

5.1.9 Řezy těles rovinou I

Předpoklady: 5108

Pedagogická poznámka: Pře kreslení řezů platí ještě více než u zbytku stereometrie, že v rychlosti postupu budou mezi žáky obrovské rozdíly. Učebnice s tím počítá a všechny hodiny obsahují více příkladů než může většina třídy stihnout. Ještě víc než v jiných hodinách pak platí, že je třeba nechat žáky udělat alespoň část kroků samostatně a pak korigovat případné chyby. Prostorová představivost je také záležitostí tréninku.

Pedagogická poznámka: Hodinu je třeba řídit tak, aby se nejpozději 10 minut před koncem začalo pracovat na příkladu 5 (hledání chyb). Hledat chyby je možné i v příkladech, které žáci ještě neřešili. Protože se chyby v obraze na projektoru velmi těžko ukazují, rozdávám žákům papírky, které by v ideálním případě neměli pokreslit a naopak měli by je na konci hodiny odevzdat.

Řez tělesa rovinou – průnik roviny s tělesem \Rightarrow sestrujeme průsečnice roviny se stěnami tělesa \Rightarrow **nezajímají nás (a proto je nekreslíme) úsečky, které procházejí vnitřkem tělesa**. Kreslíme je jen, když to nejde jinak (takové příklady přijdou až za několik hodin) a pouze jako pomocné čáry.

Pravidlo první (Pravidlo spojování bodů):

Leží-li dva různé body v rovině, pak přímka jimi určená leží také v této rovině.

\Rightarrow

Pokud známe v libovolné stěně tělesa dva různé body roviny řezu, nakreslíme jejich spojnici. Průnik této spojnice a stěny je jednou stranou řezu.

Pedagogická poznámka: V řešeních příkladů jsou body, které vznikají při konstrukci řezu, označovány písmeny. Důvodem je orientace při studiu a možnost sledovat krokovaný postup. Po žácích při konstrukci v sešitu nic takového nechci.

Pedagogická poznámka: Následující řezy jsou velmi jednoduché a chytřejší část třídy si s nimi velmi rychle poradí. Slabší žáci budou mít naopak velké problémy a při přeskočení této a následující hodiny budou zcela bezradní.

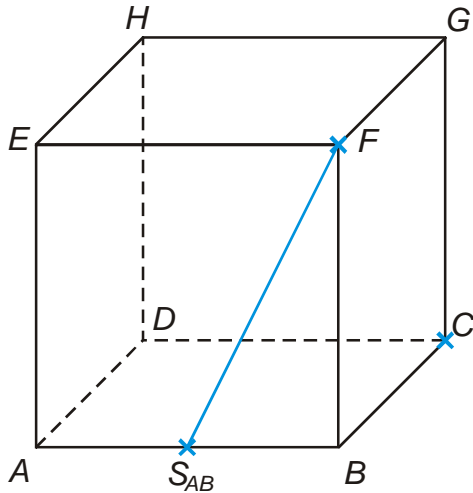
Př. 1: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou:

a) $S_{AB}FC$,

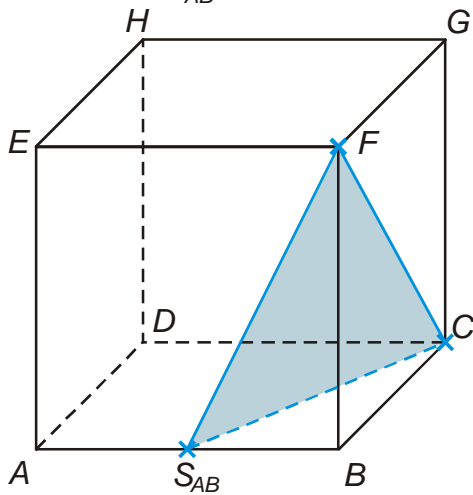
b) $S_{AE}BD$

c) $S_{BC}S_{CH}G$.

a) $S_{AB}FC$

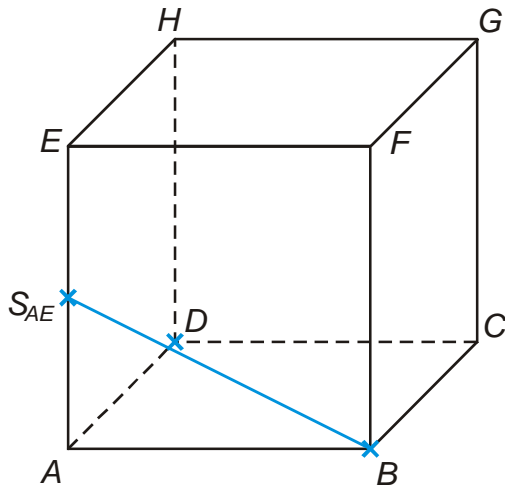


- Body S_{AB} a F leží v jedné rovině (přední stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v přední stěně a je jednou ze stran řezu.

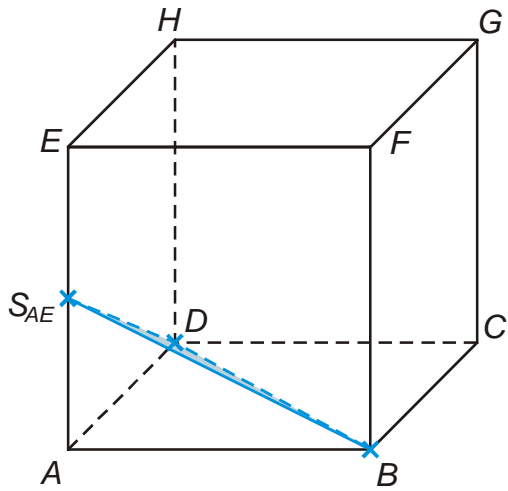


- Body S_{AB} a C leží v jedné rovině (dolní podstava) \Rightarrow jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.
- Body F a C leží v jedné rovině (pravá stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v pravé stěně a je jednou ze stran řezu.

b) $S_{AE}BD$

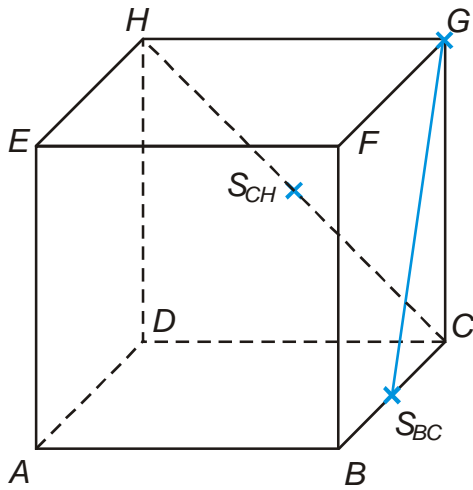


- Body S_{AE} a B leží v jedné rovině (přední stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v přední stěně a je jednou ze stran řezu.

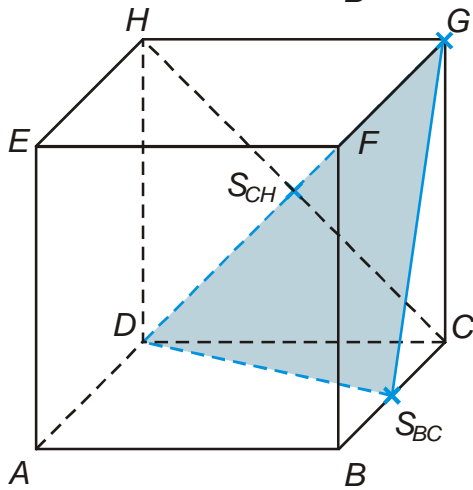


- Body S_{AE} a D leží v jedné rovině (pravá stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v pravé stěně a je jednou ze stran řezu.
- Body D a B leží v jedné rovině (dolní podstava) \Rightarrow jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.

c) $S_{BC}S_{CH}G$

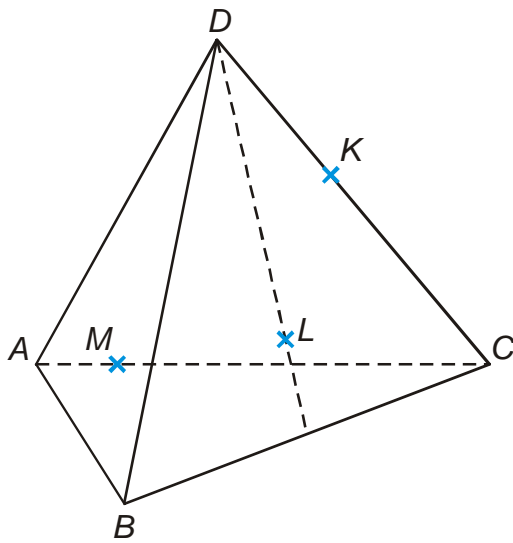


- Body S_{BC} a G leží v jedné rovině (pravá boční stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v pravé boční stěně a je jednou ze stran řezu.



- Body S_{CH} a G leží v jedné rovině (zadní stěna) \Rightarrow jejich spojnice leží v zadní stěně a je jednou ze stran řezu. Přímka $S_{CH}G$ je úhlopříčkou zadní stěny \Rightarrow prochází bodem D , který je tedy dalším bodem řezu.
- Body D a S_{BC} leží v jedné rovině (dolní podstava) \Rightarrow jejich spojnice leží v dolní podstavě a je jednou ze stran řezu.

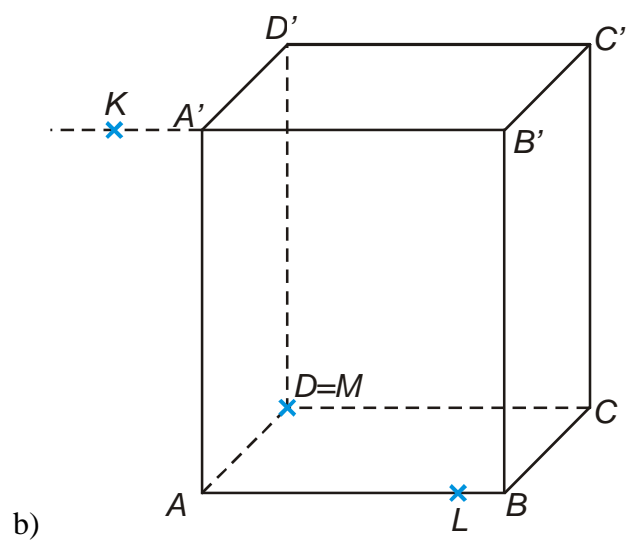
Př. 2: Sestroj řezy těles rovinami určenými body K, L, M .



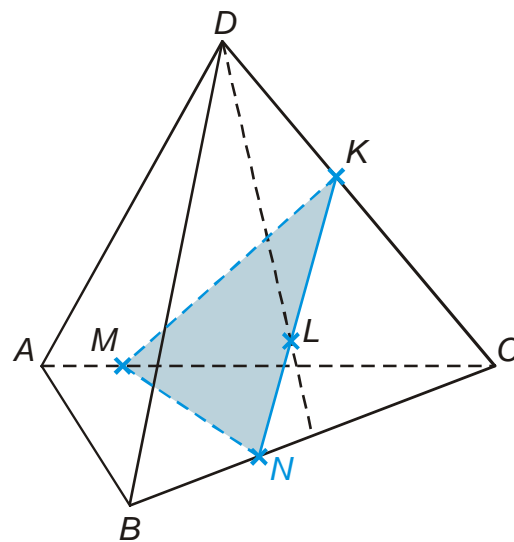
a)

a)

- Body M, K leží v zadní stěně \Rightarrow úsečka MK je stranou řezu.
- Body L, K leží v přední stěně \Rightarrow část polopřímky KL je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky KL s hranou BC označíme N .
- Body N, M leží v podstavě \Rightarrow úsečka MN je stranou řezu.

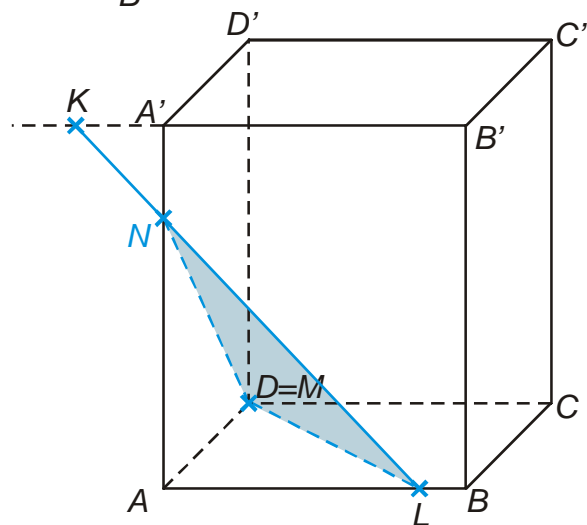


b)



b)

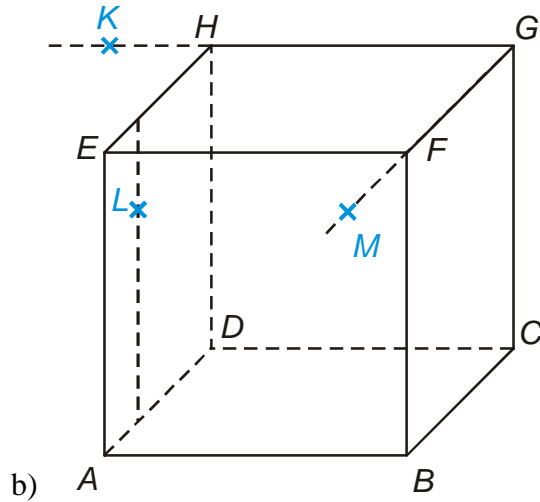
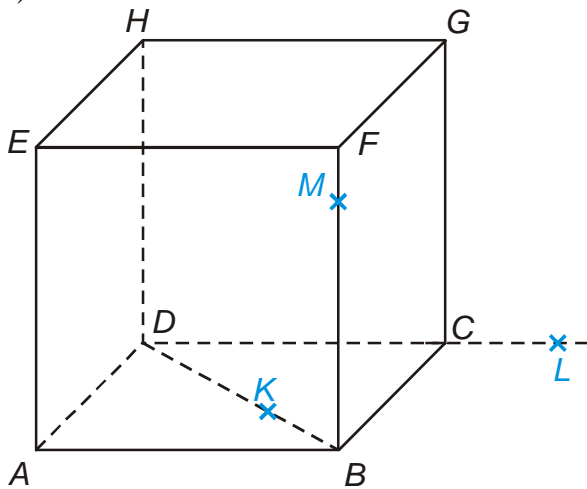
- Body K, L leží v přední stěně \Rightarrow část úsečky KL je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky KL s hranou AA' označíme N .
- Body N, M leží v levé boční stěně \Rightarrow úsečka NM je stranou řezu.
- Body M, L leží v podstavě \Rightarrow úsečka ML je stranou řezu.



Postřeh: Průsečík každé přímky, na které leží libovolná strana řezu, s libovolnou hranou tělesa je dalším bodem řezu, který můžeme použít pro další postup.

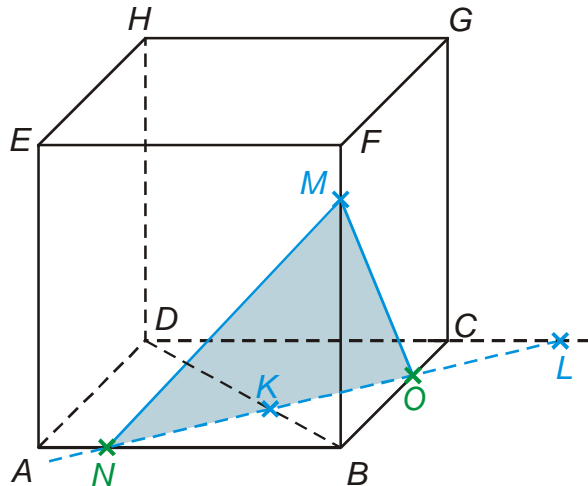
Př. 3: Sestroj řezy těles rovinami určenými body K, L, M .

a)



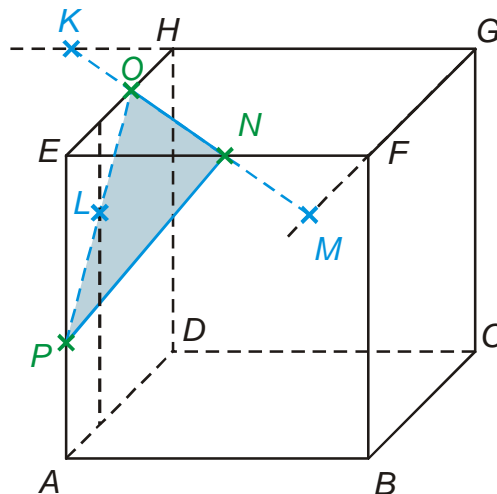
a)

- Body L, K leží v dolní stěně \Rightarrow můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky KL s hranou AB označíme N , průsečík s hranou BC označíme O .
- Body N, M leží v přední stěně \Rightarrow můžeme je spojit a získat tak část řezu (úsečku NM).
- Body O, M leží v pravé stěně \Rightarrow můžeme je spojit a získat tak část řezu (úsečku MO).



b)

- Body K, M leží v rovině horní stěny \Rightarrow část úsečky KM je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky KM s hranou EF označíme N , průsečík s hranou EH označíme O .
- Body O, L leží v levé boční stěně \Rightarrow část polopřímky OL je stranou řezu.
- Průsečík polopřímky OL s hranou AE označíme P .
- Body N, P leží v přední stěně \Rightarrow úsečka NP je stranou řezu.



Př. 4: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou:

a) KLM , kde K leží na polopřímce AB , $|KA| = \frac{3}{2}|AB|$, L leží na polopřímce AE ,

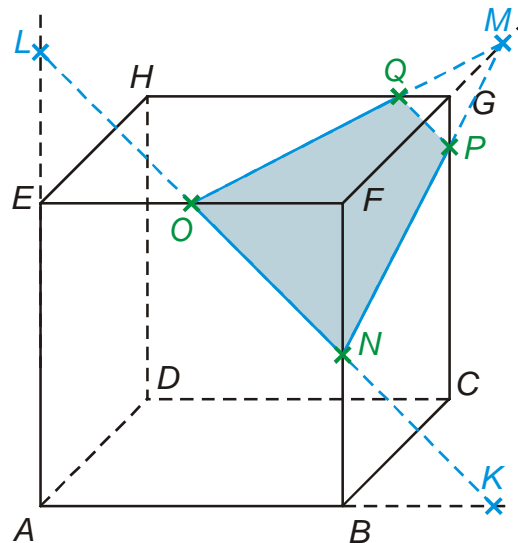
$|LA| = \frac{3}{2}|AE|$ a M leží na polopřímce FG , $|MF| = \frac{3}{2}|FG|$,

b) KLM , kde K leží na polopřímce BA , $|KA| = \frac{1}{2}|AB|$, L leží na polopřímce BF ,

$|LB| = \frac{3}{2}|BF|$ a M leží na polopřímce EH , $|MH| = \frac{1}{2}|EH|$.

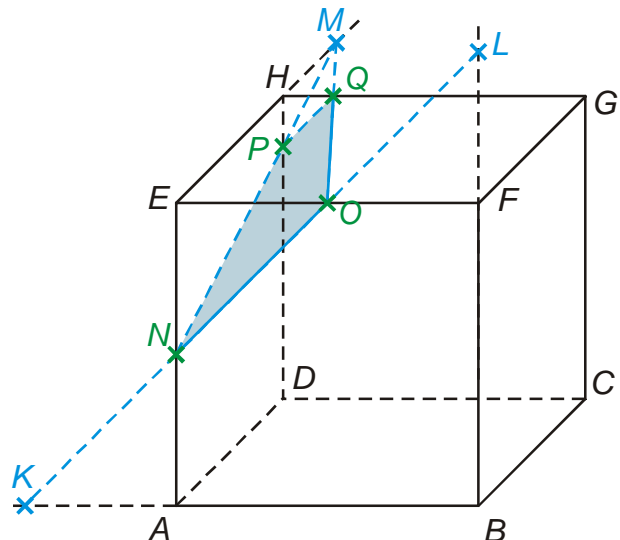
a)

- Body L, K leží v přední stěně \Rightarrow můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky KL s hranou BF označíme N , průsečík s hranou EF označíme O .
- Body N, M leží v pravé boční stěně \Rightarrow můžeme je spojit. Získáme bod P a část řezu (úsečku NP).
- Body O, M leží v horní stěně \Rightarrow můžeme je spojit. Získáme bod Q a část řezu (úsečku OQ).
- Body P, Q leží v zadní podstavě \Rightarrow úsečka PQ je poslední stranou řezu.



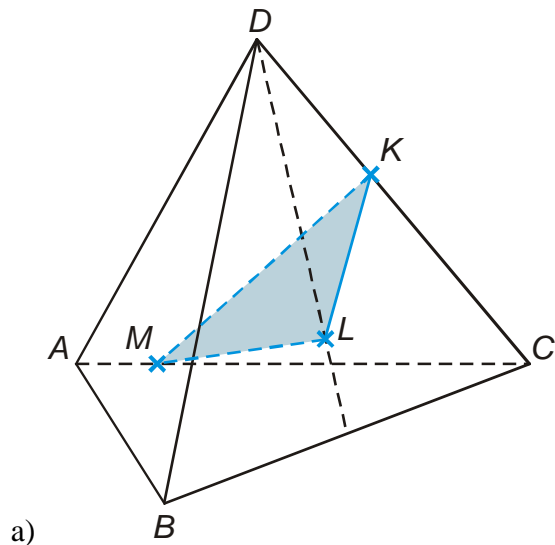
b)

- Body L, K leží v přední stěně \Rightarrow můžeme je spojit a získat tak část řezu.
- Průsečík přímky KL s hranou AE označíme N , průsečík s hranou EF označíme O .
- Body N, M leží v levé boční stěně \Rightarrow můžeme je spojit. Získáme bod P a část řezu (úsečku NP).
- Body O, M leží v horní stěně \Rightarrow můžeme je spojit. Získáme bod Q a část řezu (úsečku OQ).
- Body P, Q leží v zadní podstavě \Rightarrow úsečka PQ je poslední stranou řezu.

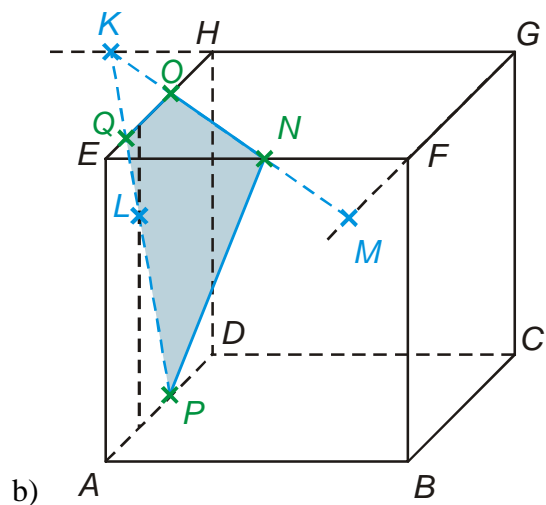


Pedagogická poznámka: Vnímavější žáci si samozřejmě všimnou, že oba body předchozího příkladu představují stejný řez jen z jiné straně krychle (tudíž jinak zkreslený promítáním do roviny).

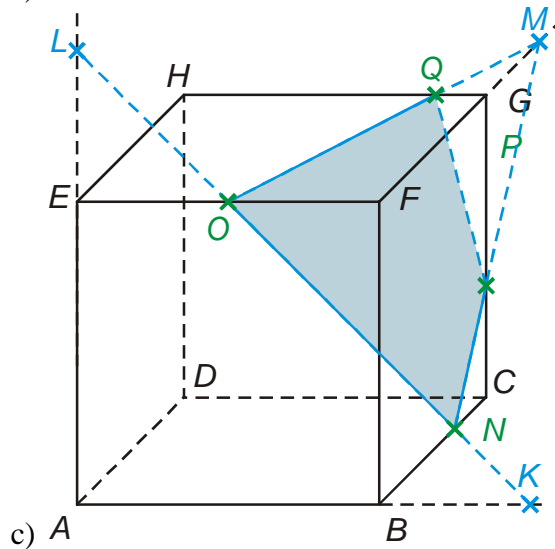
Př. 5: Na následujících obrázcích jsou špatně sestavené řezy některých příkladů z dnešní hodiny. U každého obrázku najdi všechny chyby, kterých se autor dopustil. Jaké druhy chyb autor dělal?



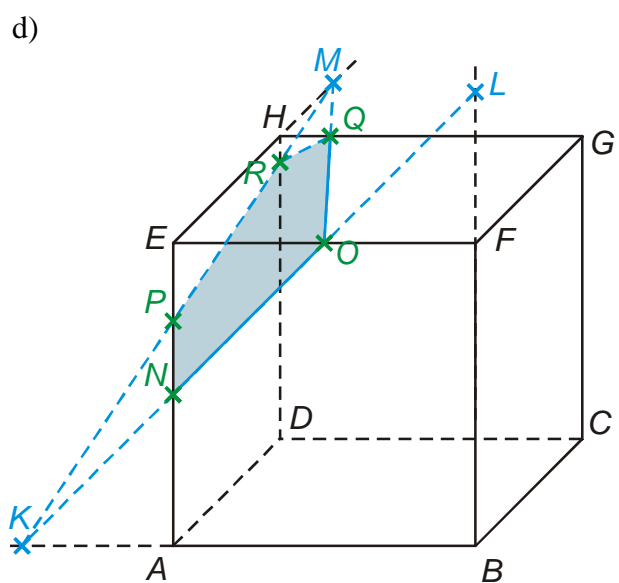
a)



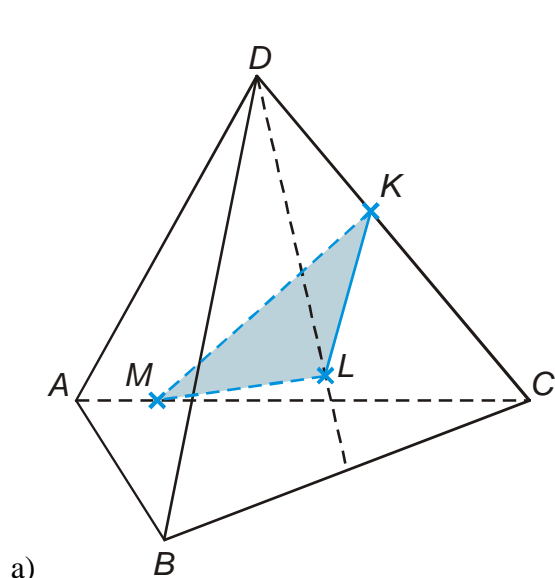
b)



c)

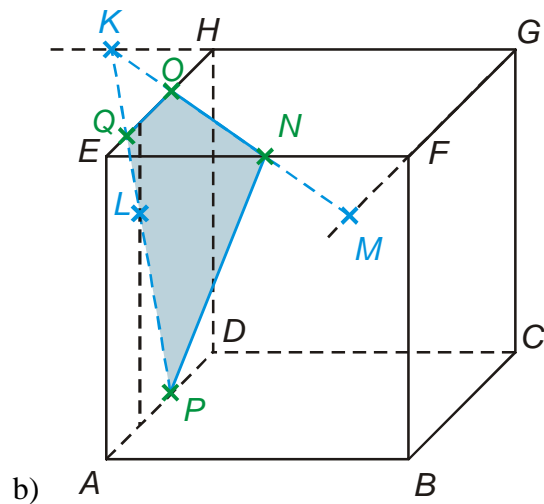


d)

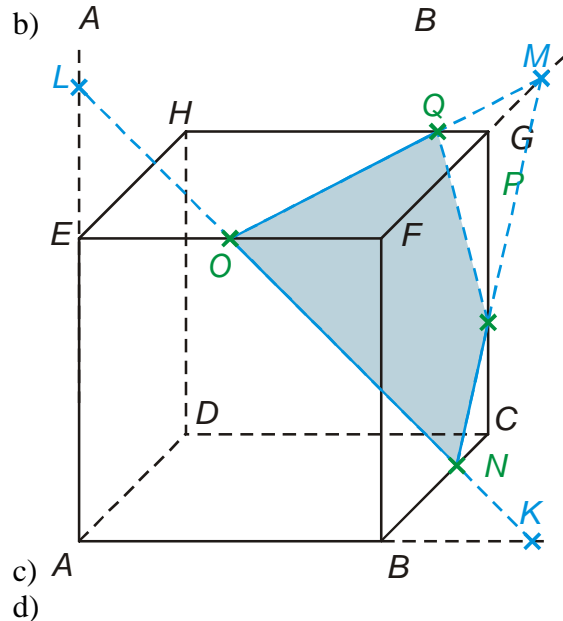


a)

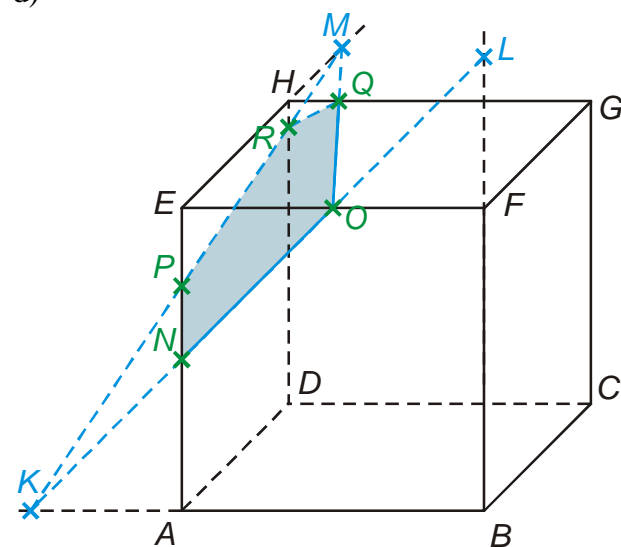
- Úsečka KL není celou stranou řezu v rovině BCD , měla být protažena až na hranu BC (řez nemůže končit uprostřed stěny, vždy jen na hraně).
- Úsečka LM jde vnitřkem jehlanu.



- Úsečka KL jde mimo řez (bod K neleží v boční stěně jako body L a P a není možné ho s nimi spojit).
- Čára řezu je ve stěně $ADHE$ zalomená (skládá se ze dvou úseček).



- Přímka KL se neprotíná s hranou $BC \Rightarrow$ bod N ve skutečnosti neexistuje.
- Úsečka NO by procházela vnitřkem krychle.



- Přímka KM prochází mimo krychli, neprotíná se s hranami AE a $DH \Rightarrow$ body P, R neexistují.
- Řez krychlí nemůže procházet po části hrany AE (pokud přímka leží v rovině, musí v ní ležet celá).

Nejčastější chyby při sestřování řezů:

- zalomení řezu v jedné stěně (řez v jedné stěně netvoří jedna úsečka),
- čára řezu jdoucí vnitřkem nebo vnějškem tělesa (čára řezu mimo stěnu tělesa),
- čára řezu nekončí na hraně.

Shrnutí: Když hledáme další body řezu, musíme dávat pozor zda spojované body leží ve stejné stěně a zda se kreslená přímka opravdu protíná s hranou.