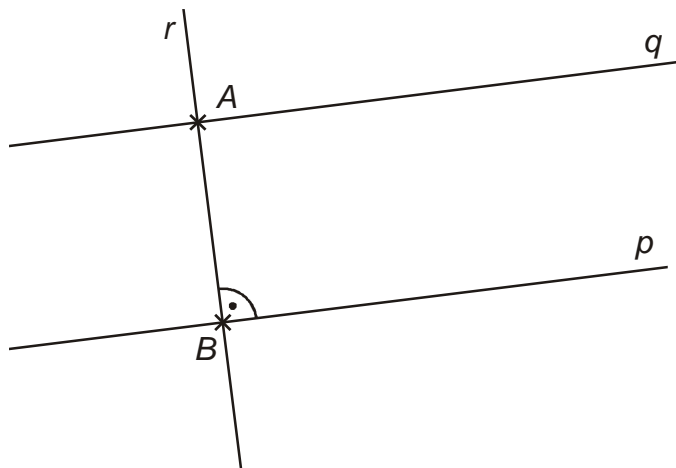
$q; q \parallel p; A \in q$



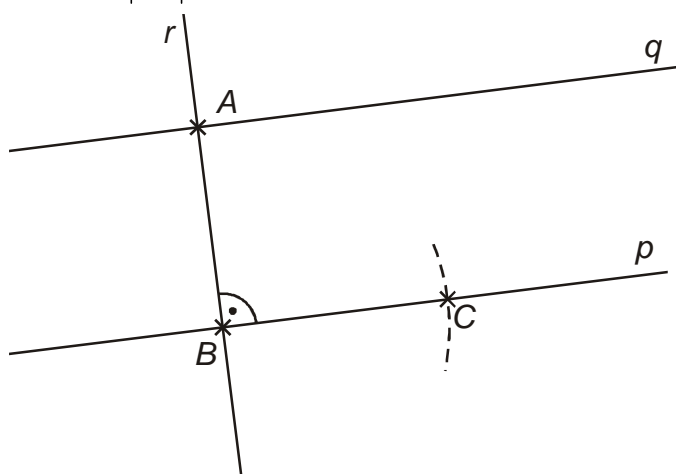
$r; r \perp p; A \in r$



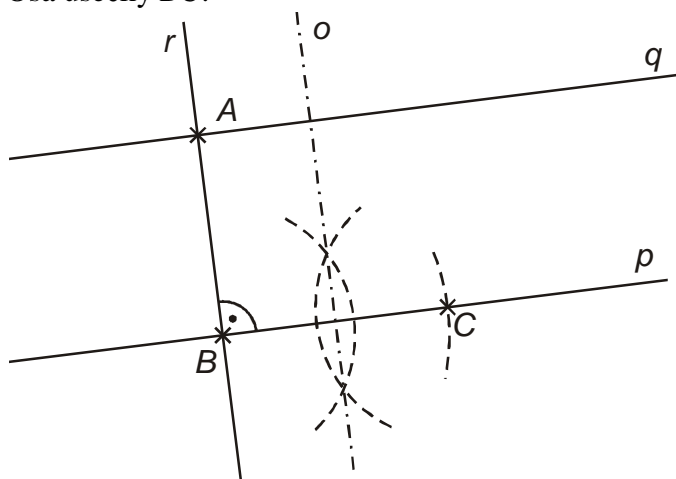
$B; B \in p \cap r$



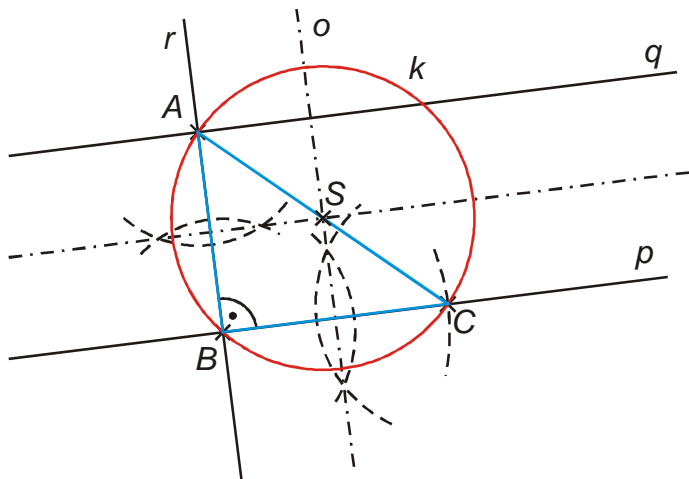
$C; C \in p; |BC| = 6\text{ cm}$



Osa úsečky  $BC$ :



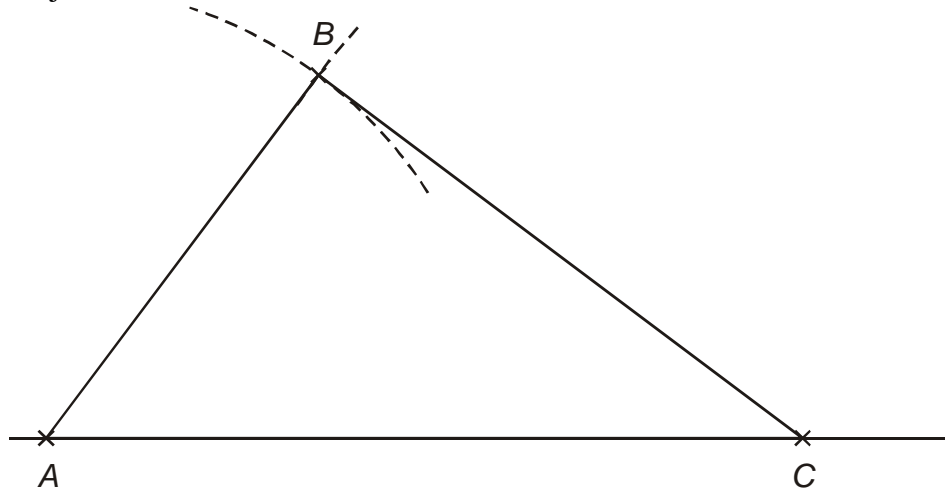
kružnice  $k$  opsaná trojúhelníku  $ABC$  (střed leží na průsečíku os stran)



**Pedagogická poznámka:** Přesnost rýsování si studenti snadno zkontrolují podle toho, jak přesně leží střed opsané kružnice na straně AC.

**Př. 2:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ;  $|AB| = 6\text{ cm}$ ,  $|BC| = 8\text{ cm}$ ,  $|AC| = 10\text{ cm}$ . Sestroj trojúhelník a změř velikosti jeho úhlů. Výsledky měření ověř výpočtem. Narýsuj Thaletovu kružnici nad stranou AC. Sestroj kružnici  $k$  tak, aby byla kružnicí vepsanou trojúhelníku  $ABC$ .

Trojúhelník  $ABC$ :



Velikosti úhlů:

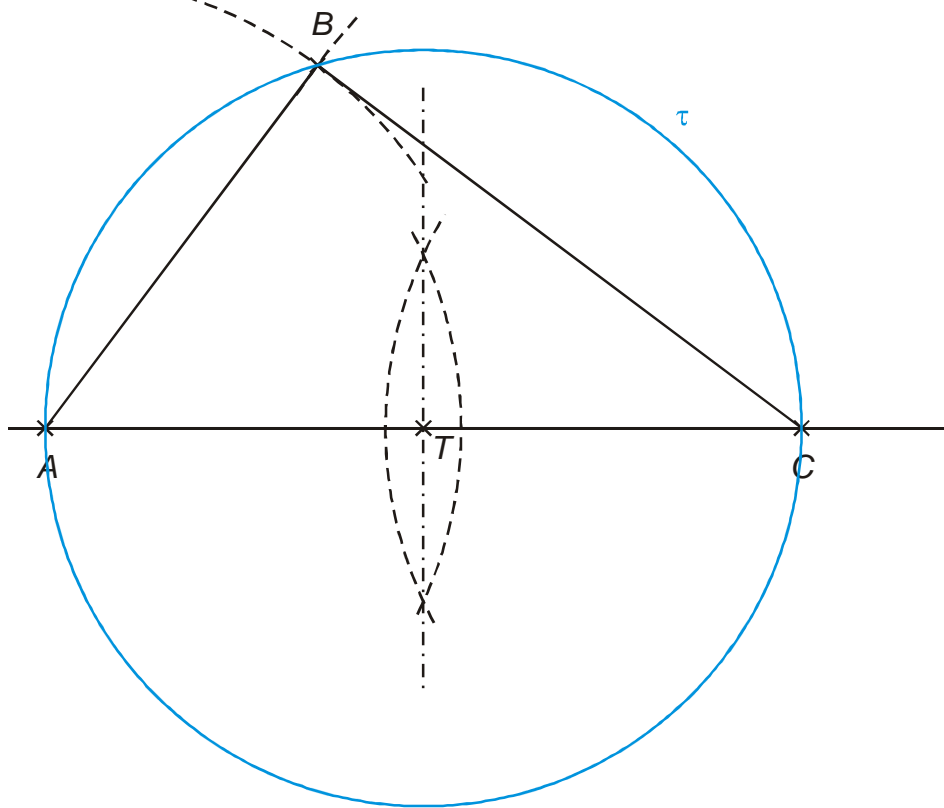
- $\beta = 90^\circ$
- $\alpha = 53^\circ 8'$
- $\gamma = 36^\circ 52'$

Ověření výpočtem:

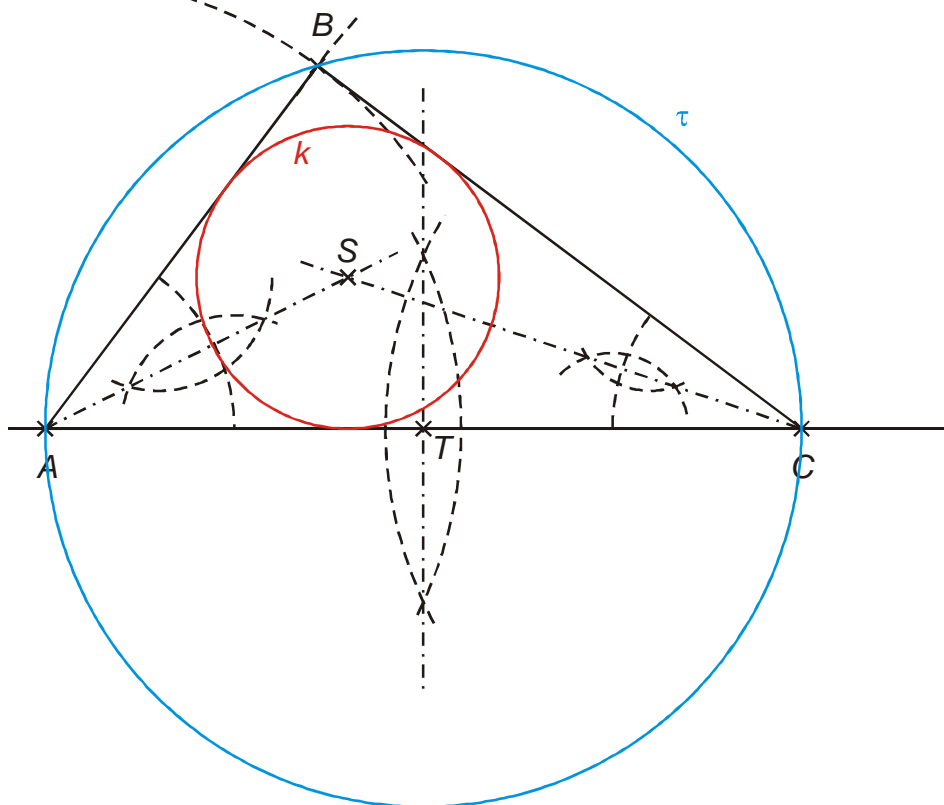
- pravý úhel  $\beta \Rightarrow$  pro trojúhelník musí platit Pythagorova věta:  $|AB|^2 + |BC|^2 = |AC|^2$   
 $6^2 + 8^2 = 10^2$   
 $100 = 100$  platí  $\Rightarrow$  pro výpočet zbývajících úhlů můžeme použít goniometrické funkce
- $\sin \alpha = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{8}{10} \Rightarrow \alpha = 53^\circ 8'$

- $$\sin \gamma = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{6}{10} \Rightarrow \gamma = 36^\circ 52'$$

Thaletova kružnice nad stranou AC je kružnice s průměrem AC



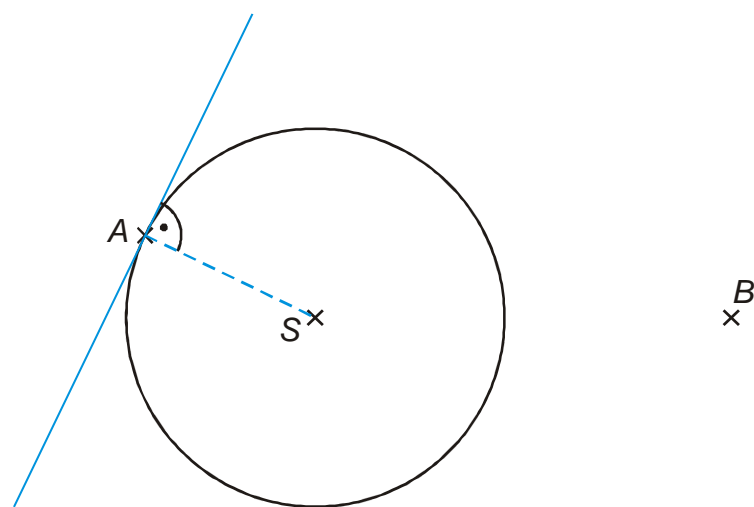
kružnice  $k$  vepsaná trojúhelníku  $ABC$



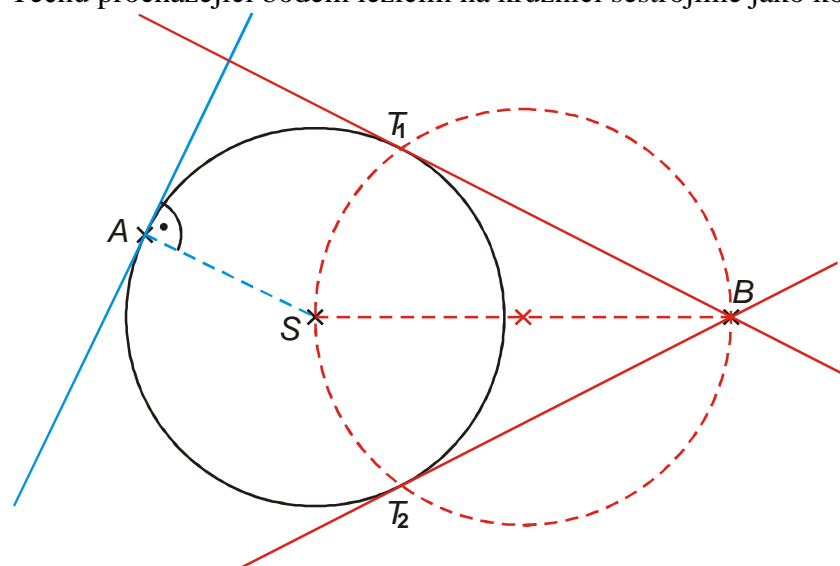
**Pedagogická poznámka:** Přesnost rýsování je možné kontrolovat průsečíkem kružnice  $\tau$  s bodem  $B$  a dotykovými body kružnice  $k$ .

Při kontrole výpočtem studenti často zapomínají na kontrolu pravoúhlosti pomocí Pythagorovy věty. Je potřeba jim vysvětlit, že používat goniometrické funkce můžeme až v okamžiku, kdy víme jistě, že trojúhelník je pravoúhlý. Pro obecný trojúhelník vztahy samozřejmě neplatí.

**Př. 3:** Je dána kružnice  $k(S; 5\text{ cm})$  a body  $A; A \in k$  a  $B; B \notin k$  ( $B$  leží vně). Sestroj tečnu kružnice  $k$  procházející bodem  $A$ . Sestroj všechny tečny kružnice  $k$  procházející bodem  $B$ .



Tečnu procházející bodem ležícím na kružnici sestrojíme jako kolmici na úsečku  $AS$ .



Při konstrukci tečen z bodu ležícího vně kružnice musíme zajistit kolmost tečen na odpovídající poloměru  $\Rightarrow$  tečné body najdeme pomocí Thaletovy kružnice na průměru  $SB$ .

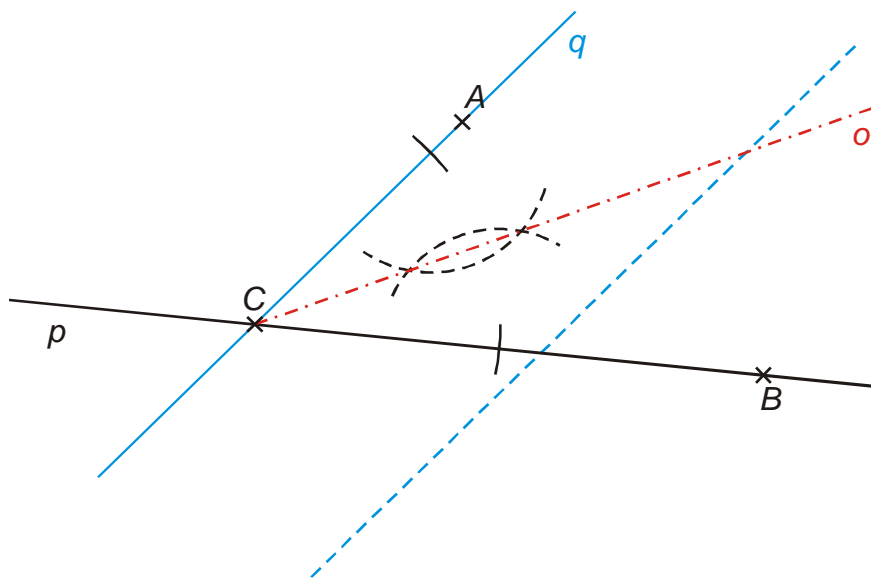
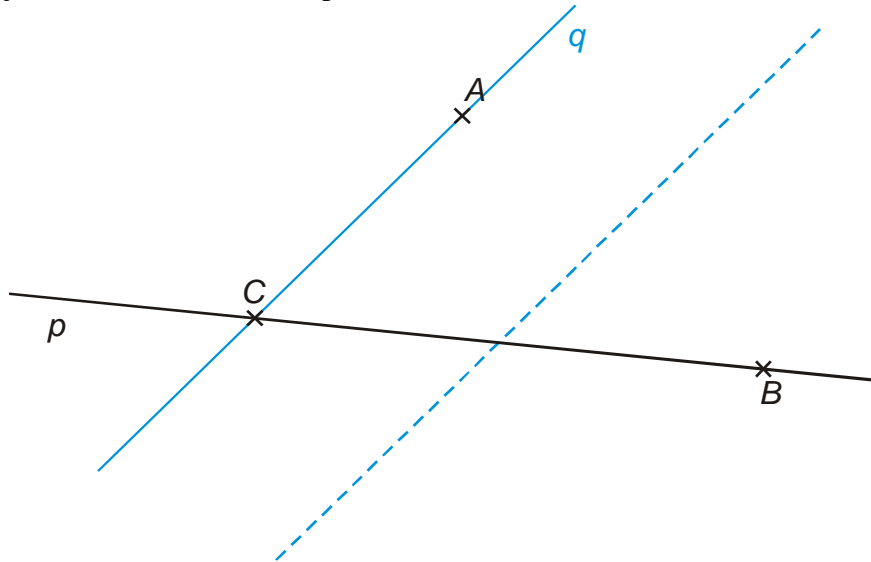
**Pedagogická poznámka:** Při hodině je nutné kontrolovat studenty, kteří se zhusta snaží na rýsování tečen používat „štelovací metodu“, při které šoupají pravítkem po papíře a hledají polohu, ve které mohou nakreslit čáru připomínající tečnu. Vždy vyžadují, aby z obrázku bylo jasně vidět, jak získali tečné body.

**Př. 4:** Je dána přímka  $p$ , bod  $A; A \notin p$  a bod  $B; B \in p$ . Narýsuj přímku  $q$ , tak aby platilo: odchylka přímek  $p, q$  je  $50^\circ$ ,  $A \in q$ .  
 Narýsuj bod  $C; C \in p \cap q$ .  
 Narýsuj osu úhlu  $ACB$ . Přesnost rýsování potvrď měřením vzniklých úhlů.

$A$   
 $\times$



Narýsujeme libovolnou přímku, která má s přímkou  $p$  odchylku  $50^\circ$ . Přímku  $q$  pak získáme jako rovnoběžku s touto přímkou vedenou bodem  $A$ .



**Dodatek:** Přímku  $q$  můžeme také sestrojít tak, že sestrojíme v bodě  $A$  rovnoběžku s  $p$  a s její pomocí nakreslíme přímku  $q$ .

**Pedagogická poznámka:** Sestrojení přímku  $q$  dělá studentům značné problémy. Opět je třeba dát pozor, aby nepoužívali různé „šoupací“ metody.

**Shrnutí:**

### 3.4.1 Základní geometrické konstrukce

#### Předpoklady:

**Př. 1:** Je dána přímka  $p$  a mimo ní bod  $A$ . Do obrázku postupně narýsuj:  
 $q; q \parallel p; A \in q$                        $r; r \perp p; A \in r$                        $B; B \in p \cap r$   
 $C; C \in p; |BC| = 6 \text{ cm}$ .                      Sestroj osu úsečky  $BC$ .  
Sestroj kružnici  $k$  tak, aby byla kružnicí opsanou trojúhelníku  $ABC$ .

Narýsujeme zadání:

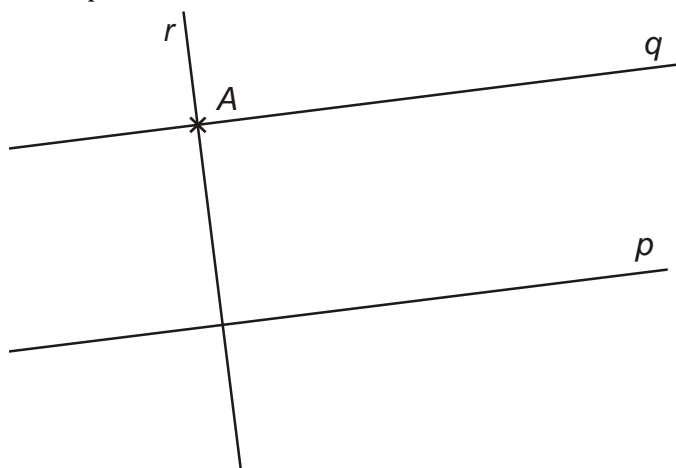
$\times$   $A$



$q; q \parallel p; A \in q$

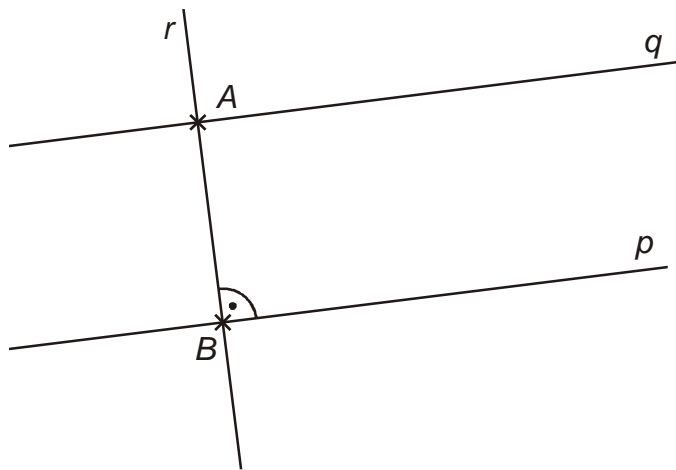


$r; r \perp p; A \in r$

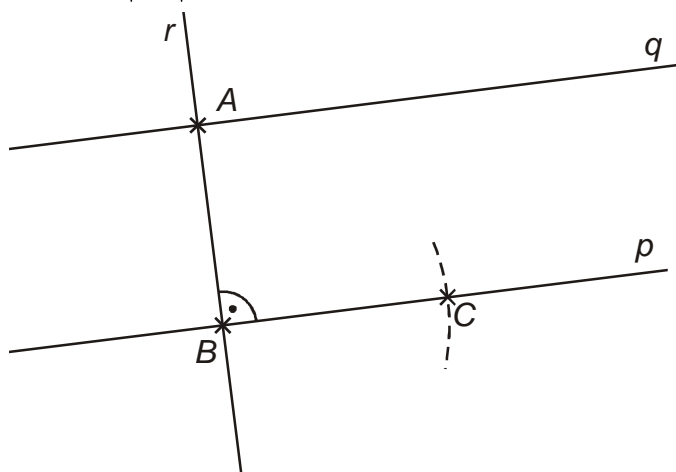


$B; B \in p \cap r$

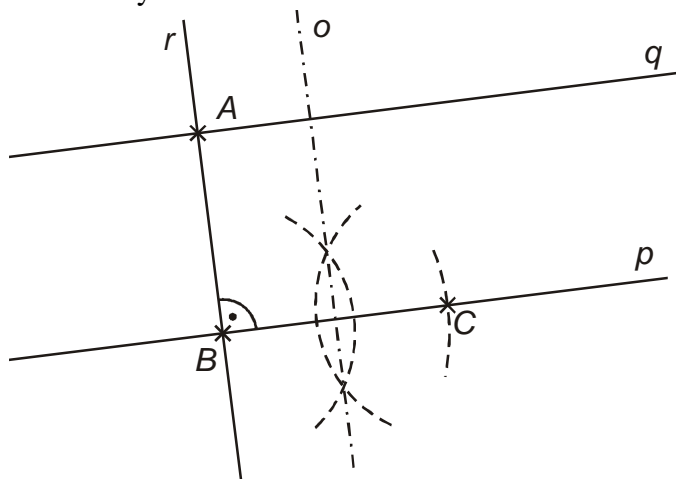




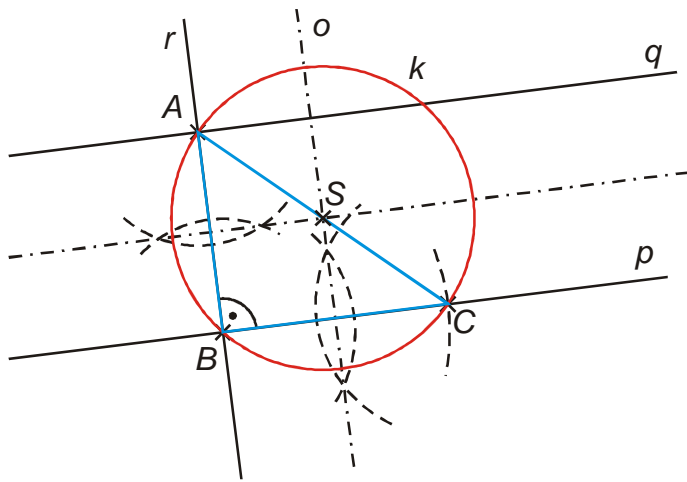
$C; C \in p; |BC| = 6\text{ cm}$



Osa úsečky  $BC$ :



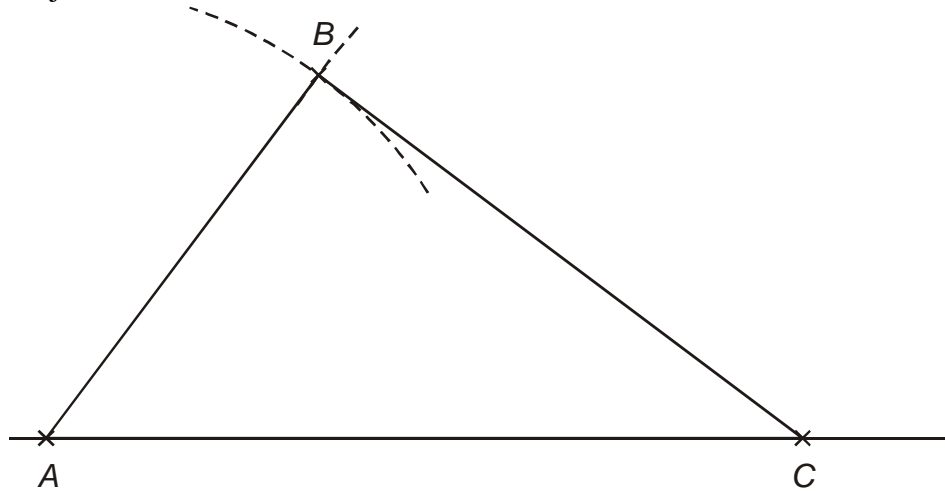
kružnice  $k$  opsaná trojúhelníku  $ABC$  (střed leží na průsečíku os stran)



**Pedagogická poznámka:** Přesnost rýsování si studenti snadno zkontrolují podle toho, jak přesně leží střed opsané kružnice na straně AC.

**Př. 2:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ;  $|AB| = 6\text{ cm}$ ,  $|BC| = 8\text{ cm}$ ,  $|AC| = 10\text{ cm}$ . Sestroj trojúhelník a změř velikosti jeho úhlů. Výsledky měření ověř výpočtem. Narýsuj Thaletovu kružnici nad stranou AC. Sestroj kružnici  $k$  tak, aby byla kružnicí vepsanou trojúhelníku  $ABC$ .

Trojúhelník  $ABC$ :



Velikosti úhlů:

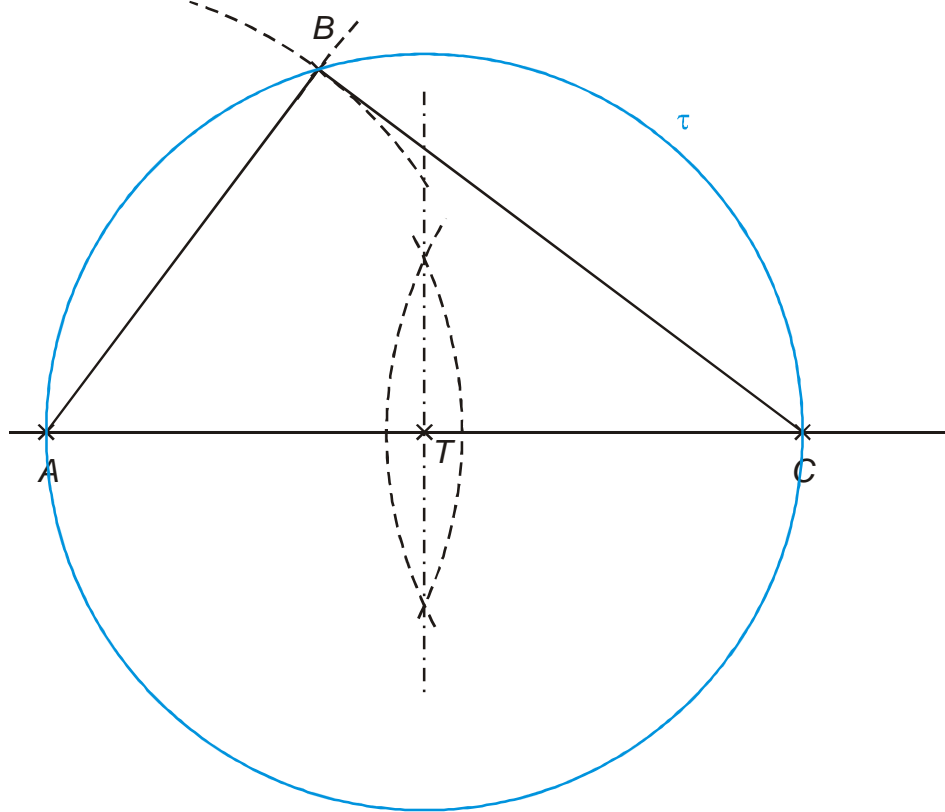
- $\beta = 90^\circ$
- $\alpha = 53^\circ 8'$
- $\gamma = 36^\circ 52'$

Ověření výpočtem:

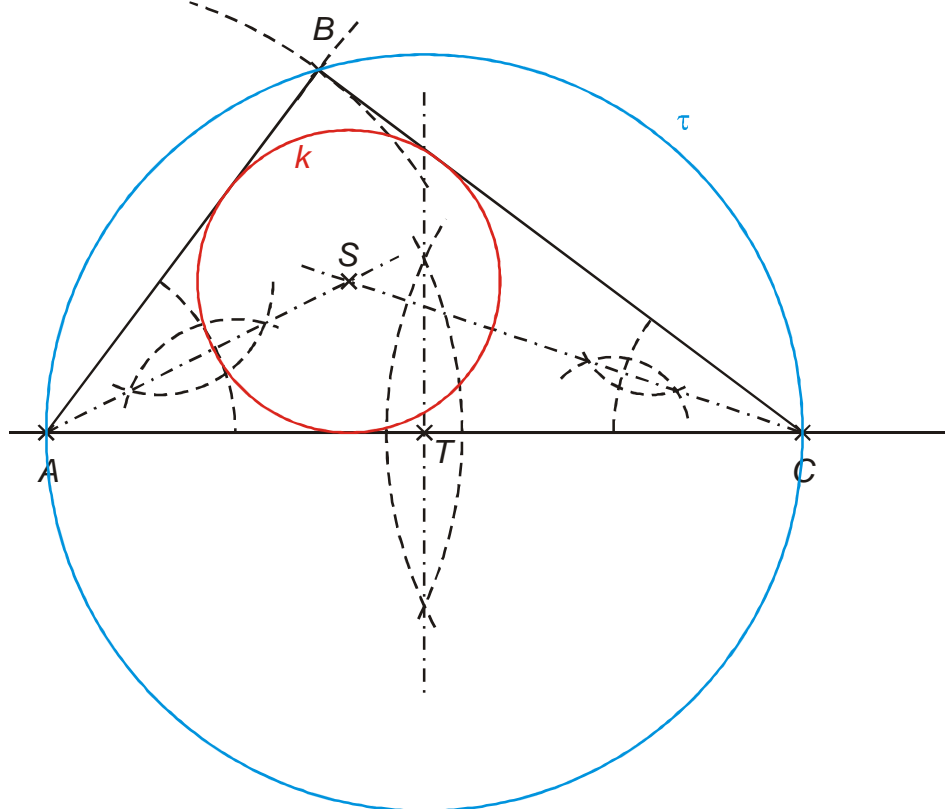
- pravý úhel  $\beta \Rightarrow$  pro trojúhelník musí platit Pythagorova věta:  $|AB|^2 + |BC|^2 = |AC|^2$   
 $6^2 + 8^2 = 10^2$   
 $100 = 100$  platí  $\Rightarrow$  pro výpočet zbývajících úhlů můžeme použít goniometrické funkce
- $\sin \alpha = \frac{|BC|}{|AC|} = \frac{8}{10} \Rightarrow \alpha = 53^\circ 8'$

- $\sin \gamma = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{6}{10} \Rightarrow \gamma = 36^\circ 52'$

Thaletova kružnice nad stranou AC je kružnice s průměrem AC



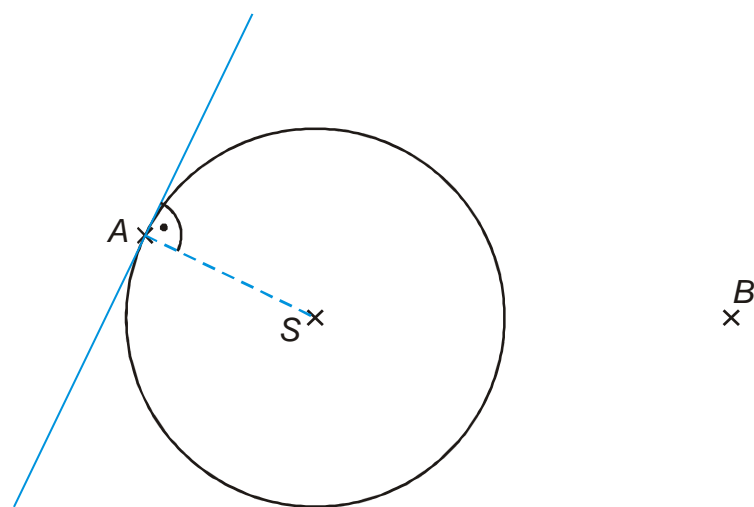
kružnice  $k$  vepsaná trojúhelníku  $ABC$



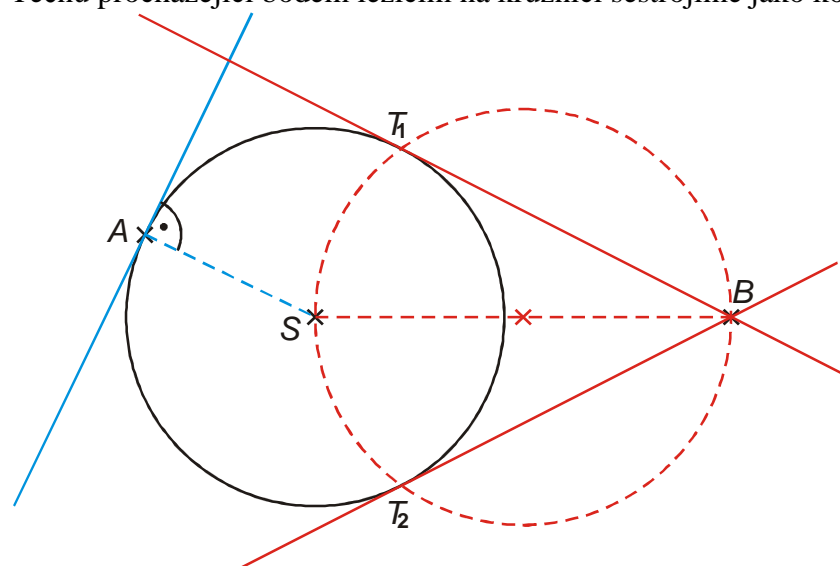
**Pedagogická poznámka:** Přesnost rýsování je možné kontrolovat průsečíkem kružnice  $\tau$  s bodem  $B$  a dotykovými body kružnice  $k$ .

Při kontrole výpočtem studenti často zapomínají na kontrolu pravoúhlosti pomocí Pythagorovy věty. Je potřeba jim vysvětlit, že používat goniometrické funkce můžeme až v okamžiku, kdy víme jistě, že trojúhelník je pravoúhlý. Pro obecný trojúhelník vztahy samozřejmě neplatí.

**Př. 3:** Je dána kružnice  $k(S; 5\text{ cm})$  a body  $A; A \in k$  a  $B; B \notin k$  ( $B$  leží vně). Sestroj tečnu kružnice  $k$  procházející bodem  $A$ . Sestroj všechny tečny kružnice  $k$  procházející bodem  $B$ .



Tečnu procházející bodem ležícím na kružnici sestrojíme jako kolmici na úsečku  $AS$ .



Při konstrukci tečen z bodu ležícího vně kružnice musíme zajistit kolmost tečen na odpovídající poloměru  $\Rightarrow$  tečné body najdeme pomocí Thaletovy kružnice na průměru  $SB$ .

**Pedagogická poznámka:** Při hodině je nutné kontrolovat studenty, kteří se zhusta snaží na rýsování tečen používat „štelovací metodu“, při které šoupají pravítkem po papíře a hledají polohu, ve které mohou nakreslit čáru připomínající tečnu. Vždy vyžadují, aby z obrázku bylo jasně vidět, jak získali tečné body.

**Př. 4:** Je dána přímka  $p$ , bod  $A; A \notin p$  a bod  $B; B \in p$ . Narýsuj přímku  $q$ , tak aby platilo: odchylka přímek  $p, q$  je  $50^\circ$ ,  $A \in q$ .

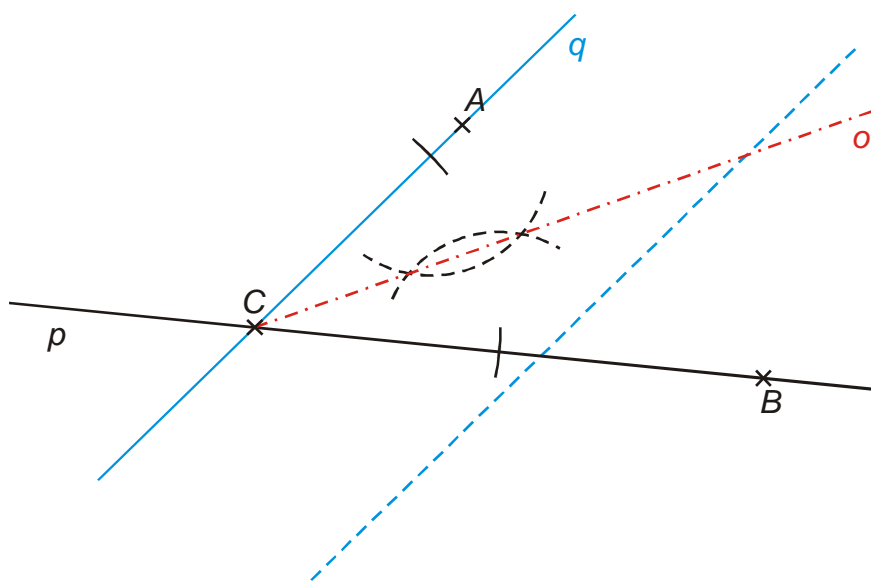
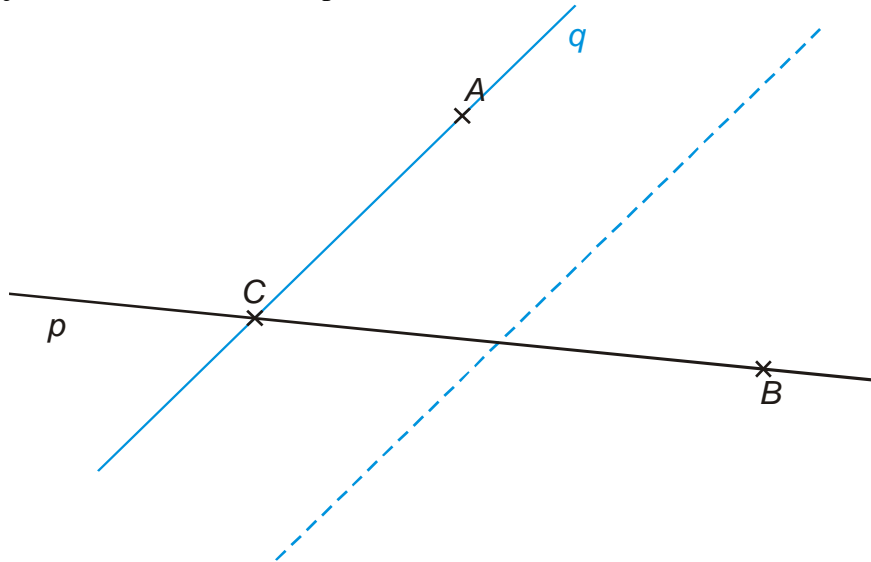
Narýsuj bod  $C; C \in p \cap q$ .

Narýsuj osu úhlu  $ACB$ . Přesnost rýsování potvrď měřením vzniklých úhlů.

$A$   
x



Narýsujeme libovolnou přímku, která má s přímkou  $p$  odchylku  $50^\circ$ . Přímku  $q$  pak získáme jako rovnoběžku s touto přímkou vedenou bodem  $A$ .



**Dodatek:** Přímku  $q$  můžeme také sestrojít tak, že sestrojíme v bodě  $A$  rovnoběžku s  $p$  a s její pomocí nakreslíme přímku  $q$ .

**Pedagogická poznámka:** Sestrojení přímku  $q$  dělá studentům značné problémy. Opět je třeba dát pozor, aby nepoužívali různé „šoupací“ metody.

**Shrnutí:**