

### 5.1.3 Obrazy těles ve volném rovnoběžném promítání I

**Předpoklady:** 050102

**Pedagogická poznámka:** K obrazům těles ve volném rovnoběžném promítání je možné přistoupit dvěma způsoby:

- Látku v podstatě přeskočit a ukázat studentům, jakým způsobem vypadají narýsované obrazy (jak je to v učebnici).
- Pokusit se studenty dovést k tomu, aby pomocí tři v podstatě velmi jednoduchých pravidel samostatně dokázali nakreslit obraz libovolného tělesa v libovolné poloze.

Já osobně postupuji druhým způsobem, ze dvou důvodů.

- Jde o krásný příklad toho, jak si studenti mohou nacvičit používání stále stejných základních pravidel v pro ně dost různých situacích.
- Studenti si musí být schopni na tělesech v různých polohách najít přímkou rovnoběžné a kolmé k průmětně, což je docela zajímavé cvičení prostorové představivosti.

**Pedagogická poznámka:** Od druhého příkladu je třeba v této i následující hodině krokovat příklad na tabuli. Není reálné očekávat, že by většina třídy narýsovala více než první tři příklady. Poslední příklad tak může zbyť na následující hodinu nebo je možné ho přeskočit.

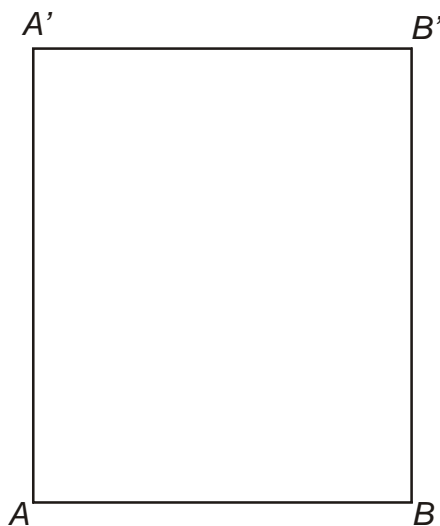
Nejdříve si zopakujeme pravidla, podle kterých můžeme rýsovat. Pravidla uvádíme od nejvíce a nejsnáze používaných k méně a hůře použitelným.

- Útvary rovnoběžné s průmětnou se zobrazují na útvary shodné. ( $\Rightarrow$  pokud o nějaké stěně tělesa víme, že je rovnoběžná s průmětnou, můžeme ji nakreslit ve skutečné velikosti.)
- Úsečky kolmé k průmětně se zobrazí na úsečky zkrácené na polovinu, svírající úhel  $45^\circ$  s obrazy vodorovných a svislých přímkou rovnoběžných s průmětnou. ( $\Rightarrow$  úsečky kolmé k průmětně můžeme kreslit zkrácené na polovinu pod úhlem  $45^\circ$ ).
- Úsečky navzájem rovnoběžné se zobrazí na úsečky navzájem rovnoběžné, jejich poměry se zachovávají. ( $\Rightarrow$  pokud víme o dvou úsečkách, že jsou rovnoběžné a známe průmět jedné z nich, průmět druhé bude s tímto průmětem rovnoběžný a poměry průmětů budou stejné jako poměry původních úseček)

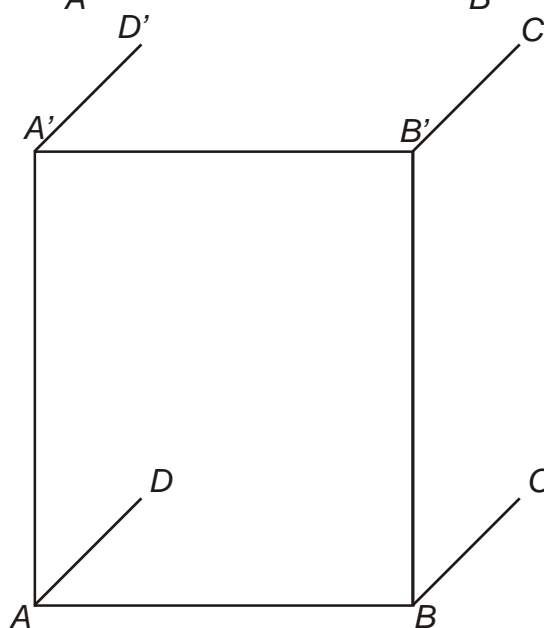
**Př. 1:** Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kvádru  $ABCD A' B' C' D'$  o rozměrech  $a = |AB| = 5 \text{ cm}$ ,  $b = |BC| = 4 \text{ cm}$ ,  $c = |AA'| = 6 \text{ cm}$ . Kvádr stojí na své nejmenší stěně tak, že jeho největší stěna je rovnoběžná se svislou průmětnou.

Ze zadání je zřejmé, že přední stěna  $ABA'B'$  i zadní stěna  $CDC'D'$  jsou rovnoběžné s průmětnou a proto je můžeme nakreslit jako shodné útvary. Zbývající předozadní hrany jsou na průmětnu kolmé a na obrázku se pod úhlem  $45^\circ$  zkrátí na polovinu skutečné délky.

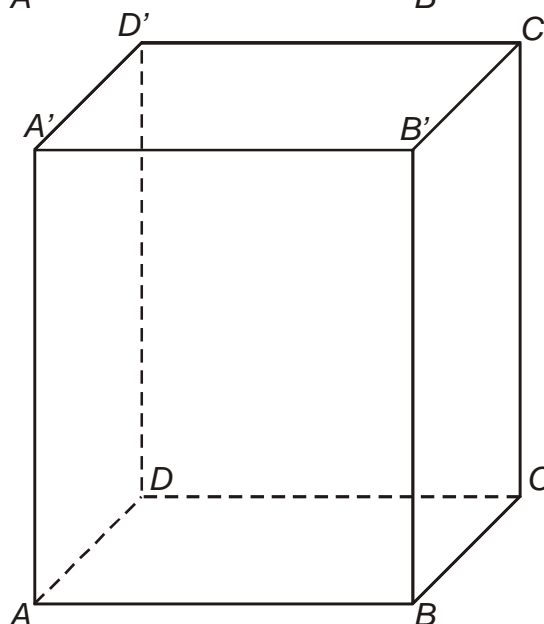
Nejdříve nakreslíme přední stěnu – obdélník  $ABA'B'$  o stranách  $b = 5\text{ cm}$  a  $c = 6\text{ cm}$ .



Předozaďní hrany  $BC$ ,  $AD$ ,  $A'D'$  a  $B'C'$  jsou kolmé k průmětně  $\Rightarrow$  můžeme je nakreslit z již narysovaných vrcholů zkrácené na polovinu, pod úhlem  $45^\circ$ .



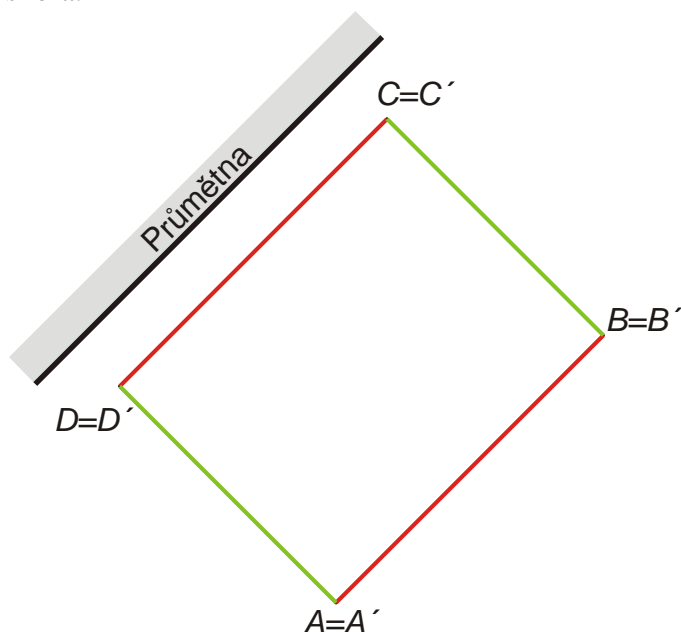
Dokončíme obrázek a vyznačíme viditelnost hran.



**Pedagogická poznámka:** Následující obrázek sice nepřispívá k řešení předchozího příkladu, ale důležitý jako ukázka pomocného obrázku, který pNásledující obrázek sice

nepřispívá k řešení předchozího příkladu, ale důležitý jako ukázka pomocného obrázku, který přispívá ke správnému narýsování složitějších příkladů

Polohu kvádrů vůči průměrně v předchozím obrázku si můžeme znázornit pomocí pohledu shora.



Rýsování bylo jednoduché, protože všechny hrany kvádrů jsou ihned rýsovatelné:

- červeně vyznačené hrany jsou rovnoběžné s průmětnou a proto je můžeme rýsovat ve skutečné velikosti,
- zelené hrany jsou kolmé na průmětnu a proto je můžeme rýsovat pod úhlem  $45^\circ$  zkrácené na polovinu.

Úsečky, které nemají ani jeden z těch směrů, přímo rýsovat nemůžeme, protože nevíme, jak moc se změní promítáním jejich délka  $\Rightarrow$  při rýsování volných rovnoběžných průmětů vycházíme z úseček, které jsou rovnoběžné nebo kolmé k průmětně. Pokud mezi ně nepatří dostatek hran tělesa, musíme takové úsečky najít (dobře nám může posloužit pohled shora).

**Pedagogická poznámka:** Následující příklad je velmi důležitý z hlediska „zachování pravidel“. Studenti se v minulosti již mnohokrát setkali s průmětem krychle a proto jim jeho klasické provedení v pravém nadhledu přijde přirozené. Teď však musí svoji zkušenost opustit a nakreslit něco zcela jiného. Situaci jim můžete ulehčit tím, že doopravdy postavíte před tabuli krychli v této poloze, pak totiž musejí uznat, že klasický obrázek situaci nezachycuje.

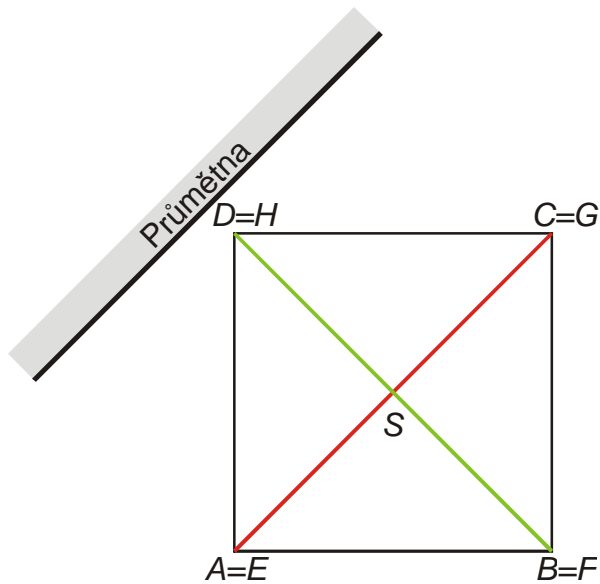
**Př. 2:** Nakresli ve volném rovnoběžném promítání obraz krychle  $ABCDEFGH$  o straně  $a = 5 \text{ cm}$  stojící na stěně  $ABCD$ , jejíž stěnové úhlopříčky  $AC$  a  $EG$  jsou rovnoběžné s průmětnou.

**Problém:** Žádná stěna krychle není rovnoběžná s průmětnou, žádná hrana není na průmětnu kolmá  $\Rightarrow$  musíme najít v krychli nějaký útvar, který je s průmětnou rovnoběžný a nějaké úsečky, které jsou na průmětnu kolmé.

Načrtneme si situaci při pohledu seshora:

Při pohledu seshora vidíme, že žádná z hran horní podstavy není rýsovatelná, můžeme však v podstavě najít dvě zajímavé úsečky:

- úsečka  $AC$  je rovnoběžná

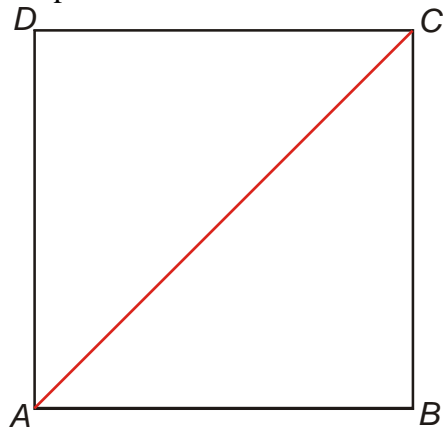


s průmětnou (její délka se zachovává),

- úsečka  $BD$  je kolmá k průmětně (kreslíme ji pod úhlem  $45^\circ$  zkrácenou na polovinu).

Všechny svislé hrany (v obrázku je nevidíme) jsou s průmětnou také rovnoběžné  $\Rightarrow$  můžeme nakreslit obdélník  $ACEG$  (je rovnoběžný s průmětnou).

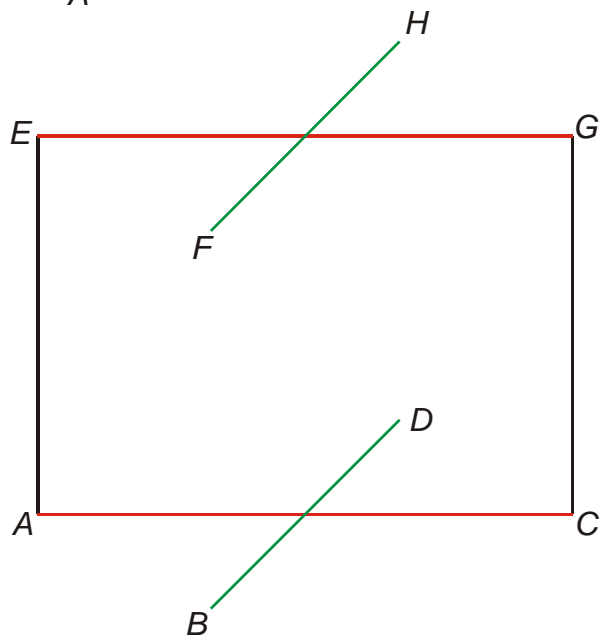
Neznáme délku strany  $AC \Rightarrow$  nakreslíme si stranu podstavu krychle a z ní si délku úsečky  $AC$  přeneseme.



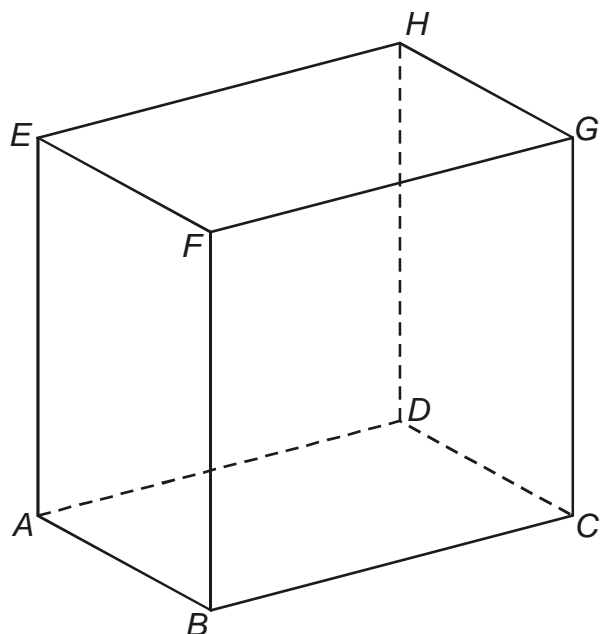
$\Rightarrow$



Ke zbývajícím vrcholům se dostaneme pomocí úseček  $BD$  a  $FH$ . Jsou kolmé k průmětně a prochází středy úhlopříček  $AC$  a  $EG$ , které již máme narýsované



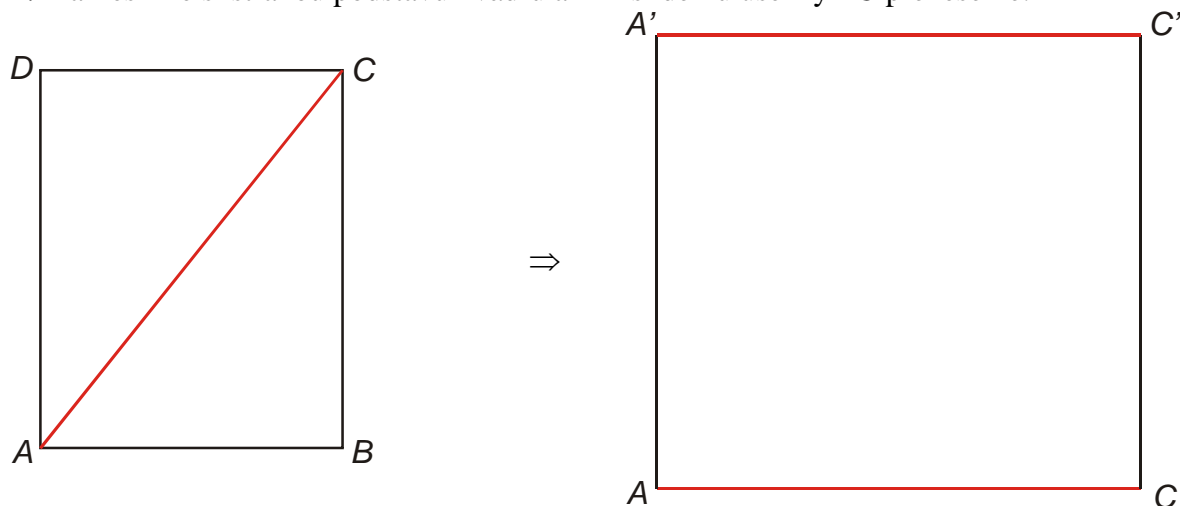
Dokreslíme hrany krychle a vyznačíme jejich viditelnost.



**Př. 3:** Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz kvádru  $ABCD A' B' C' D'$  o rozměrech  $a = |AB| = 4 \text{ cm}$ ,  $b = |BC| = 5 \text{ cm}$ ,  $c = |AA'| = 6 \text{ cm}$ . Kvádr stojí na své nejmenší stěně tak, že stěnová úhlopříčka podstavy  $AC$  je rovnoběžná s průmětnou.

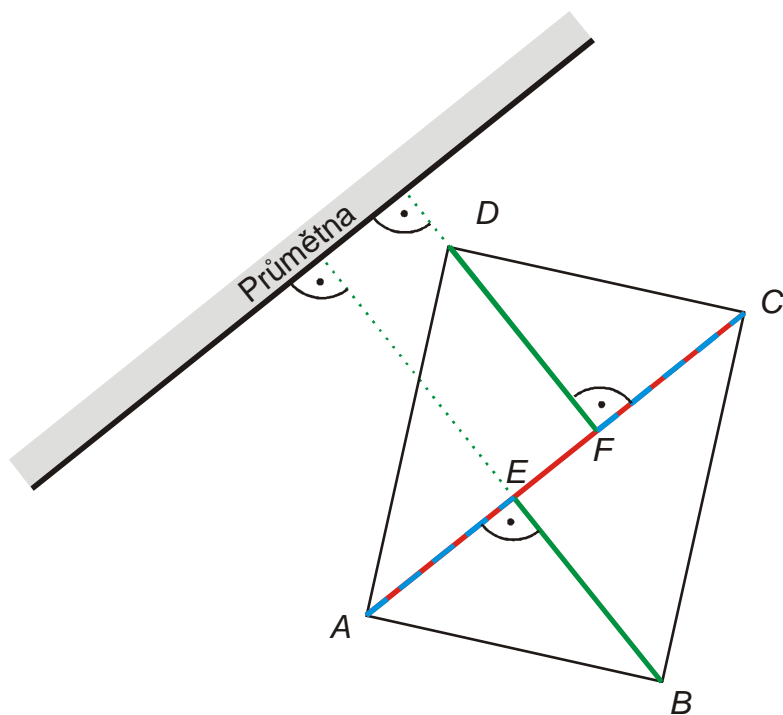
**Problém:** Žádná stěna kvádrů není rovnoběžná s průmětnou, žádná hrana není na průmětnu kolmá  $\Rightarrow$  musíme najít v krychli nějaký útvar, který je s průmětnou rovnoběžný a nějaké úsečky, které jsou na průmětnu kolmé.

Můžeme nakreslit obdélník  $ACA' C'$  (je rovnoběžný s průmětnou). Neznáme délku strany  $AC$   $\Rightarrow$  nakreslíme si stranou podstavu kvádrů a z ní si délku úsečky  $AC$  přeneseme.



Potřebujeme nakreslit body  $B$  a  $D$ . Na rozdíl od krychle nemůžeme použít úhlopříčku  $BD$ , protože není kolmá na úhlopříčku  $AC$  a tedy ani na průmětnu.

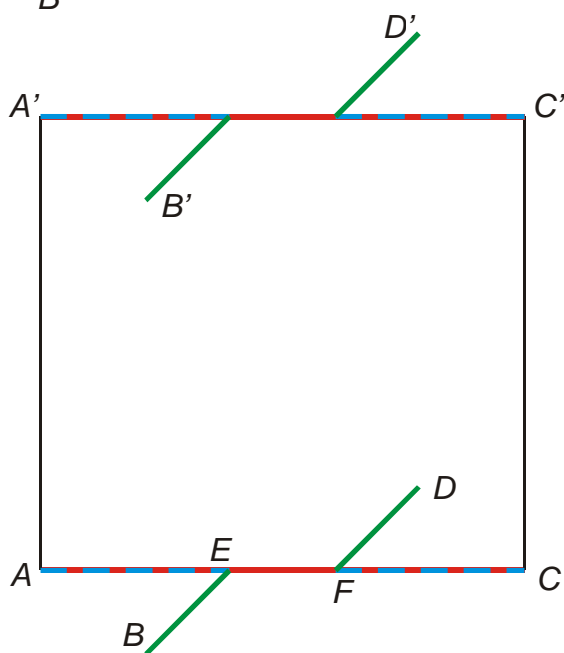
Stejně jako u krychle však můžeme využít obrázek podstavy  $ABCD$  a najít potřebné vzdálenosti v něm. Ty, které leží na úhlopříčce  $AC$ , budeme přenášet ve skutečné velikosti do svého obrázku, ty, které budou kolmé, budeme zkracovat na polovinu.



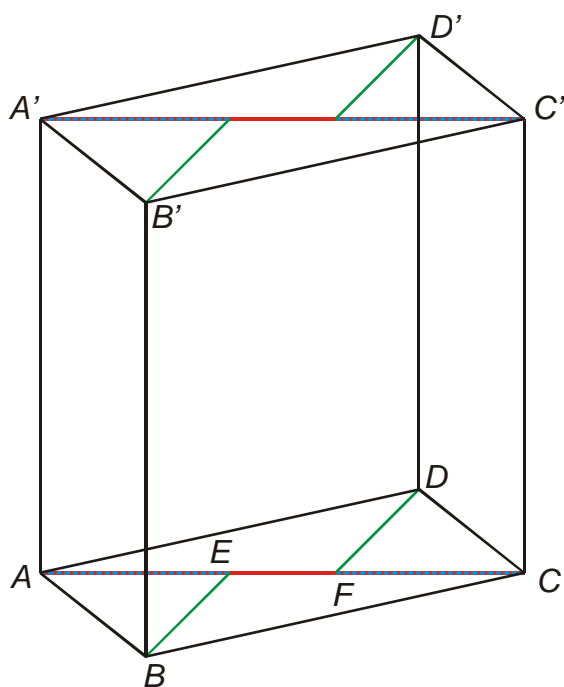
Protože vzdálenosti na úhlopříčce  $AC$  se zachovávají můžeme snadno přenést body  $E$  a  $F$  do obrázku.

Úsečky  $FB$  a  $ED$  jsou kolmé k průmětně, nakreslíme je tedy pod úhlem  $45^\circ$  zkrácené na polovinu.

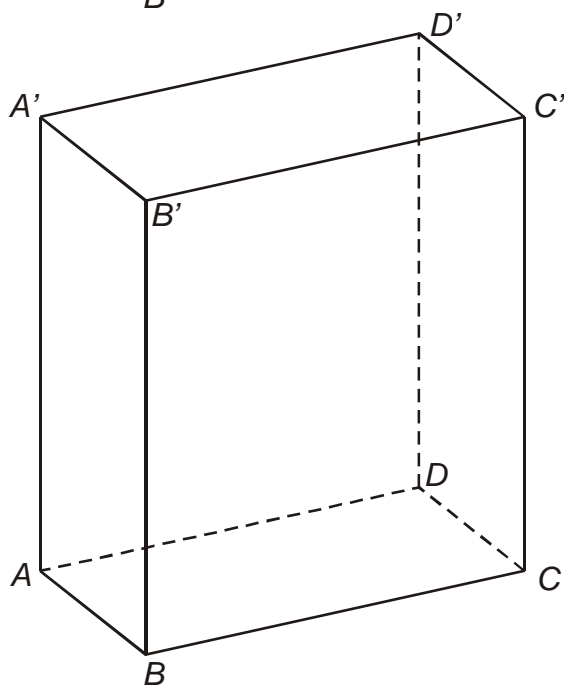
Stejně budeme postupovat v horní podstavě s body  $B'$  a  $D'$ .



Nyní nakreslíme hrany kvádru a vyznačíme jejich viditelnost.

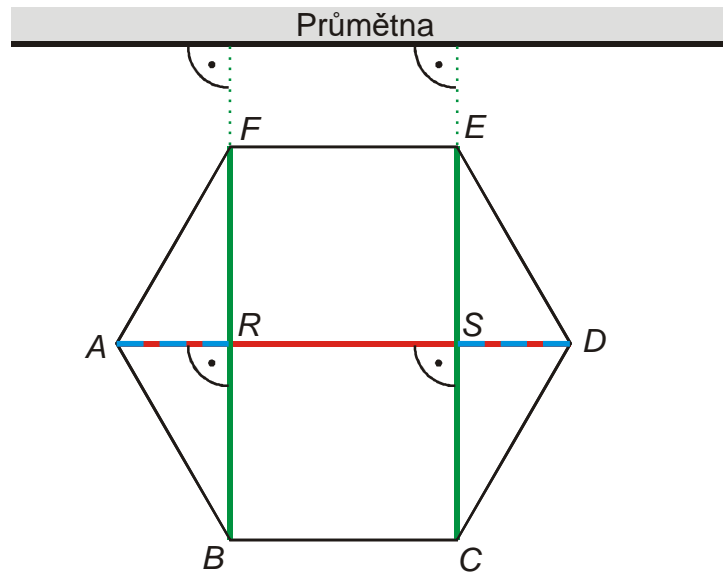


Konečný obrázek.



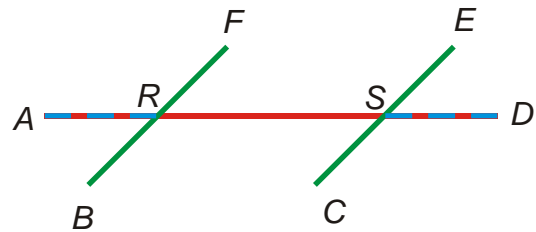
**Př. 4:** Narýsuj ve volném rovnoběžném promítání obraz pravidelného šestibokého hranolu  $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$  pro nějž platí:  $a = |AB| = 3 \text{ cm}$ ,  $v = |AA'| = 5 \text{ cm}$ . Hranol stojí na podstavě  $ABCDEF$  tak, že stěnová úhlopříčka podstavy  $AD$  je rovnoběžná s průmětnou.

Narýsujeme si obrázek podstavy ve skutečné velikosti a v něm najdeme rovnoběžné i kolmé úsečky, pomocí kterých sestojíme obraz v rovnoběžném promítání.

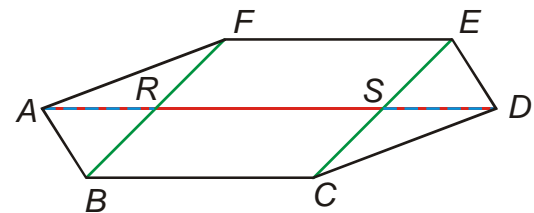


Z obrázku můžeme sestavit postup na nakreslení podstavy:

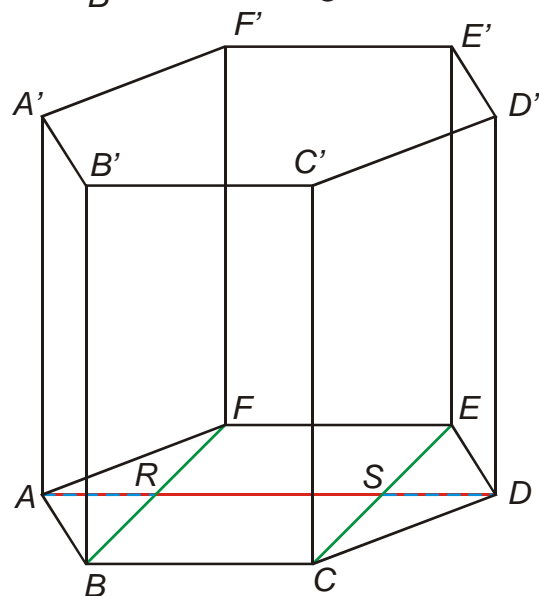
- Narýsujeme úsečku  $AD$ .
- Na úsečce vyznačíme body  $R$  a  $S$  (vzdálenosti  $AR$  a  $DS$  se zachovávají).
- Úsečky  $BF$  a  $CE$  nakreslíme v bodech  $R$  a  $S$  pod úhlem  $45^\circ$  zkrácené na polovinu (jsou kolmé k průmětně).



Narýsujeme průmět šestiúhelníku dolní podstavy.

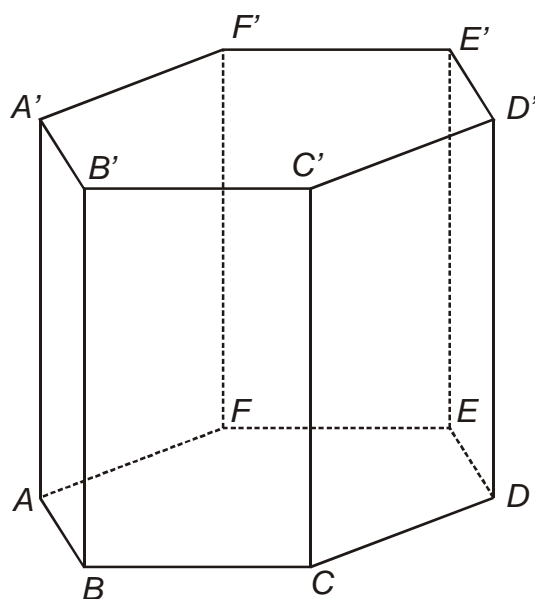


Svislé hrany (jako  $AA'$ ) jsou rovnoběžné s průmětnou  $\Rightarrow$  kreslíme je ve skutečné velikosti.





Vytáhneme výsledek a vyznačíme viditelnost hran.



**Pedagogická poznámka:** Přesnější výsledek žáci dosáhnou, když začnou kreslit od obdélníku  $ADA'D'$ . Na tomto obdélníku pak zkonstruují obě podstavy a svislé hrany nakreslí pouze jako spojnice už známých bodů.

**Shrnutí:** Při kreslení volných rovnoběžných průmětů využíváme úsečky rovnoběžné s průmětnou a kolmé na průmětnu.