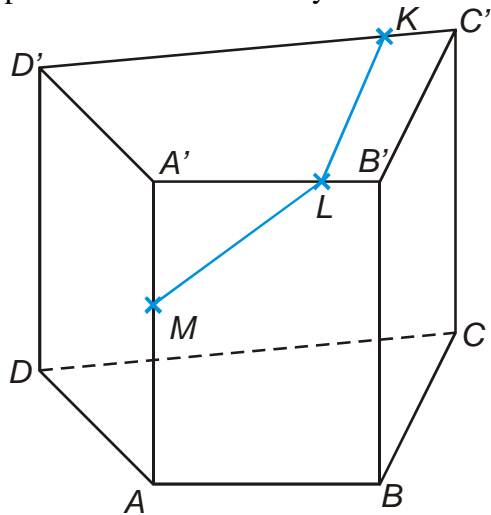


5.1.11 Řezy těles rovinou III

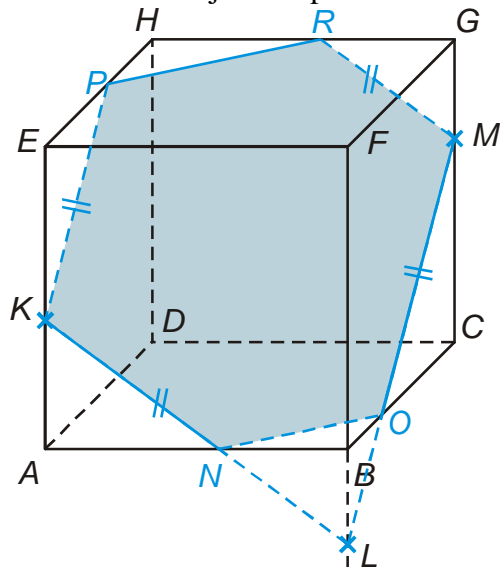
Předpoklady: 050110

Ne vždy nám vystačí spojování bodů a dělení rovnoběžek. Jako třeba bod b) posledního příkladu z minulé hodiny:



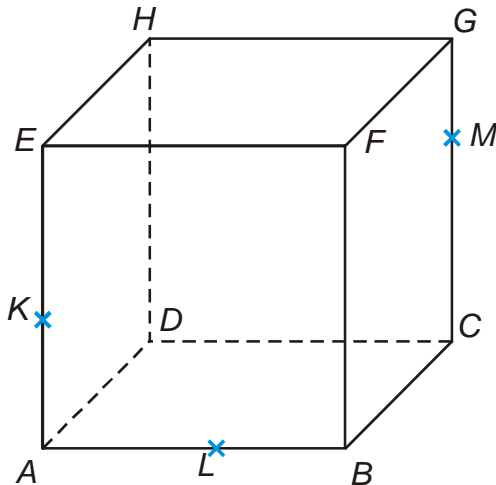
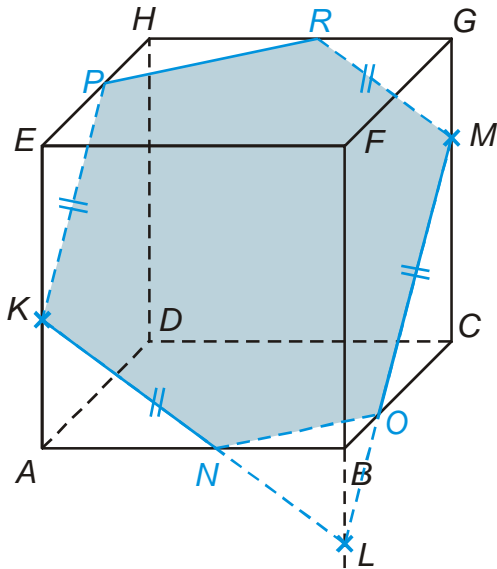
Rovnoběžné jsou pouze podstavy \Rightarrow nemůžeme pokračovat v řezu levou ani zadní stěnou.

Prohlédneme si jeden z příkladů z minulé hodiny:



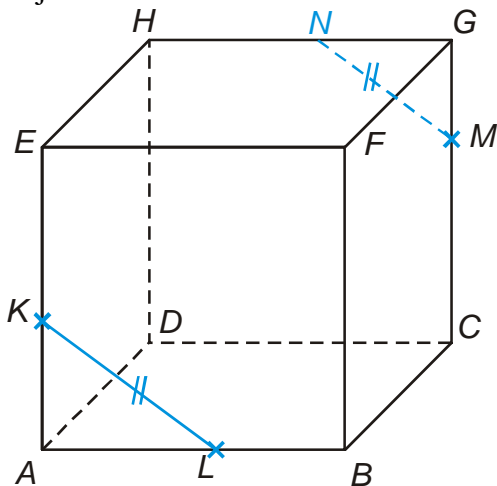
Trochu změníme zadání:

Př. 1: Sestroj řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou KLM .

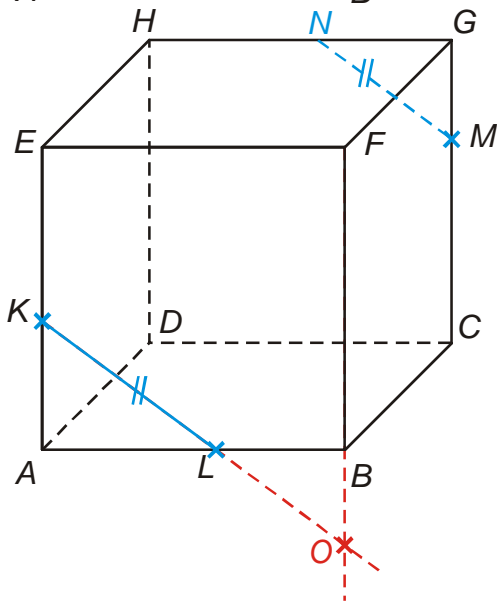


Jde o téměř stejný příklad jako v minulé hodině. Bod L neleží na hraně FB ale na hraně AB v místě bodu N .

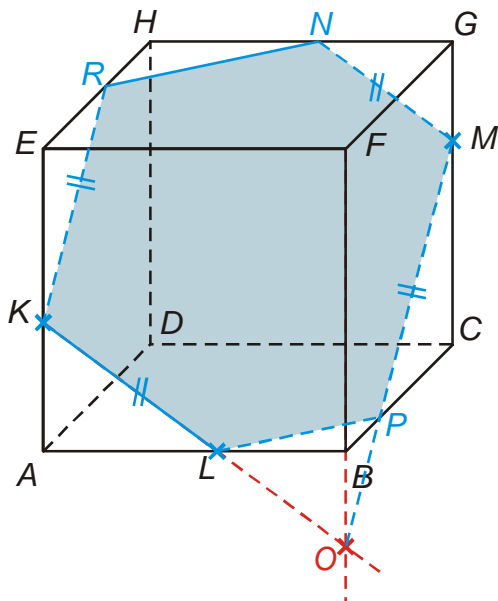
Nové body KLM leží ve stejné rovině jako u původního příkladu \Rightarrow rovina řezu musí být stejná.



Pomocí rovnoběžek se k řešení nedostaneme. Přímka KL musí určitě pokračovat do místa, kde ležel bod L v původním zadání. Jak toto místo najdeme? Určitě leží také na přímce BF . \Rightarrow Protáhneme přímky KL a BF a hledáme jejich průsečík



Získaný bod O leží také v pravé stěně \Rightarrow můžeme ho použít ke konstrukci řezu pravou stěnou.



- úsečka MO
- bod P
- rovnoběžka s MO bodem K
- bod R
- úsečka LP
- úsečka RN

Shrnutí:

Potřebovali jsme najít bod v pravé stěně. Věděli jsme:

- přímka KL pravou stěnu protne,
- přímka KL protne přímku BF (obě leží v přední stěně),

průsečík přímky KL s přímkou BF je hledaným bodem (leží v rovině řezu kvůli KL a leží v pravé stěně, kvůli přímce BF).

Pravidlo třetí (Pravidlo protahování hran):

Jsou-li každé dvě ze tří rovin různoběžné a mají-li tyto tři roviny jediný společný bod, procházejí tímto společným bodem všechny tři průsečnice. \Rightarrow Průsečnice rovin dvou sousedních stěn (tj. stěn se společnou hranou) s rovinou řezu a přímka, v níž leží společná hrana se protínají v jednom bodě.

\Rightarrow

Pokud známe jednu stranu řezu můžeme ji protáhnout do ostatních stěn. Průsečíky s ostatními stěnami najdeme tak, že **protáhneme hranu, která:**

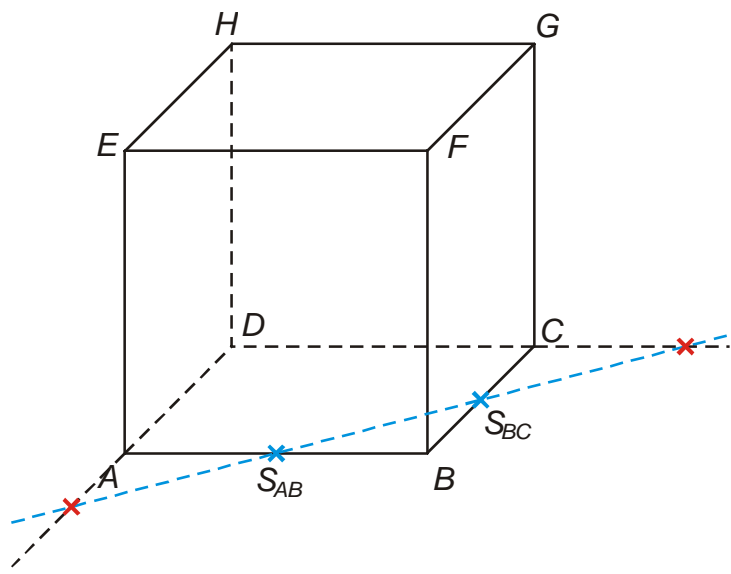
- leží v rovině, ve které leží protahovaná úsečka,
- leží v rovině, ve které potřebujeme najít další bod,

a najdeme její průsečík se známou stranou řezu.

Př. 2: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj:

- průsečíky přímky $S_{AB}S_{BC}$ s rovinami stěn AED a CDG ,
- průsečíky přímky $S_{BF}S_{FG}$ s rovinami stěn CDG a ABC ,
- průsečíky přímky $S_{CG}S_{DC}$ s rovinami stěn EFG a ADE ,
- průsečíky přímky $S_{EF}S_{EH}$ s rovinami stěn CDG a BCF .

a) průsečíky přímky $S_{AB}S_{BC}$ s rovinami stěn AED a CDG



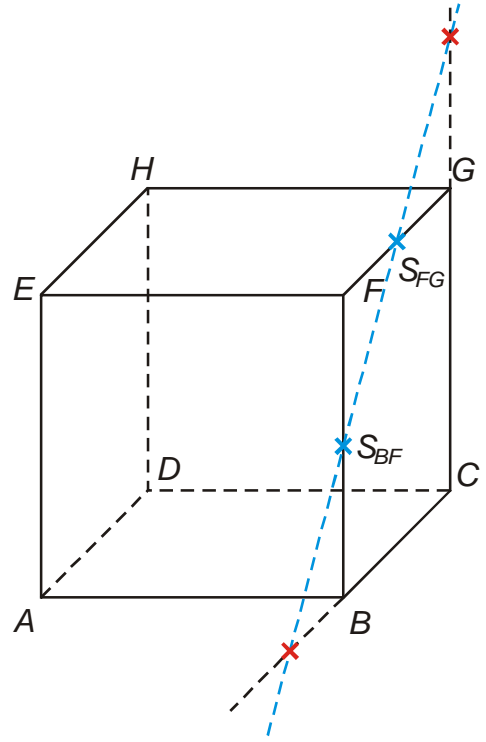
Průsečík přímky $S_{AB}S_{BC}$ s rovinou stěny AED : protahujeme hranu AD , protože leží:

- s přímkou $S_{AB}S_{BC}$ v rovině ABC ,
- v rovině AED .

Průsečík přímky $S_{AB}S_{BC}$ s rovinou stěny CDG : protahujeme hranu DC , protože leží:

- s přímkou $S_{AB}S_{BC}$ v rovině ABC ,
- v rovině DCG .

b) průsečíky přímky $S_{BF}S_{FG}$ s rovinami stěn CDG a ABC



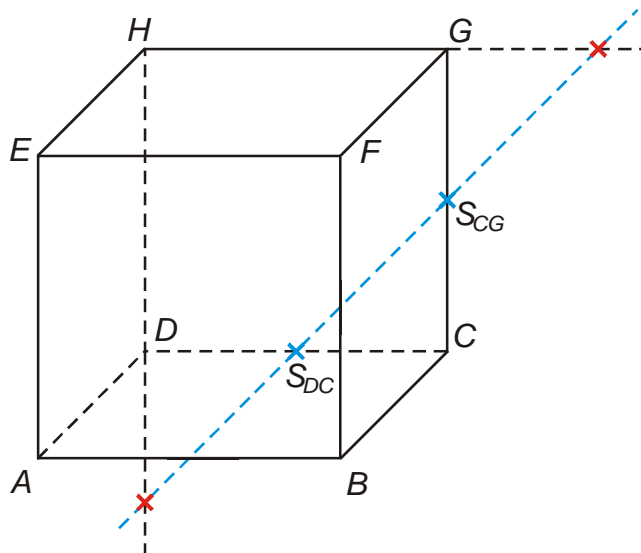
Průsečík přímky $S_{BF}S_{FG}$ s rovinou stěny ABC : protahujeme hranu BC , protože leží:

- s přímkou $S_{BF}S_{FG}$ v rovině BCG ,
- v rovině ABC .

Průsečík přímky $S_{BF}S_{FG}$ s rovinou stěny CDG : protahujeme hranu CG , protože leží:

- s přímkou $S_{BF}S_{FG}$ v rovině BCG ,
- v rovině DCG .

c) průsečíky přímky $S_{CG}S_{DC}$ s rovinami stěn EFG a ADE



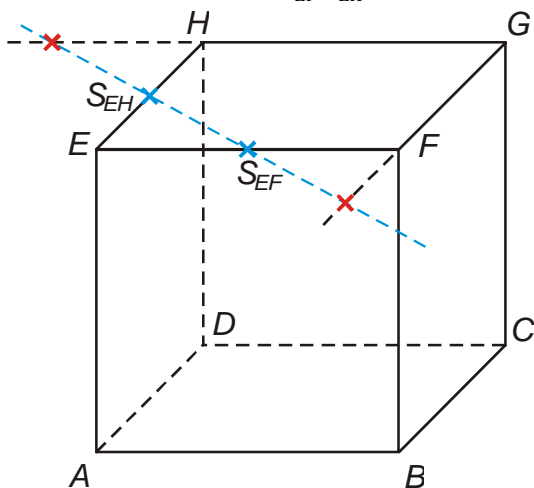
Průsečík přímky $S_{CG}S_{DC}$ s rovinou stěny EFG : protahujeme hranu HG , protože leží:

- s přímkou $S_{CG}S_{DC}$ v rovině CDG ,
- v rovině EFG .

Průsečík přímky $S_{CG}S_{DC}$ s rovinou stěny ADE : protahujeme hranu HD , protože leží:

- s přímkou $S_{CG}S_{DC}$ v rovině CDG ,
- v rovině ADE .

d) průsečíky přímky $S_{EF}S_{EH}$ s rovinami stěn CDG a BCF



Průsečík přímky $S_{EF}S_{EH}$ s rovinou stěny CDG : protahujeme hranu HG , protože leží:

- s přímkou $S_{EF}S_{EH}$ v rovině EFG ,
- v rovině CDG .

Průsečík přímky $S_{EF}S_{EH}$ s rovinou stěny BCF : protahujeme hranu FG , protože leží:

- s přímkou $S_{EF}S_{EH}$ v rovině EFG ,
- v rovině BCF .

Př. 3: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj zbývající průsečíky zadaných přímek s rovinami určenými stěnami krychle.

a) $S_{AB}S_{AD}$

b) $S_{AE}S_{EF}$

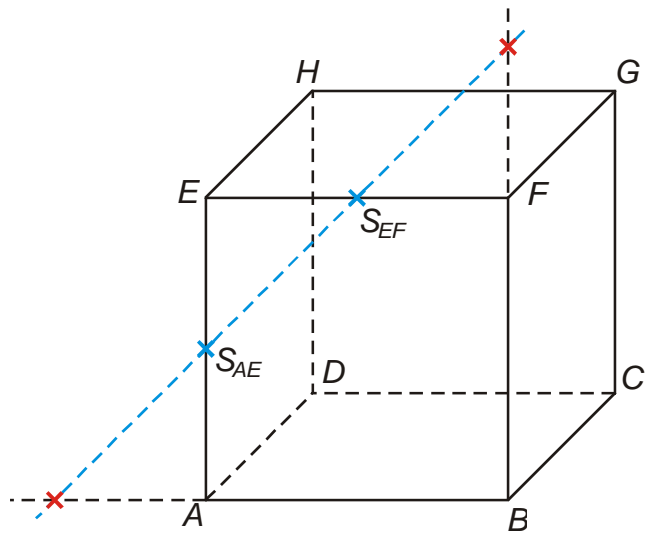
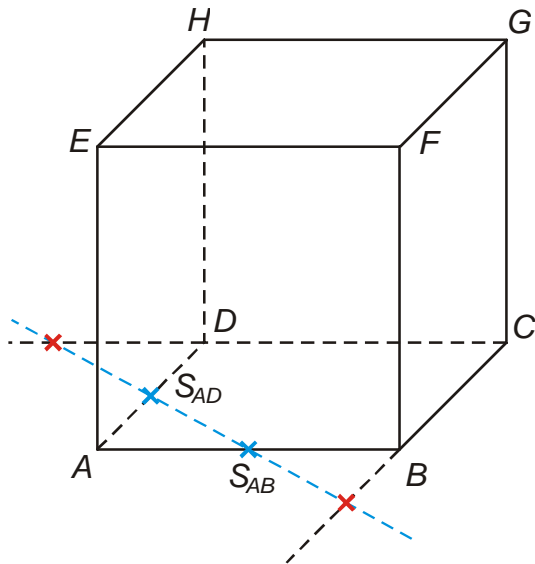
c) $S_{CG}S_{FG}$

d) $S_{CG}S_{GH}$

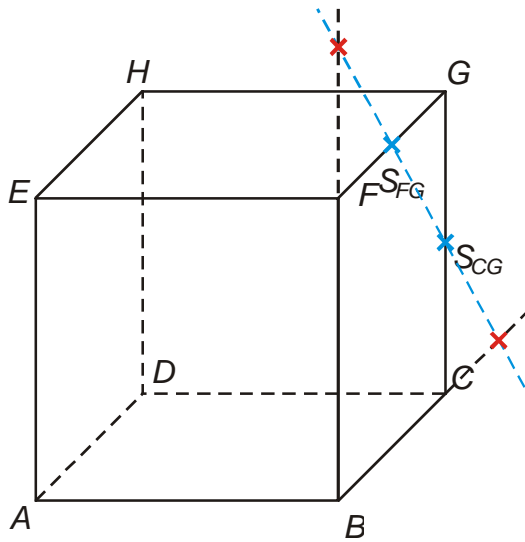
e) $S_{BC}S_{AE}$

a) $S_{AB}S_{AD}$

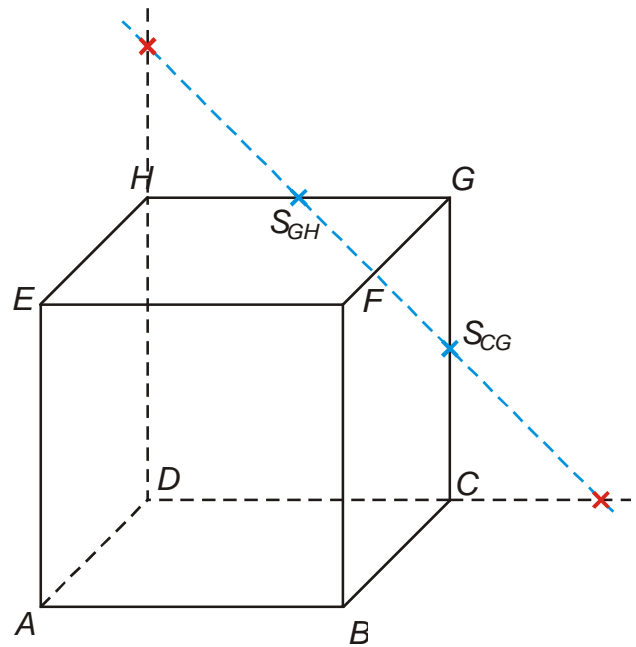
b) $S_{AE}S_{EF}$



c) $S_{CG}S_{FG}$

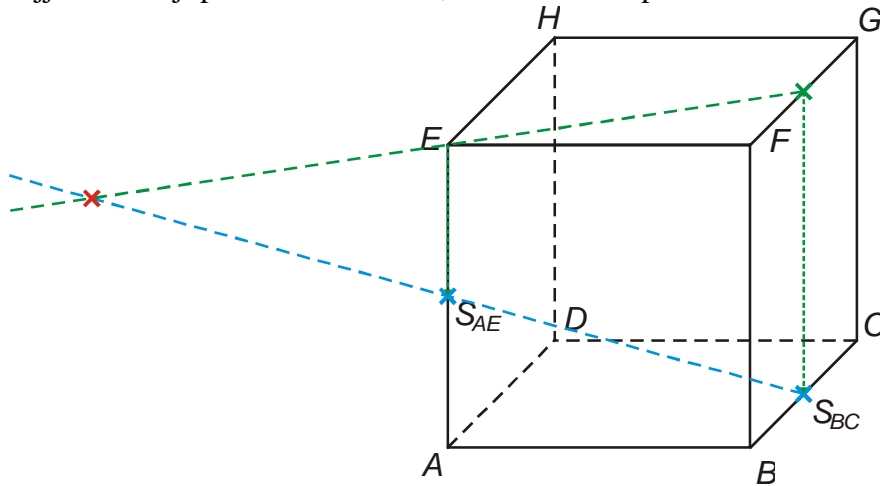


$S_{CG}S_{GH}$



e) $S_{BC}S_{AE}$

POZOR! Přímka $S_{BC}S_{AE}$ prochází vnitřkem krychle a proto je s většinou hran mimoběžná \Rightarrow jejich protahováním nenajdeme skutečný průsečík \Rightarrow pokud chceme najít průsečík například s rovinou EFG musíme najít v této rovině přímku, která je s přímkou $S_{BC}S_{AE}$, nejjednodušeji pomocí dvou bodů, které získáme pomocí dvou rovnoběžek.



Pedagogická poznámka: Poslední bod předchozího příkladu je určen jen pro nejlepší žáky, ostatním je lepší ho jenom ukázat. Ty nejlepší naopak na základě této zkušenosti mohou vyřešit i první příklad v hodině 4112.

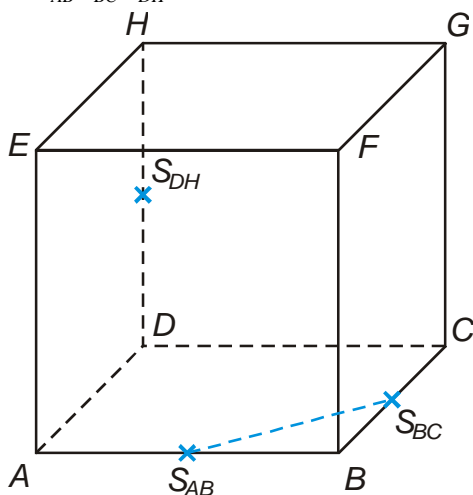
Př. 4: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou:

a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$

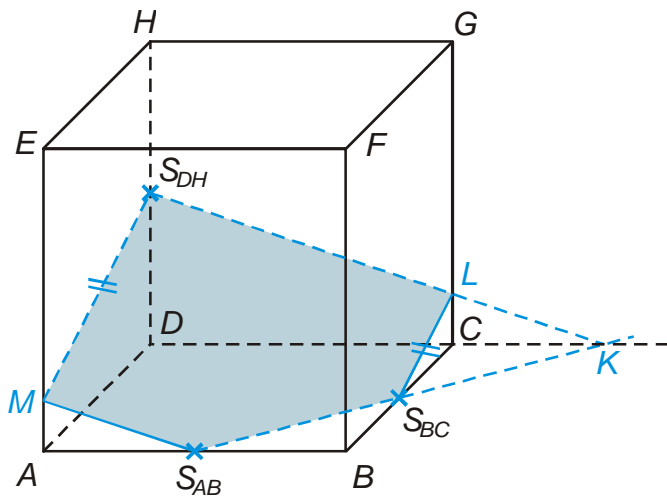
b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$

c) $S_{AB}S_{BF}S_{EH}$

a) $S_{AB}S_{BC}S_{DH}$

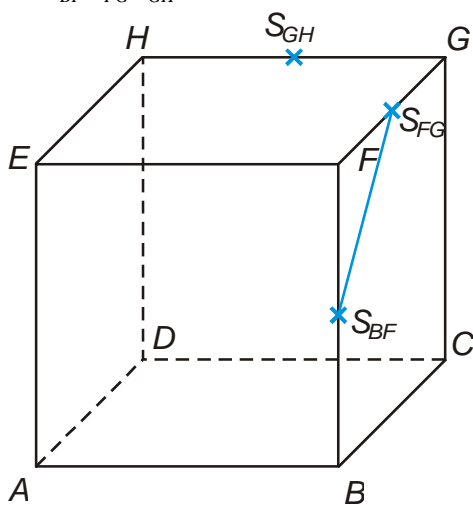


Bod S_{DH} leží v zadní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{AB}S_{BC}$ se zadní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v dolní podstavě (kde je přímka $S_{AB}S_{BC}$) a v zadní stěně (kde je bod S_{DH}) \Rightarrow protahujeme hranu DC

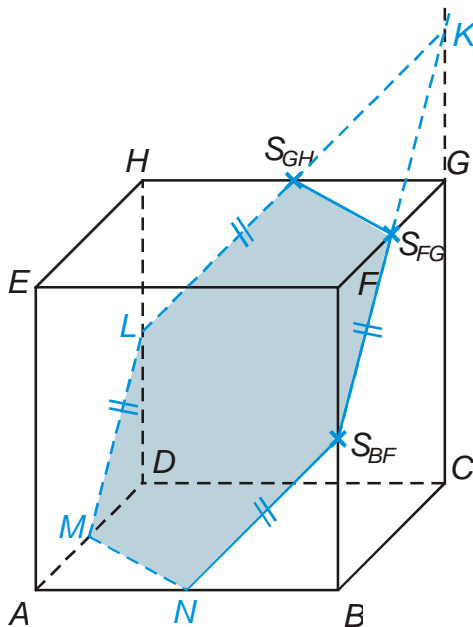


- bod K
- úsečka $S_{DH}K$
- bod L
- úsečka $S_{BC}L$
- rovnoběžka s $S_{BC}L$ bodem S_{DH}
- bod M
- úsečka $S_{AB}M$

b) $S_{BF}S_{FG}S_{GH}$

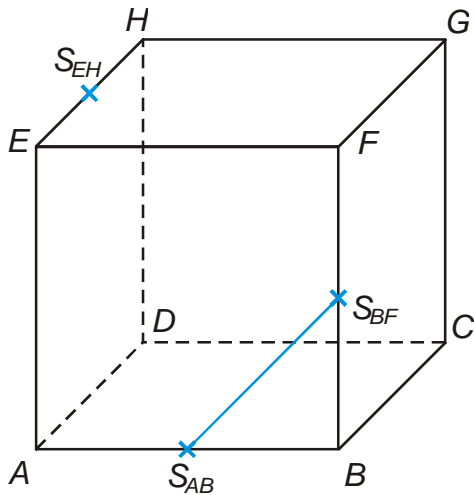


Bod S_{GH} leží v zadní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{BF}S_{FG}$ se zadní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v pravé stěně (kde je přímka $S_{BF}S_{FG}$) a v zadní stěně (kde je bod S_{GH}) \Rightarrow protahujeme hranu CG

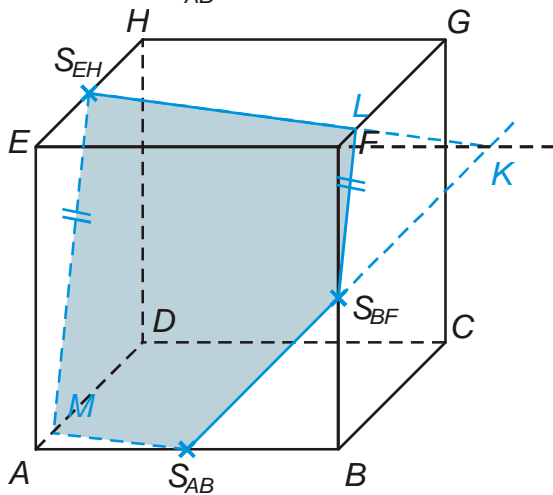


- bod K
- polopřímka KS_{GH}
- bod L
- rovnoběžka s $S_{BF}S_{FG}$ bodem L
- bod M
- rovnoběžka s KS_{GH} bodem S_{BF}
- úsečka MN
- úsečka $S_{FG}S_{GH}$

c) $S_{AB}S_{BF}S_{EH}$



Bod S_{EH} leží v horní stěně \Rightarrow hledáme průsečík přímky $S_{AB}S_{BF}$ s horní stěnou \Rightarrow protahujeme hranu, která leží v přední stěně (kde je přímka $S_{AB}S_{BF}$) a v horní stěně (kde je bod S_{EH}) \Rightarrow protahujeme hranu EF



- bod K
- úsečka $S_{EH}K$
- bod L
- úsečka $S_{BF}L$
- rovnoběžka s $S_{BF}L$ bodem S_{EH}
- bod M
- úsečka MS_{AB}

Shrnutí: Další body řezu můžeme získat protažením už hotových částí řezu a vhodných hran řezaného tělesa.