

## 5.1.9 Řezy těles rovinou I

**Předpoklady:** 5108

**Pedagogická poznámka:** Při kreslení řezů platí ještě více než u zbytku stereometrie, že v rychlosti postupu budou mezi žáky obrovské rozdíly. Učebnice s tím počítá a všechny hodiny obsahují více příkladů, než může většina třídy stihnout. Ještě víc než v jiných hodinách pak platí, že je třeba nechat žáky udělat alespoň část kroků samostatně a pak korigovat případné chyby. Prostorová představivost je také záležitostí tréninku.

**Pedagogická poznámka:** Hodinu je třeba řídit tak, aby se nejpozději 10 minut před koncem začalo pracovat na příkladu 5 (hledání chyb). Hledat chyby je možné i v příkladech, které žáci ještě neřešili. Protože se chyby v obraze na projektoru velmi těžko ukazují, rozdávám žákům papírky, které by v ideálním případě neměli pokreslit a naopak měli by je na konci hodiny odevzdat.

**Řez tělesa rovinou** – průnik roviny s tělesem  $\Rightarrow$  sestrujeme průsečnice roviny se stěnami tělesa  $\Rightarrow$  **nezajímají nás (a proto je nekreslíme) úsečky, které procházejí vnitřkem tělesa.** Kreslíme je jen, když to nejde jinak (takové příklady přijdou až za několik hodin) a pouze jako pomocné čáry.

**Pravidlo první (Pravidlo spojování bodů):**

Leží-li dva různé body v rovině, pak přímka jimi určená leží také v této rovině.

$\Rightarrow$

Pokud známe v libovolné stěně tělesa dva různé body roviny řezu, nakreslíme jejich spojnici. Průnik této spojnice a stěny je jednou stranou řezu.

**Pedagogická poznámka:** V řešeních příkladů jsou body, které vznikají při konstrukci řezu, označovány písmeny. Důvodem je orientace při studiu a možnost sledovat krokovaný postup. Po žácích při konstrukci v sešitu nic takového nechci.

**Pedagogická poznámka:** Následující řezy jsou velmi jednoduché a chytřejší část třídy si s nimi velmi rychle poradí. Slabší žáci budou mít naopak velké problémy a při přeskočení této a následující hodiny budou zcela bezradní.

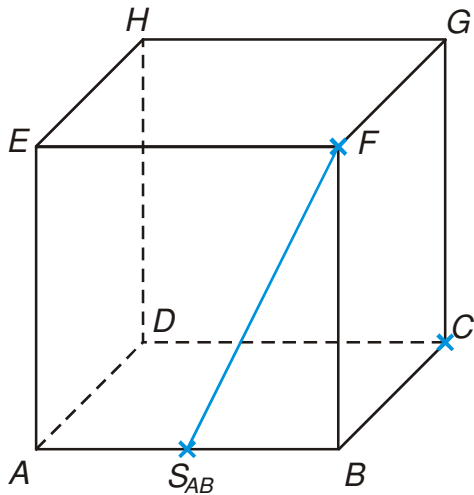
**Př. 1:** Je dána standardní krychle  $ABCDEFGH$ . Sestroj řez této krychle rovinou:

a)  $S_{AB}FC$ ,

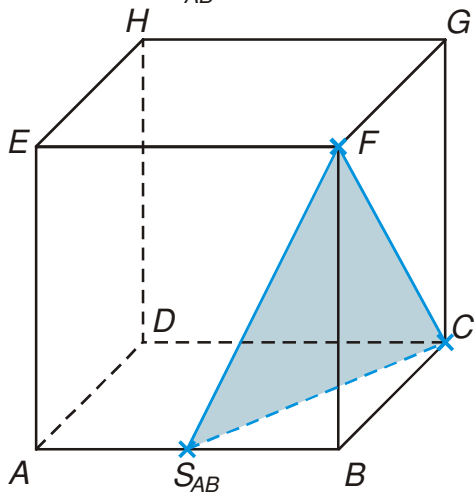
b)  $S_{AE}BD$

c)  $S_{BC}S_{CH}G$ .

a)  $S_{AB}FC$

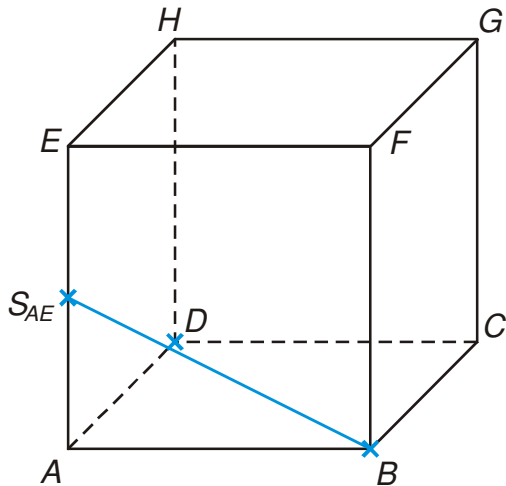


- Body  $S_{AB}$  a  $F$  leží v jedné rovině (přední stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v přední stěně a je jednou ze stran řezu.

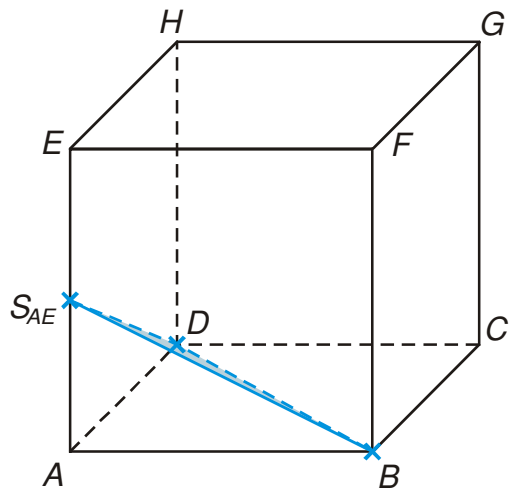


- Body  $S_{AB}$  a  $C$  leží v jedné rovině (dolní podstava)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.
- Body  $F$  a  $C$  leží v jedné rovině (pravá stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v pravé stěně a je jednou ze stran řezu.

b)  $S_{AE}BD$

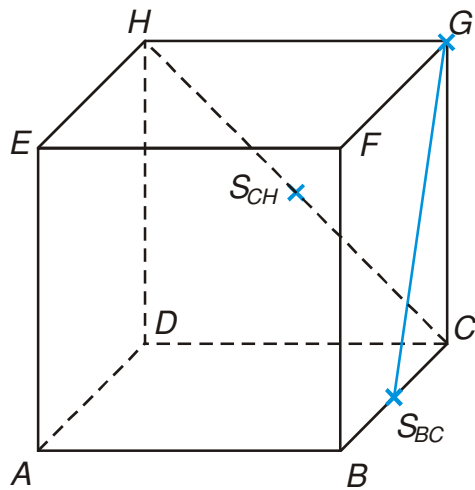


- Body  $S_{AE}$  a  $B$  leží v jedné rovině (přední stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v přední stěně a je jednou ze stran řezu.

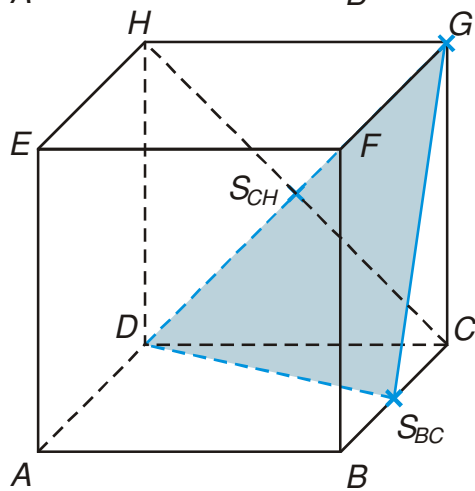


- Body  $S_{AE}$  a  $D$  leží v jedné rovině (levá stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v levé stěně a je jednou ze stran řezu.
- Body  $D$  a  $B$  leží v jedné rovině (dolní podstava)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.

c)  $S_{BC}S_{CH}G$

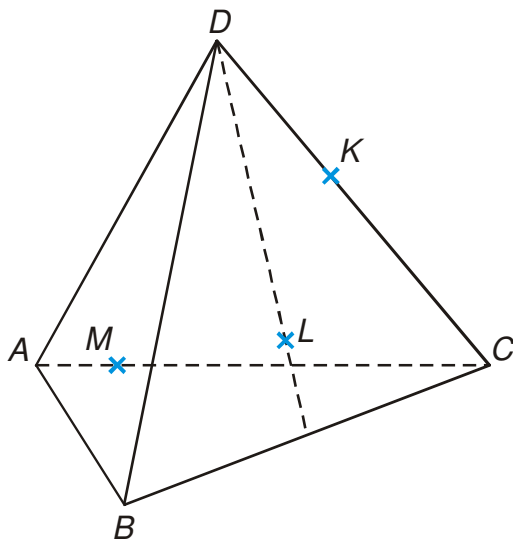


- Body  $S_{BC}$  a  $G$  leží v jedné rovině (pravá boční stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v pravé boční stěně a je jednou ze stran řezu.



- Body  $S_{CH}$  a  $G$  leží v jedné rovině (zadní stěna)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v zadní stěně a je jednou ze stran řezu. Přímka  $S_{CH}G$  je úhlopříčkou zadní stěny  $\Rightarrow$  prochází bodem  $D$ , který je tedy dalším bodem řezu.
- Body  $D$  a  $S_{BC}$  leží v jedné rovině (dolní podstava)  $\Rightarrow$  jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.

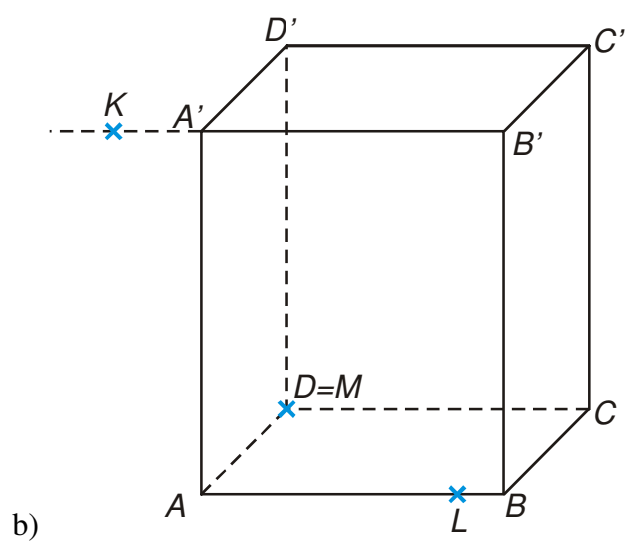
**Př. 2:** Sestroj řezy těles rovinami určenými body  $K, L, M$ .



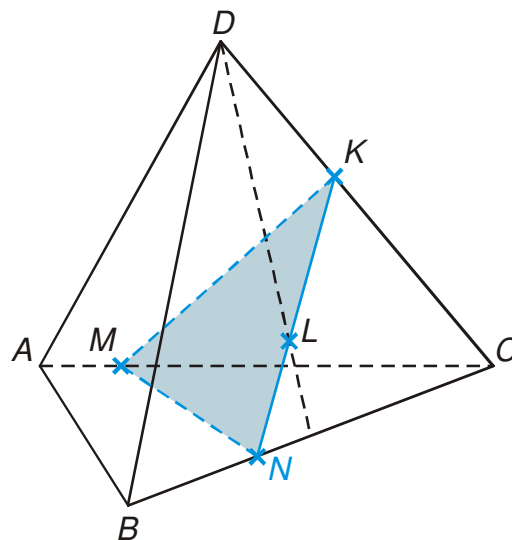
a)

a)

- Body  $M, K$  leží v zadní stěně  $\Rightarrow$  úsečka  $MK$  je stranou řezu.
- Body  $L, K$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  část polopřímky  $KL$  je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky  $KL$  s hranou  $BC$  označíme  $N$ .
- Body  $N, M$  leží v podstavě  $\Rightarrow$  úsečka  $MN$  je stranou řezu.

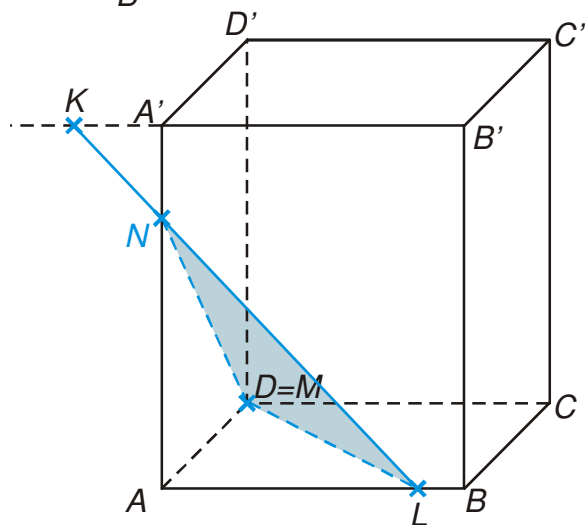


b)



b)

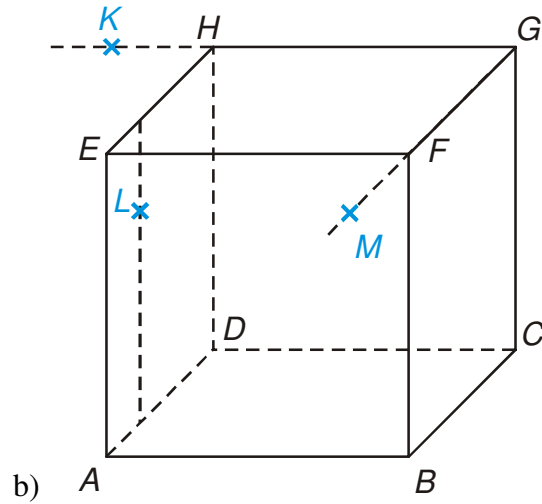
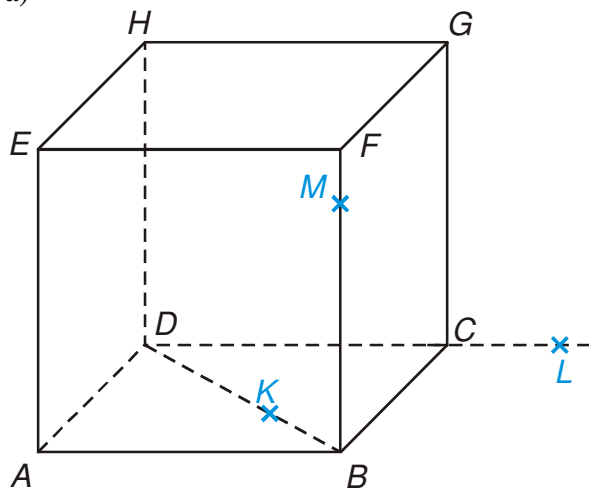
- Body  $K, L$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  část úsečky  $KL$  je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky  $KL$  s hranou  $AA'$  označíme  $N$ .
- Body  $N, M$  leží v levé boční stěně  $\Rightarrow$  úsečka  $NM$  je stranou řezu.
- Body  $M, L$  leží v podstavě  $\Rightarrow$  úsečka  $ML$  je stranou řezu.



**Postřeh:** Průsečík každé přímky, na které leží libovolná strana řezu, s libovolnou hranou tělesa je dalším bodem řezu, který můžeme použít pro další postup.

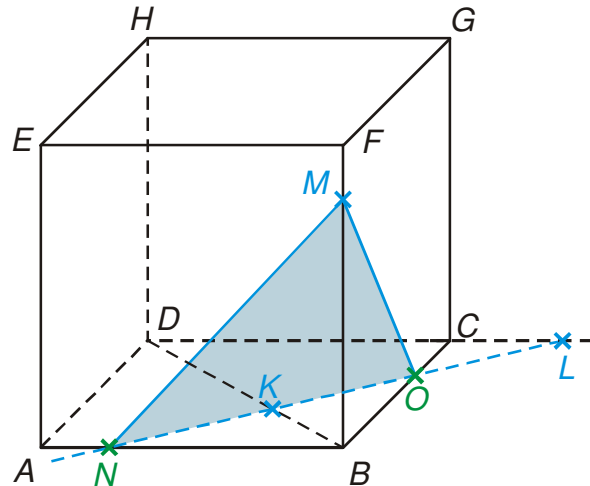
**Př. 3:** Sestroj řezy těles rovinami určenými body  $K, L, M$ .

a)



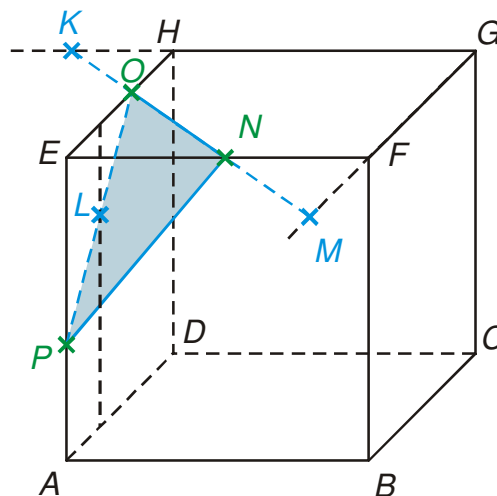
a)

- Body  $L, K$  leží v dolní stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky  $KL$  s hranou  $AB$  označíme  $N$ , průsečík s hranou  $BC$  označíme  $O$ .
- Body  $N, M$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit a získat tak část řezu (úsečku  $NM$ ).
- Body  $O, M$  leží v pravé stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit a získat tak část řezu (úsečku  $MO$ ).



b)

- Body  $K, M$  leží v rovině horní stěny  $\Rightarrow$  část úsečky  $KM$  je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky  $KM$  s hranou  $EF$  označíme  $N$ , průsečík s hranou  $EH$  označíme  $O$ .
- Body  $O, L$  leží v levé boční stěně  $\Rightarrow$  část polopřímky  $OL$  je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky  $OL$  s hranou  $AE$  označíme  $P$ .
- Body  $N, P$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  úsečka  $NP$  je stranou řezu.



**Př. 4:** Je dána standardní krychle  $ABCDEFGH$ . Sestroj řez této krychle rovinou:

a)  $KLM$ , kde  $K$  leží na polopřímce  $AB$ ,  $|KA| = \frac{3}{2}|AB|$ ,  $L$  leží na polopřímce  $AE$ ,

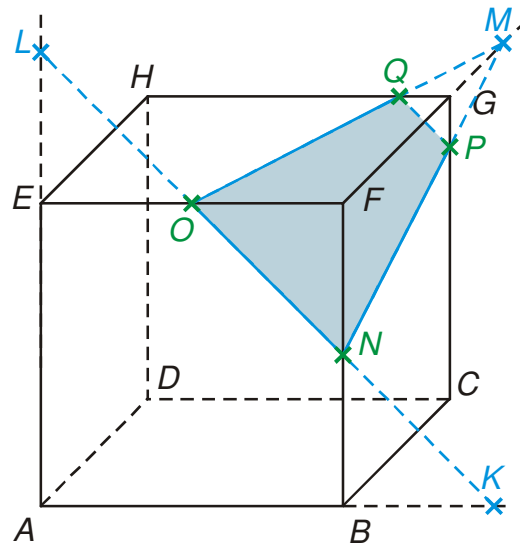
$|LA| = \frac{3}{2}|AE|$  a  $M$  leží na polopřímce  $FG$ ,  $|MF| = \frac{3}{2}|FG|$ ,

b)  $KLM$ , kde  $K$  leží na polopřímce  $BA$ ,  $|KB| = \frac{3}{2}|AB|$ ,  $L$  leží na polopřímce  $BF$ ,

$|LB| = \frac{3}{2}|BF|$  a  $M$  leží na polopřímce  $EH$ ,  $|MH| = \frac{1}{2}|EH|$ .

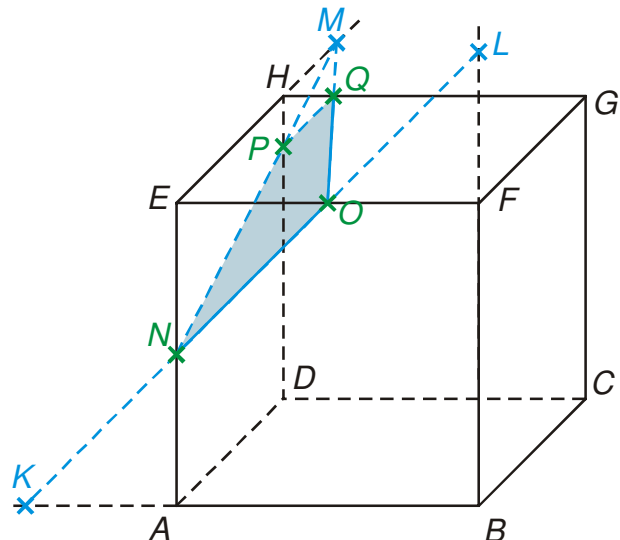
a)

- Body  $L, K$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky  $KL$  s hranou  $BF$  označíme  $N$ , průsečík s hranou  $EF$  označíme  $O$ .
- Body  $N, M$  leží v pravé boční stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit. Získáme bod  $P$  a část řezu (úsečku  $NP$ ).
- Body  $O, M$  leží v horní stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit. Získáme bod  $Q$  a část řezu (úsečku  $OQ$ ).
- Body  $P, Q$  leží v zadní podstavě  $\Rightarrow$  úsečka  $PQ$  je poslední stranou řezu.



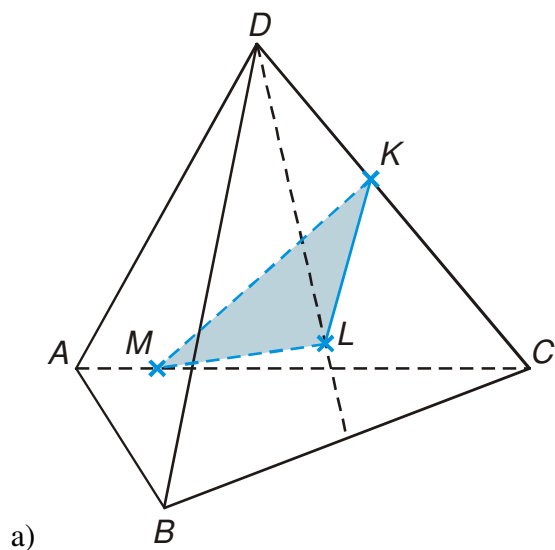
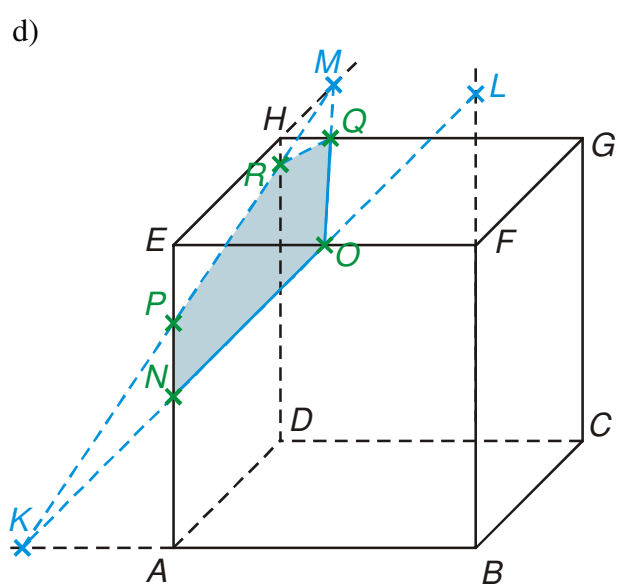
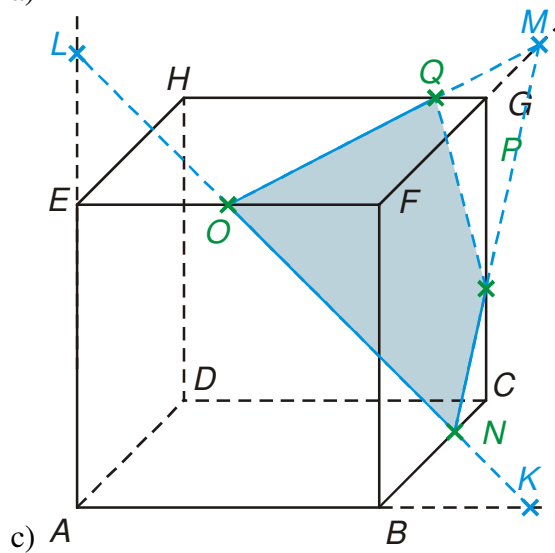
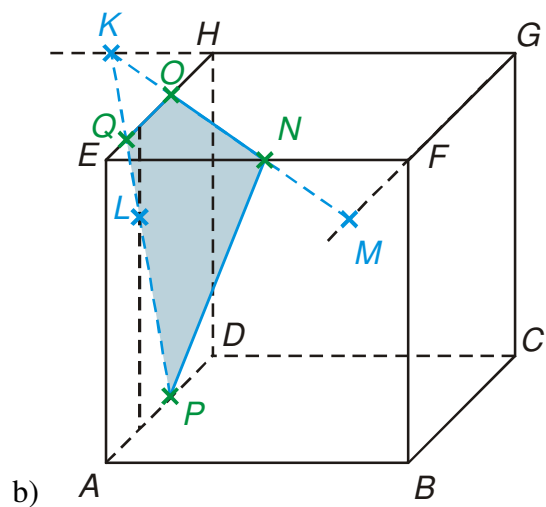
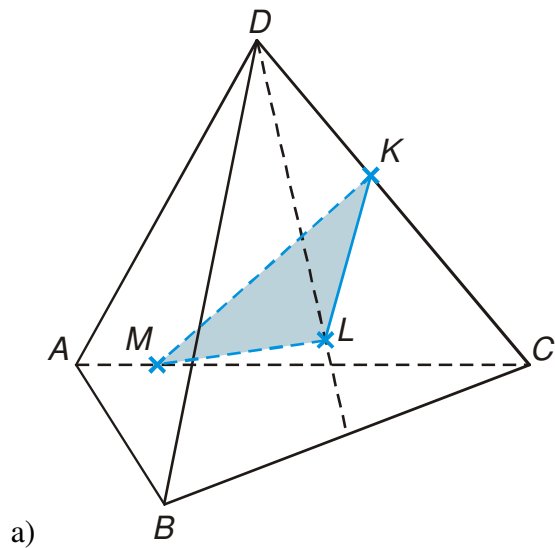
b)

- Body  $L, K$  leží v přední stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky  $KL$  s hranou  $AE$  označíme  $N$ , průsečík s hranou  $EF$  označíme  $O$ .
- Body  $N, M$  leží v levé boční stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit. Získáme bod  $P$  a část řezu (úsečku  $NP$ ).
- Body  $O, M$  leží v horní stěně  $\Rightarrow$  můžeme je spojit. Získáme bod  $Q$  a část řezu (úsečku  $OQ$ ).
- Body  $P, Q$  leží v zadní podstavě  $\Rightarrow$  úsečka  $PQ$  je poslední stranou řezu.

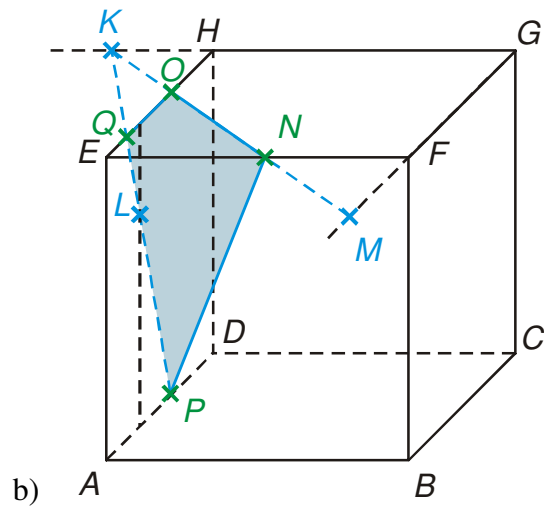


**Pedagogická poznámka:** Vnímavější žáci si samozřejmě všimnou, že oba body předchozího příkladu představují stejný řez jen z jiné strany krychle (tudíž jinak zkrreslený promítáním do roviny).

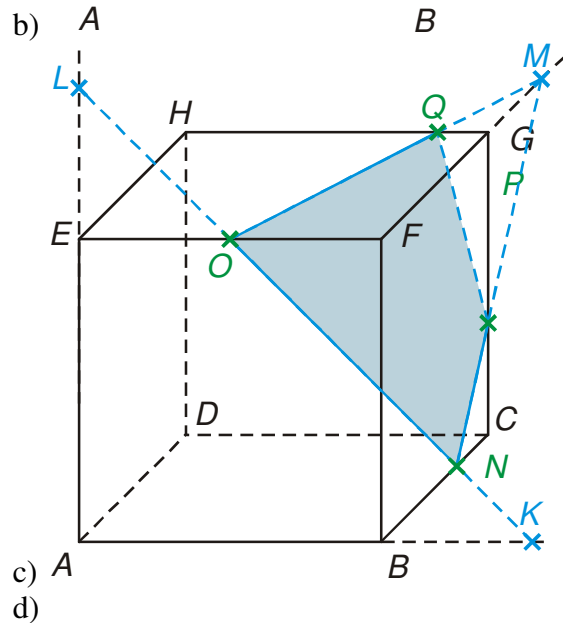
**Př. 5:** Na následujících obrázcích jsou špatně sestavené řezy některých příkladů z dnešní hodiny. U každého obrázku najdi všechny chyby, kterých se autor dopustil. Jaké druhy chyb autor dělal?



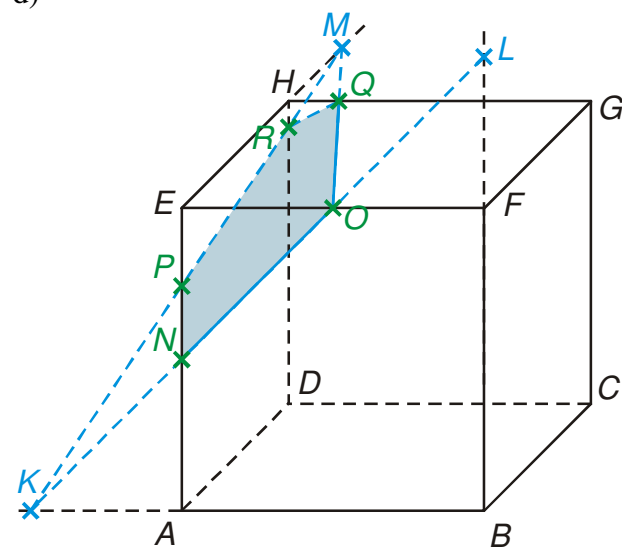
- Úsečka  $KL$  není celou stranou řezu v rovině  $BCD$ , měla být protažena až na hranu  $BC$  (řez nemůže končit uprostřed stěny, vždy jen na hraně).
- Úsečka  $LM$  jde vnitřkem jehlanu.



- Úsečka  $KL$  jde mimo řez (bod  $K$  neleží v boční stěně jako body  $L$  a  $P$  a není možné ho s nimi spojit).
- Čára řezu je ve stěně  $ADHE$  zalomená (skládá se ze dvou úseček).



- Přímka  $KL$  se neprotíná s hranou  $BC \Rightarrow$  bod  $N$  ve skutečnosti neexistuje.
- Úsečka  $NO$  by procházela vnitřkem krychle.



- Přímka  $KM$  prochází mimo krychli, neprotíná se s hranami  $AE$  a  $DH \Rightarrow$  body  $P, R$  neexistují.
- Řez krychle nemůže procházet po části hrany  $AE$  (pokud přímka leží v rovině, musí v ní ležet celá).

Nejčastější chyby při sestřování řezů:

- zalomení řezu v jedné stěně (řez v jedné stěně netvoří jedna úsečka),
- čára řezu jdoucí vnitřkem nebo vnějškem tělesa (čára řezu mimo stěnu tělesa),
- čára řezu nekončí na hraně.

---

**Shrnutí:** Když hledáme další body řezu, musíme dávat pozor, zda spojované body leží ve stejné stěně a zda se kreslená přímka opravdu protíná s hranou.