

4.1.1 Opakování vlastností funkcí

Př. 1: Rozhodni, které z následujících předpisů můžeme považovat za funkce. U předpisů, které nejsou funkcemi, své rozhodnutí zdůvodni.

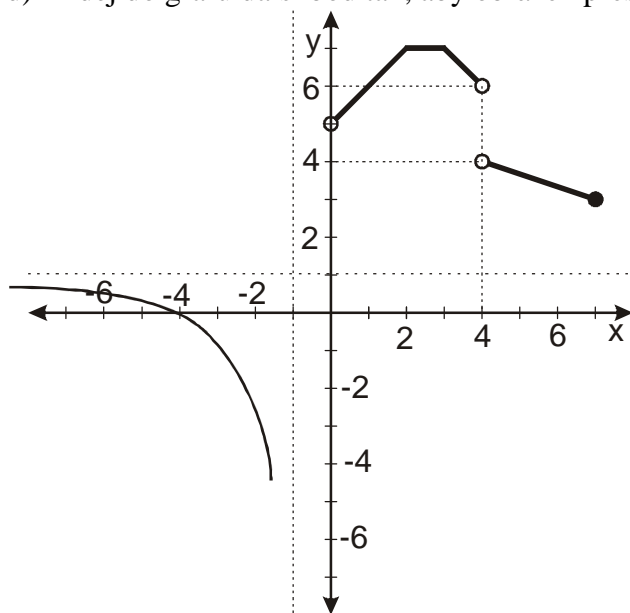
- Každému reálnému číslu se přiřadíme všechny jeho dělitele.
- Studentům ve třídě přiřadíme jejich výšku.
- Státům na světě přiřadíme počet jejich obyvatel.
- Studentům ve třídě přiřadíme jejich otce.

Př. 2: Je dána funkce $y = 2x$, kde $x \in \mathbb{N}$. Urči $f(20)$ a $H(f)$.

Př. 3: Rozhodni, která z následujících bodů jsou body grafu funkce $f: y = 2x$, kde $x \in \mathbb{N}$:
 $X_1[2;4]$; $X_2[10;15]$; $X_3[-4;-8]$; $X_4[15;30]$.

Př. 4: Na obrázku je nakreslen graf funkce $f(x)$.

- Urči $D(f)$ a $H(f)$
- Zjisti, pro která x je hodnota funkce větší než nula.
- Přidej do grafu další bod tak, aby obrázek zůstal grafem funkce.
- Přidej do grafu další bod tak, aby obrázek přestal být grafem funkce.



Př. 5: Přiřaď začátkům definic v levém sloupci odpovídající konce v pravém sloupci.

Funkce f se nazývá rostoucí , právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \leq f(x_2)$
Funkce f se nazývá klesající , právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$
Funkce f se nazývá nerostoucí , právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$
Funkce f se nazývá neklesající , právě když pro všechna	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \geq f(x_2)$

$x_1, x_2 \in D(f)$ platí:

- Př. 6:** Napiš definici funkce rostoucí v intervalu J .
- Př. 7:** Definici prosté funkce, převed' do nematematického jazyka.
- Př. 8:** Rozhodni, zda platí věta: „Je-li funkce rostoucí nebo klesající, je prostá.“
- Př. 9:** Uved' příklady navzájem inverzních funkcí.
- Př. 10:** Je možné najít inverzní funkci ke každé funkci? Pokud ne, stanov podmínky, kdy to možné je.
- Př. 11:** Graf sudé funkce je osově souměrný s osou y , protože z x i $-x$ vyrábí stejnou hodnotu y . Doplň načatou definici:
Funkce f se nazývá **sudá**, právě když zároveň platí:
a) Pro každé $x \in D(f)$, je také $-x \in D(f)$
b) ...
- Př. 12:** S pomocí předchozí definice sudé funkce sestav definici liché funkce. Jakou vlastnost má graf liché funkce?
- Př. 13:** Uved' příklady sudých a lichých funkcí.
- Př. 14:** Funkce se nazývá shora omezená, když existuje číslo, které je větší než všechna y z jejího oboru hodnot. Funkce má maximum, když mezi y existuje jedno, které je větší nebo rovno všem ostatním. Doplň následující definice:

Funkce f , právě když existuje reálné číslo d takové, že pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \geq d$.

Funkce f , právě když pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \geq f(a)$.

Funkce f , právě když pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \leq f(a)$.

Funkce f , právě když existuje reálné číslo d takové, že pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \leq d$.

Př. 15: Dokresli graf funkce tak, aby platilo $D(f) = R$ a zároveň:

- a) funkce byla shora omezená b) funkce měla minimum
c) funkce byla lichá d) funkce byla sudá

Ve všech případech nakresli jedno řešení a zformuluj podmínku, kterou musí

splňovat všechny „správné“ funkce.

