

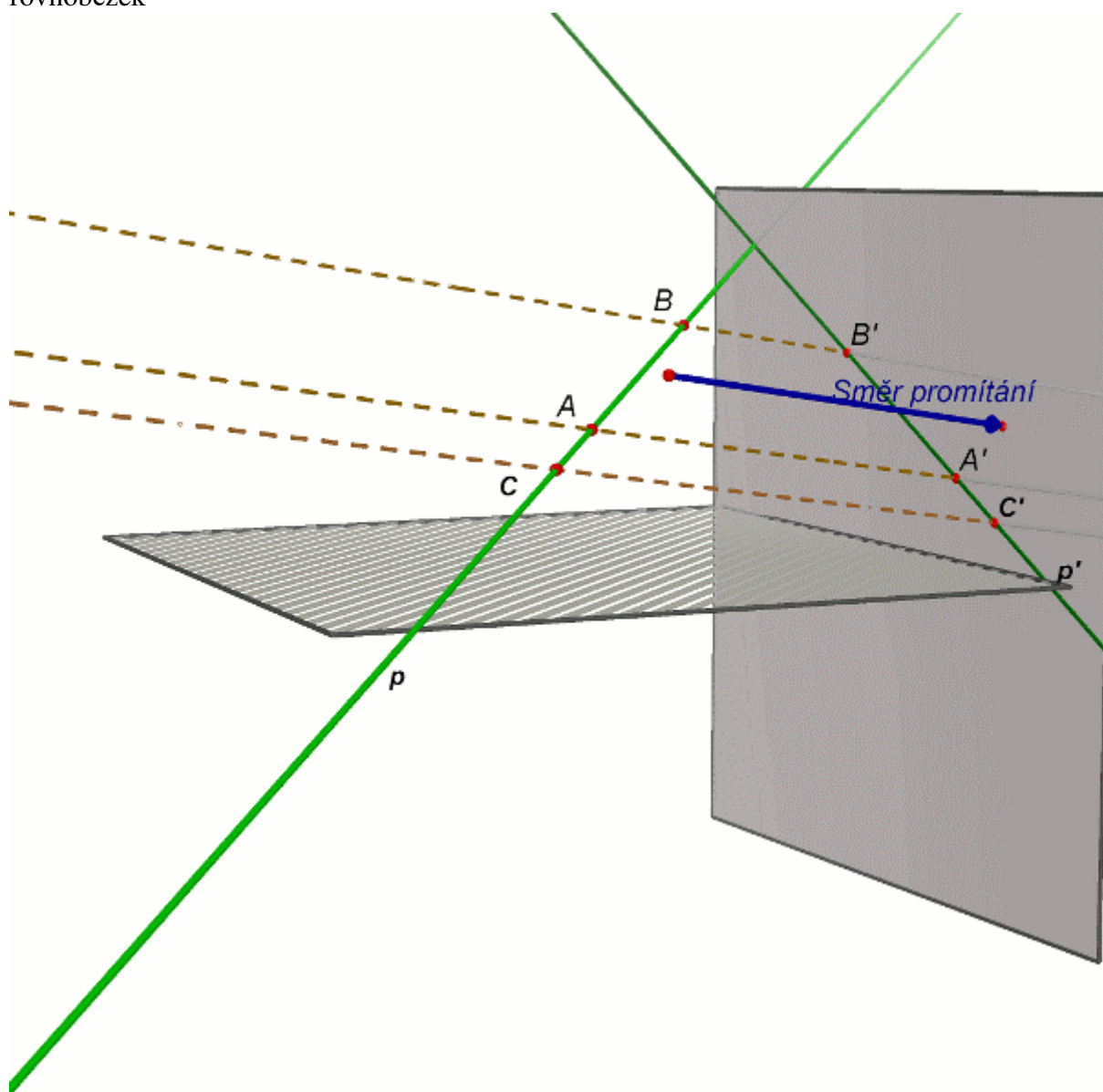
5.1.2 Volné rovnoběžné promítání

Předpoklady: 050101

Základní stereometrický problém: zabýváme se trojrozměrnými objekty, ale k práci používáme dvojrozměrný papír \Rightarrow musíme najít způsob, jak trojrozměrné objekty převést na dvojrozměrný papír (část informace se sice ztratí, ale pořád stojí za to, udělat to co nejlépe).

Pedagogická poznámka: Hned úvodní obrázek dělá žákům velké problémy. Chci, aby situaci ve dvojici zrealizovali v lavici, pak si ji ještě jednou ukážeme u tabule.

Nápad: zvolíme si rovinu (papír) a body z prostoru do ní budeme přenášet pomocí rovnoběžek



Terminologie:

- **rovnoběžné promítání** - název našeho postupu založeného na vytváření bodů pomocí rovnoběžek,

- **průmětna** - rovina, do které body přenášíme,
- **směr promítání** – směr rovnoběžek, které používáme na promítání (je u navzájem rovnoběžných přímk stejný),
- **rovnoběžný průmět bodu** – body vzniklé promítáním.

Má rovnoběžné promítání rozumné vlastnosti?

Př. 1: Zjisti modelováním rovnoběžného promítání jeho základní vlastnosti.

- a) Zobrazí se tři body ležící na jedné přímce do tří bodů, které leží na jedné přímce?
- b) Zachovává rovnoběžné promítání délky?

a) Zobrazí se tři body ležící na jedné přímce do tří bodů, které leží na jedné přímce?

Body ležící na jedné přímce se zobrazí buď na jednu přímku nebo do jednoho bodu.

b) Zachovává rovnoběžné promítání délky?

Rovnoběžné promítání obecně nezachovává délky. Úsečky se mohou prodlužovat i zkracovat, mohou se zobrazit do jediného bodu.

Pedagogická poznámka: U předchozího a následujícího příkladu je dobré, aby si studenti ve dvojicích v lavici opravdu ozkoušeli, jak promítání funguje. Při řešení příkladů je potřeba ohlídat, aby nepoužívali na promítání pouze směr kolmý k průmětně. Kontrolu před třídou je možné provádět buď pomocí Cabri3D, ale úplně nejlépe pomocí tabule a ukazovátek.

Př. 2: Rozhodni modelováním rovnoběžného promítání.

- a) Kdy zobrazuje rovnoběžné promítání úsečku na bod?
- b) Kdy rovnoběžné promítání zachovává délku úsečky?
- c) Zobrazí rovnoběžné promítání rovnoběžné přímky jako rovnoběžky?

a) Kdy zobrazuje rovnoběžné promítání úsečku na bod?

Rovnoběžné promítání zobrazí do jednoho bodu úsečky (i přímky), které jsou rovnoběžné se směrem promítání (je to nutný důsledek toho, že se snažíme trojrozměrný prostor zobrazit na dvojrozměrný papír. Vždy musíme jeden směr ztratit a při rovnoběžném promítání je to právě směr promítání).

b) Kdy rovnoběžné promítání zachovává délku úsečky?

Rovnoběžné promítání zachovává délku všech úseček, které jsou rovnoběžné s průmětnou \Rightarrow všechny útvary, které jsou s průmětnou rovnoběžné, se zobrazí na útvary shodné.

c) Zobrazí rovnoběžné promítání rovnoběžné přímky jako rovnoběžky?

Rovnoběžné promítání zachovává u přímk, které jsou různoběžné se směrem promítání (a nezobrazí se tedy do dvou bodů) rovnoběžnost.

Pedagogická poznámka: Bod b) je pro studenty poměrně obtížně přijatelný. Velká část z nich je přesvědčena, že k zachování délky je kromě rovnoběžnosti s průmětnou i na průmětnu kolmý směr promítání. Je třeba promítání zrealizovat u tabule a přeptat se, jaký útvar tvoří body na úsečce a jejím obrazu v průmětně (rovnoběžník). Z této úvahy také rychle vyplývá, proč se délka nezachová, pokud úsečka nebude rovnoběžná s průmětnou (útvary přestane být rovnoběžníkem).

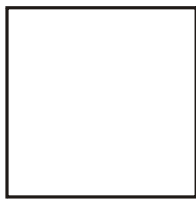
⇒ Pro všechny promítací směry platí:

- **Shodné a navzájem rovnoběžné úsečky se promítají do úseček, které jsou také shodné a navzájem rovnoběžné (nebo je průmětem každé z nich bod).**
- **Útvar, který leží v průmětně nebo v rovině s průmětnou rovnoběžné (průčelná rovina) se promítá do útvaru, který je s ním shodný.**

⇒ Při zobrazování pomocí těchto pravidel máme značnou volnost ⇒ proto postup označujeme jako **volné rovnoběžné promítání** ⇒ průmět není jednoznačný, záleží na směru promítání.

Zkusíme nejjednodušší možnost, budeme promítat kolmo k průmětně (kolmé promítání).

Př. 3: Načrtni kolmý průmět krychle, jejíž čelní stěna je rovnoběžná s průmětnou.



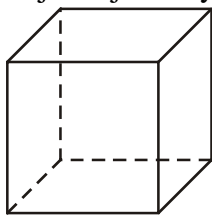
Předozaďní hrany jsou rovnoběžné se směrem promítání ⇒ zobrazí se do jednoho bodu ⇒ krychle se zobrazí jako čtverec ⇒ není to dvakrát názorné.

Přesto se kolmé promítání v technické praxi používá, většinou však z více směrů najednou ⇒ **nárys** (pohled zepředu), **půdorys** (pohled shora), **bokorys** (pohled z boku)

Pokud chceme vidět z jednoho obrázku, musíme promítat „šikmo“ ⇒

- Zvolíme šikmý směr tak, aby se úsečky kolmé k průmětně zobrazovaly na úsečky svírající s vodorovnými úhlem 45° a jejich délka se zkrátila na polovinu.

Nejčastěji se krychle kreslí takto:



Čárkovaně jsou vyznačeny hrany, které jsou neviditelné (jsou schované na zadní straně krychle).

Př. 4: Proč se předchozí způsob zobrazení krychle označuje jako **pravý nadhled**? Nakresli zbývající tři možnosti zobrazení krychle tímto způsobem a pojmenuj je.

V pravém nadhledu je krychle nakreslena tak, jako bychom se na ni koukali zprava (vidíme pravou boční stěnu) a shora (vidíme vrchní stěnu).

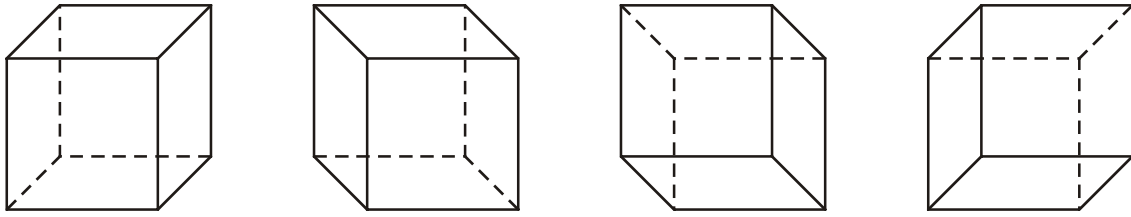
Další možností jsou v tabulce.

pravý nadhled

levý nadhled

pravý podhled

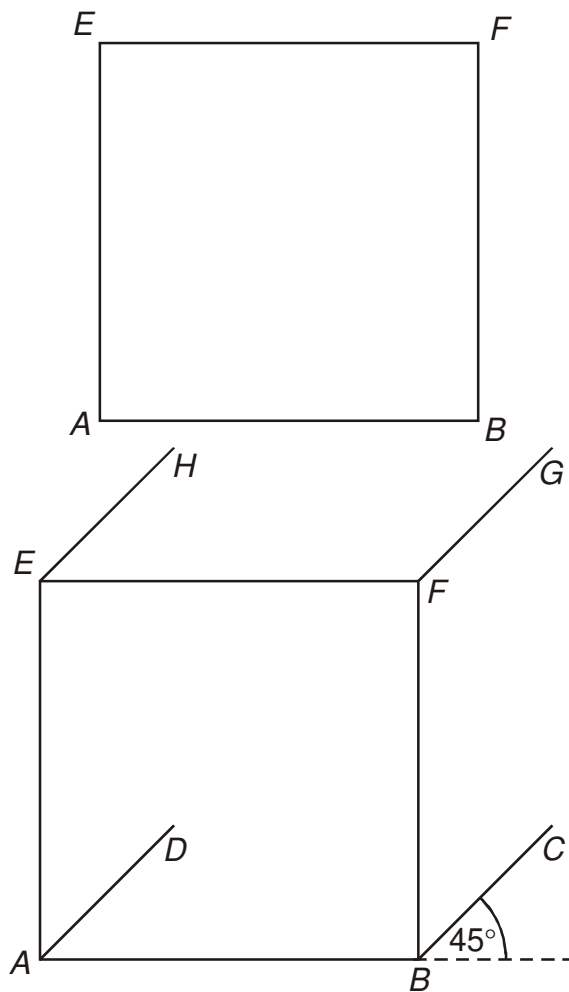
levý podhled



Pokud si neřekneme jinak, budeme kreslit tělesa v nejběžnějším pravém náhledu.

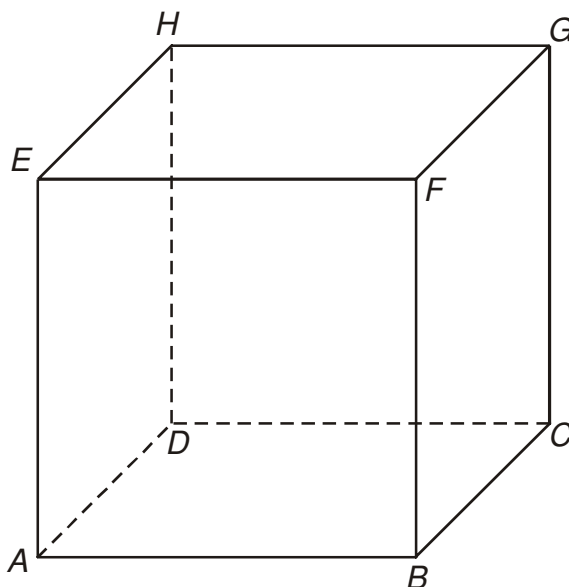
Př. 5: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz krychle $ABCDEFGH$ o straně $a = 5\text{ cm}$, jejíž přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou.

Přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou \Rightarrow zobrazí se na shodný čtverec.



Přezadní hrany (AD, BC, EH, FG) jsou kolmé na průmětnu \Rightarrow kreslíme je pod úhlem 45° zkrácené na polovinu.

Dokončíme rys, neviditelné hrany (AD , CD , DH) vytáhneme čárkovaně.



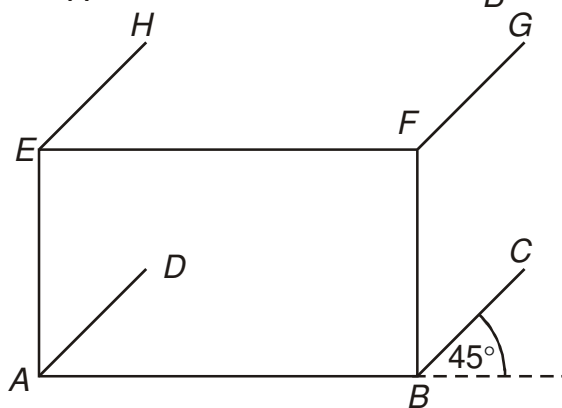
Pedagogická poznámka: Na tomto místě se často vyrábějí šablony na kreslení krychlí. Já je moc nepoužívám. I v případě, že studenti pomocí šablony nakreslí vrcholy krychle, trvá vytahování pravítkem tolik času, že nakreslení obrázku podle ruky je daleko rychlejší.

Př. 6: Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kvádrů $ABCDEFGH$ o stranách $a = |AB| = 5 \text{ cm}$, $b = |BC| = 4 \text{ cm}$, $c = |AE| = 3 \text{ cm}$. Přední stěna kvádrů $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou.

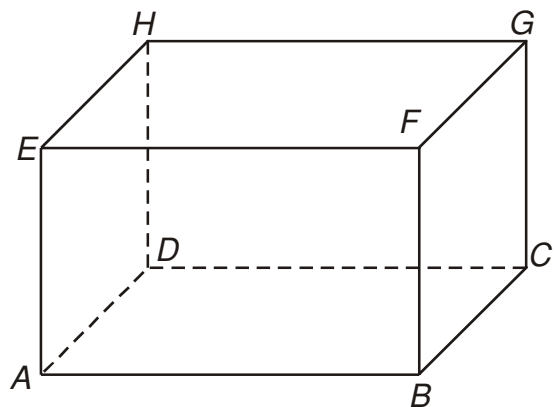
Přední stěna $ABEF$ je rovnoběžná s průmětnou \Rightarrow zobrazí se na shodný obdélník.



Přezadní hrany (AD , BC , EH , FG) jsou kolmé na průmětnu \Rightarrow kreslíme je pod úhlem 45° zkrácené na polovinu.



Dokončíme rys, neviditelné hrany (AD , CD , DH) vytáhneme čárkovaně.



Shrnutí: Trojrozměrné situace můžeme přenést na papír rovnoběžným promítáním.