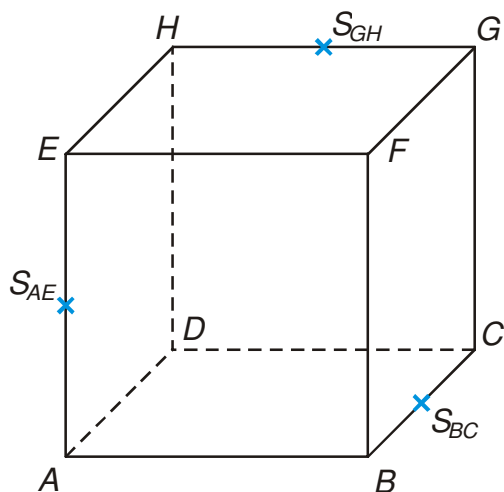


5.1.14 Řezy těles rovinou VI

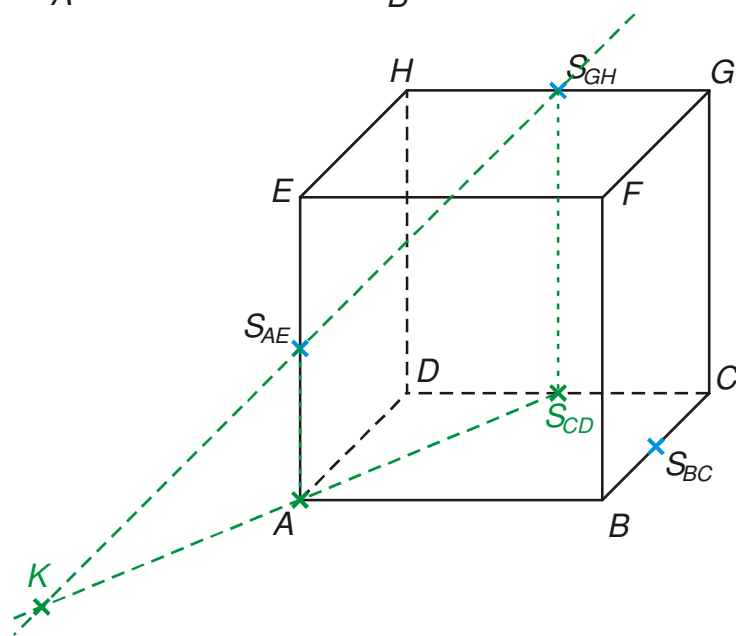
Předpoklady: 050113

Pedagogická poznámka: Příklad 1 nechávám jen do okamžiku, kdy si většina žáků uvědomí, že nemá co spojit. Pak jej řešíme společně v podstatě výkladem, jakmile získáme bod v podstavě, dodělávají si žáci zbytek sami.
U příkladu 5 není dobré příliš dlouho čekat a radši dodělat bod v podstavě na tabuli.

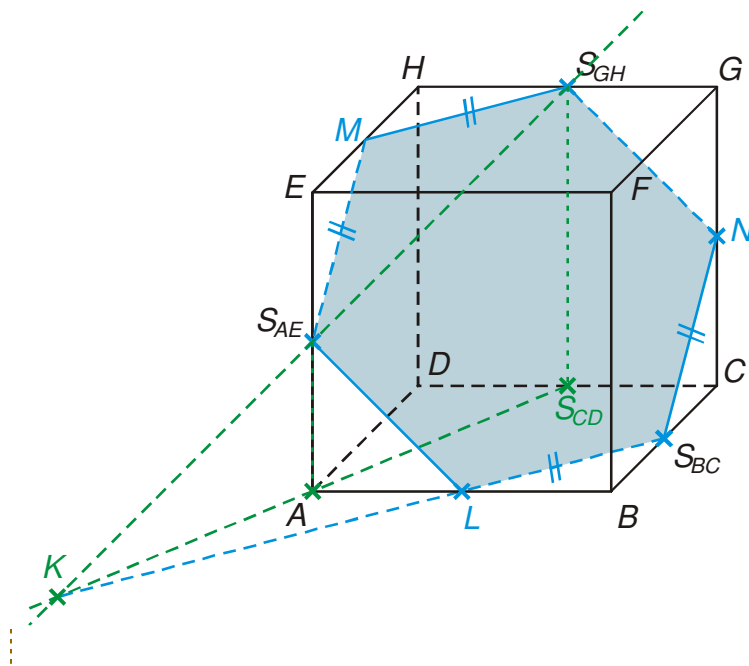
Př. 1: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou $S_{BC}S_{AE}S_{GH}$.



Problém: Nemáme odkud začít, žádné dva ze zadaných bodů neleží ve stejné stěně krychle \Rightarrow žádné dva z bodů nemůžeme spojit.
 \Rightarrow budeme muset porušit pravidlo, že spojujeme pouze body ve stejných stěnách (není zbytků, protože žádnou další informaci než zadanou trojici bodů o rovině řezu nemáme). Zkusíme najít další bod řezu v rovině podstavy (pak je konstrukce řezů jednoduchá a už tam máme bod S_{BC}) \Rightarrow nakreslíme přímku $S_{AE}S_{GH}$ (jen slabě, jde vnitřkem a nebude součástí výsledku)



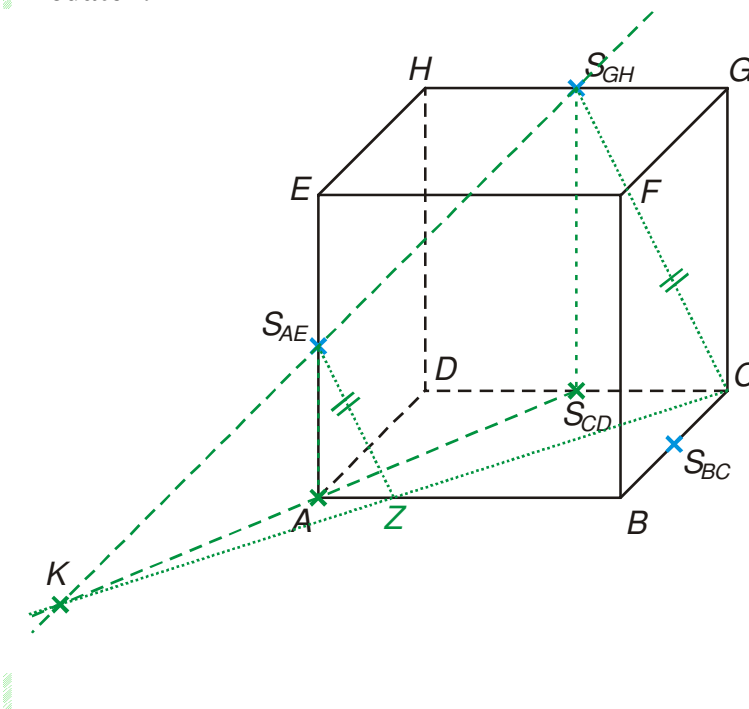
Přímka $S_{AE}S_{GH}$ se určitě protne s rovinou podstavy (jde shora dolů) \Rightarrow bod průniku najdeme pomocí přímky, která je s přímkou $S_{AE}S_{GH}$ různoběžná a leží v podstavě \Rightarrow použijeme přímku AS_{CD} (přímky AS_{AE} a $S_{GH}S_{CD}$ jsou rovnoběžné a proto body $A, S_{AE}, S_{CD}, S_{GH}$ leží v jedné rovině) \Rightarrow získáme v podstavě druhý bod řezu K



- přímka KS_{BC}
- bod L
- rovnoběžka s $S_{BC}L$ bodem S_{GH}
- bod M
- úsečka MS_{AE}
- úsečka $S_{AE}L$
- rovnoběžka s MS_{AE} bodem S_{BC}
- bod N
- úsečka NS_{GH}

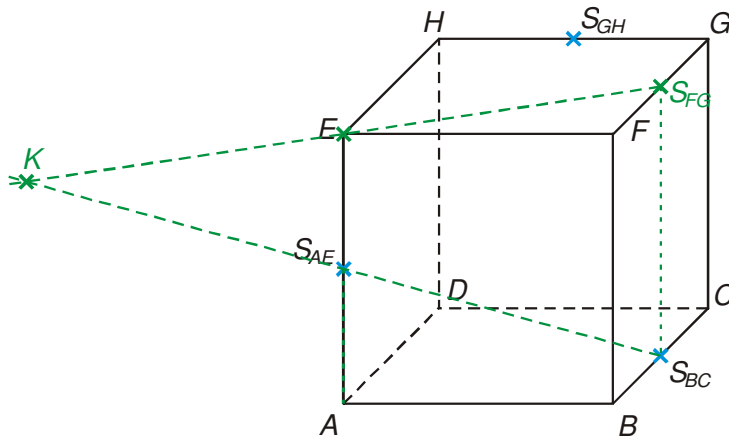
Pedagogická poznámka: Studenti příklad až na výjimky samozřejmě samostatně nevyřeší, přesto ho dávám jako příklad, aby si zkusili prozkoumat situaci a najít zádrhel.

Dodatek:

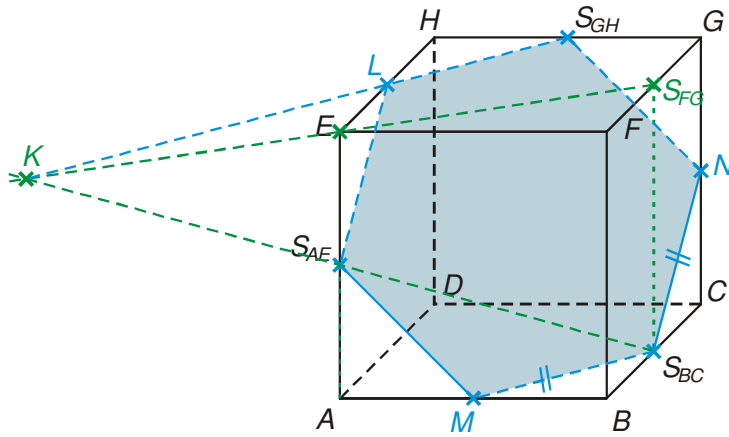


Průsečík přímky $S_{AE}S_{GH}$ s rovinou podstavy nemusíme hledat pouze pomocí bodů A, S_{CD} („kolmé snesení bodů S_{AE}, S_{GH} do roviny podstavy“).
 Body v podstavě můžeme najít pomocí libovolné dvojice rovnoběžek procházejících body S_{AE}, S_{GH} .
 Jak je vidět z obrázku, i při použití jiných rovnoběžek (tečkované čáry) získáme v podstavě stejný bod řezu K .

Př. 2: Vyřeš předchozí příklad (řez standardní krychle $ABCDEFGH$ rovinou $S_{BC}S_{AE}S_{GH}$) tak, že jako první sestrojíš přímkou $S_{BC}S_{AE}$ (a přímkou $S_{AE}S_{GH}$ při řešení vůbec sestrojovat nebudeš).

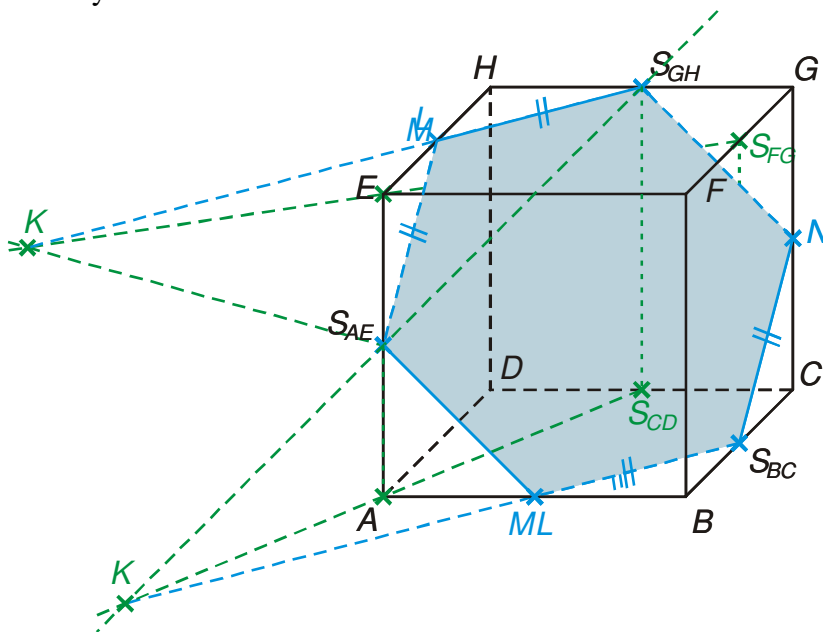


Přímka $S_{BC}S_{AE}$ se určitě protne s rovinou horní podstavy (jde zdola nahoru) \Rightarrow bod průniku najdeme pomocí přímkou, která je s přímkou $S_{BC}S_{AE}$ různoběžná a leží v horní podstavě \Rightarrow použijeme přímkou ES_{FG} (přímky FS_{AE} a $S_{BC}S_{FG}$ jsou rovnoběžné a proto body $F, S_{AE}, S_{BC}, S_{FG}$ leží v jedné rovině) \Rightarrow získáme v horní podstavě druhý bod řezu K



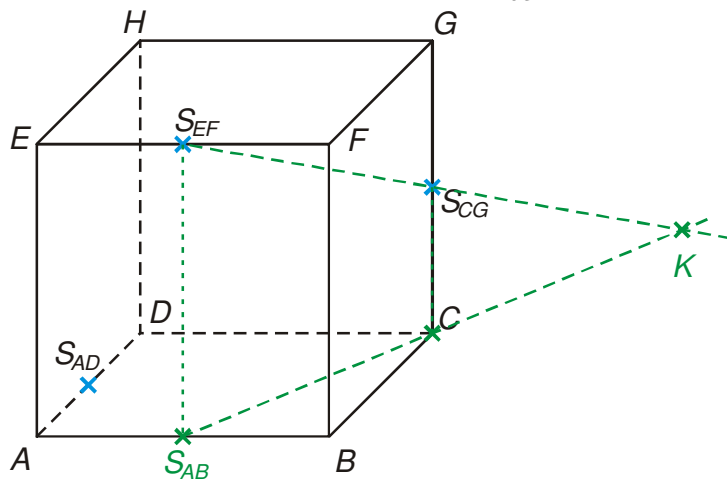
přímka KS_{GH}
 bod L
 rovnoběžka s $S_{GH}L$ bodem S_{BC}
 bod M
 úsečka MS_{AE}
 úsečka $S_{AE}L$
 rovnoběžka s LS_{AE} bodem S_{BC}
 bod N
 úsečka NS_{GH}

Dodatek: O tom, že obě řešení jsou stejná, se můžeme snadno přesvědčit tím, že dáme oba obrázky na sebe.

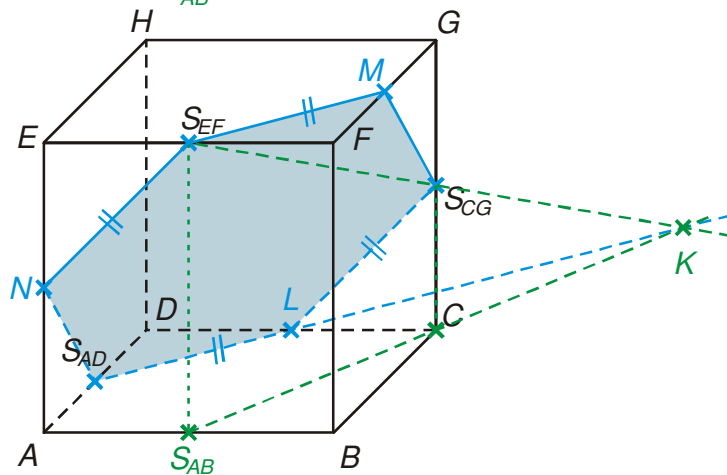


Př. 3: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj řez této krychle rovinou $S_{AD}S_{CG}S_{EF}$.

Stejný problém jako u prvního příkladu: v žádné stěně nemáme dva body na spojení \Rightarrow hledáme například průnik přímky $S_{EF}S_{CG}$ s rovinou podstavy.

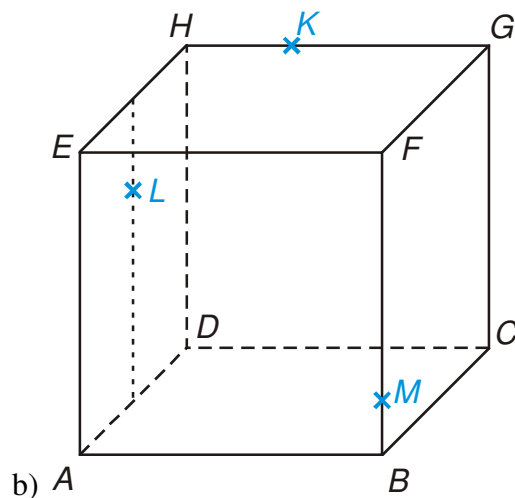
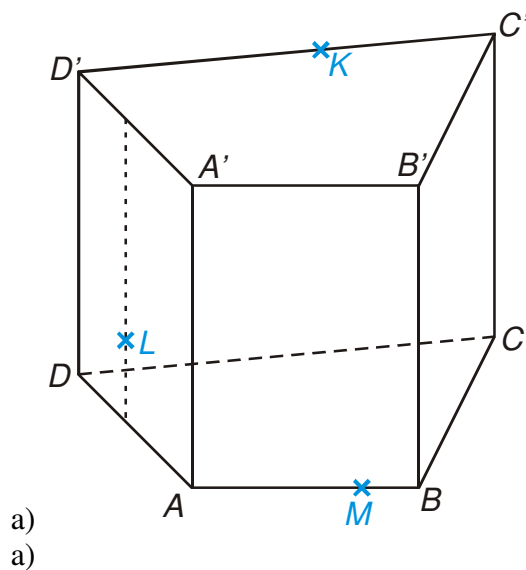


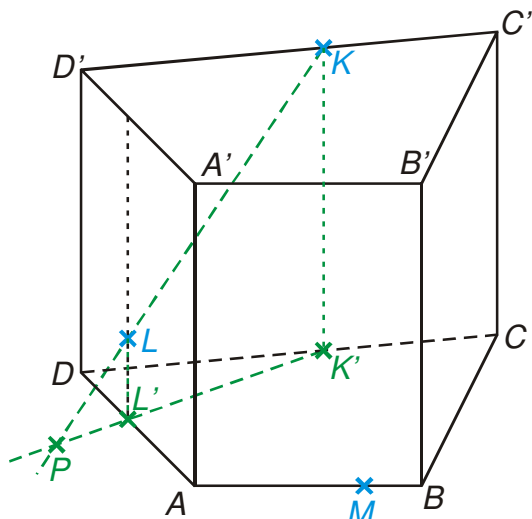
Přímka $S_{EF}S_{CG}$ se určitě protne s rovinou podstavy (jde shora dolů) \Rightarrow bod průniku najdeme pomocí přímky, která je s přímkou $S_{EF}S_{CG}$ různoběžná a leží v podstavě \Rightarrow použijeme přímku $S_{AB}C$ (přímky $S_{CG}C$ a $S_{EF}S_{AB}$ jsou rovnoběžné a proto body $C, S_{EF}, S_{AB}, S_{CG}$ leží v jedné rovině) \Rightarrow získáme v podstavě druhý bod řezu K



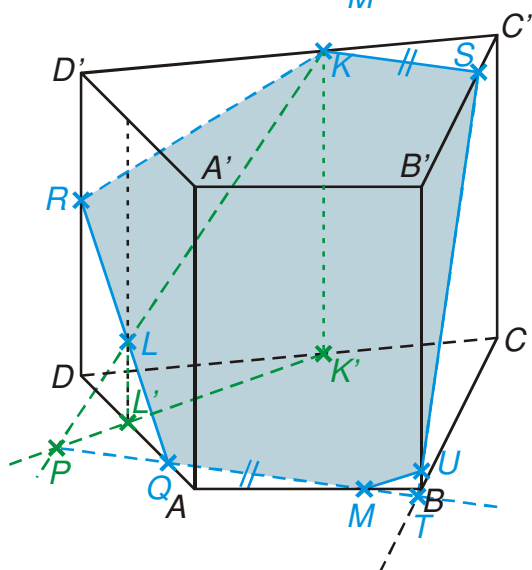
úsečka KS_{AD}
 bod L
 úsečka LS_{CG}
 rovnoběžka s KS_{AD} bodem S_{EF}
 bod M
 rovnoběžka s $S_{CG}L$ bodem S_{EF}
 bod N
 úsečka NS_{AD}
 úsečka $S_{CG}M$

Př. 4: Sestroj řezy těles rovinami určenými KLM .



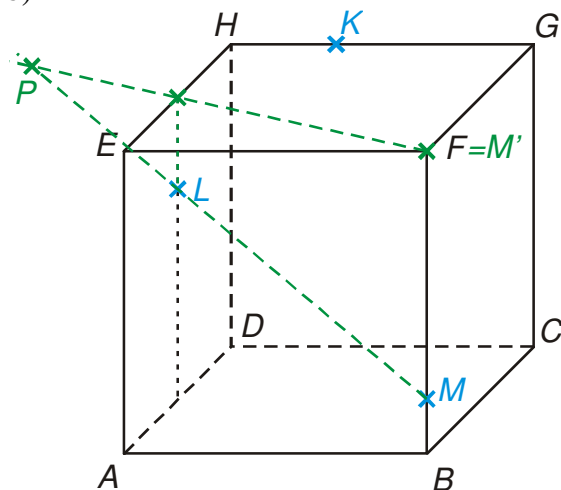


Žádné dva body neleží ve stejné stěně \Rightarrow
 hledáme například průsečík přímky KL
 s rovinou podstavy \Rightarrow promítneme body K, L
 kolmo do roviny podstavy \Rightarrow získáme body
 K', L' , přímka $K'L'$ je různoběžná s přímkou
 $KL \Rightarrow$ jejich průnik P je hledaným bodem
 řezu v rovině podstavy

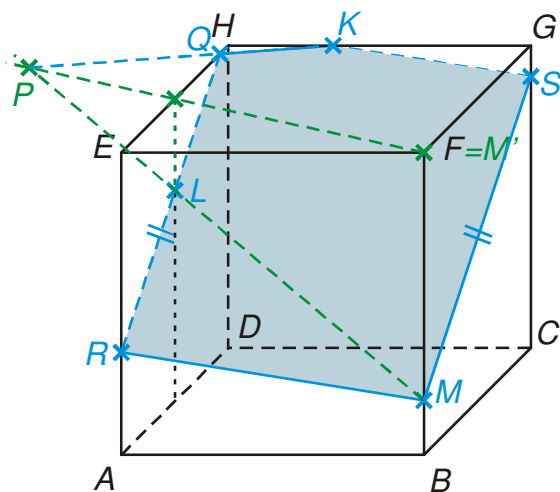


úsečka PM
 bod Q
 polopřímka QL
 bod R
 úsečka RK
 rovnoběžka s PM bodem Q
 bod S
 prodloužení hrany BC
 průnik přímek PM a $BC \Rightarrow$ bod T
 úsečka TS
 bod U
 úsečka MU

b)

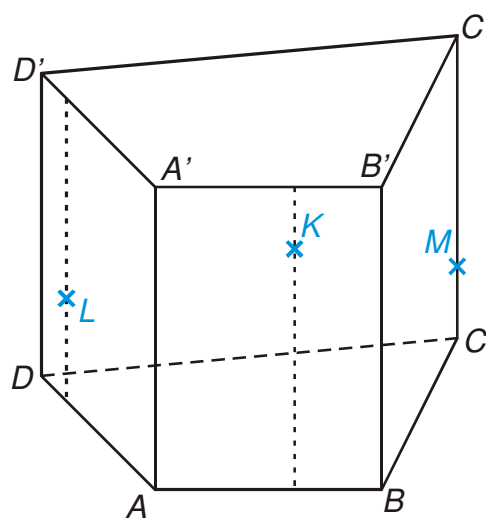
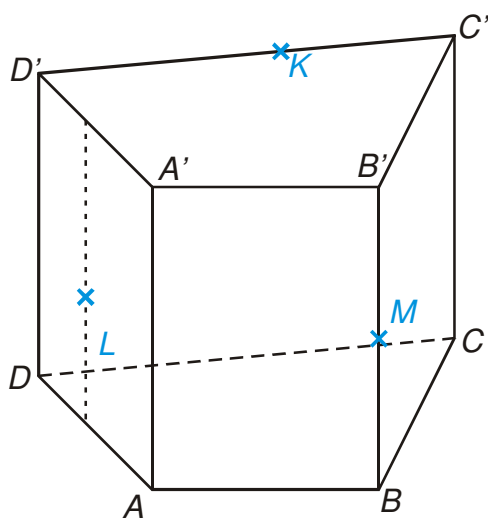


Žádné dva body neleží ve stejné stěně \Rightarrow
 hledáme například průsečík přímky ML
 s rovinou horní podstavy (v dolní podstavě
 nemáme žádný bod, v horní podstavě je bod
 K) \Rightarrow promítneme body M, L kolmo do
 roviny horní podstavy \Rightarrow získáme body $M',$
 L' , přímka $M'L'$ je různoběžná s přímkou ML
 \Rightarrow jejich průnik P je hledaným bodem řezu
 v rovině podstavy

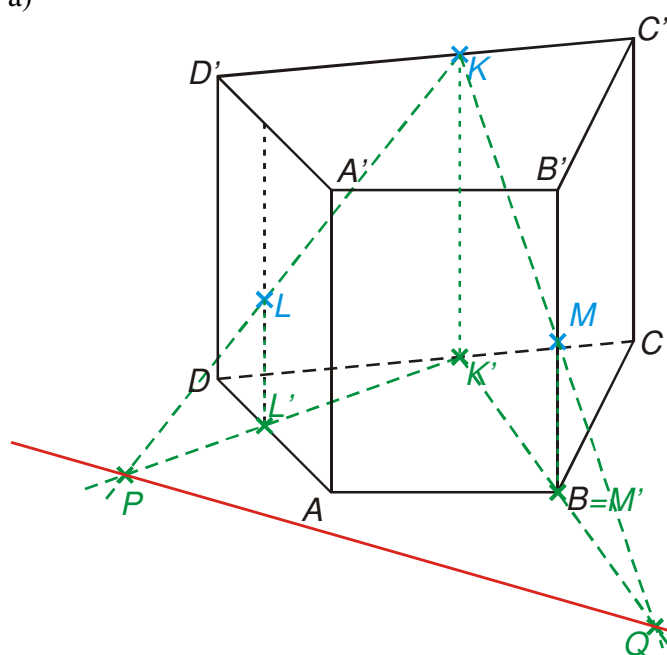


úsečka PK
 bod Q
 polopřímka QL
 bod R
 úsečka RM
 rovnoběžka s QL bodem M
 bod S
 úsečka KS

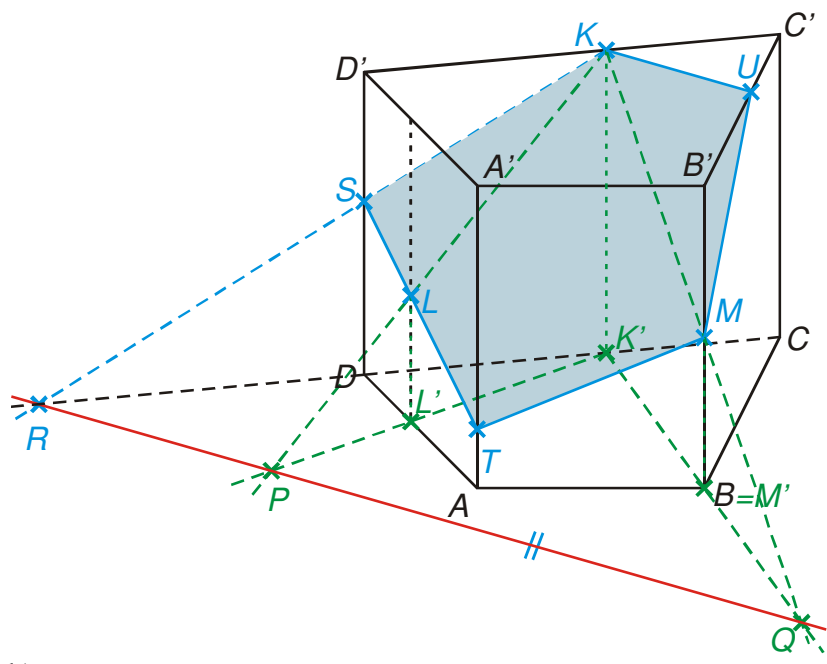
Př. 5: Sestroj řezy těles rovinami určenými KLM .



a)
a)

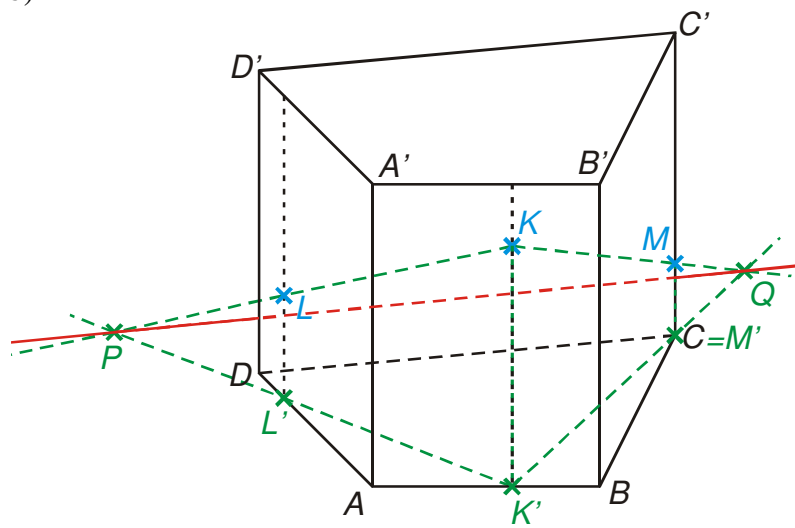


Podobný problém jako u předchozích příkladů, ale ještě horší situace: žádné dva body neleží ve stejné stěně, žádný z bodů neleží v podstavě, přímka LM se možná s horní podstavou ani neprotne, každopádně průsečík by byl mimo obrázek \Rightarrow najdeme v podstavě dva body pomocí průsečíků přímky KL a přímky KM s rovinou podstavu \Rightarrow promítneme body K, L, M kolmo do roviny podstavu \Rightarrow získáme body K', L', M' \Rightarrow bod P (průnik přímek KL a $K'L'$) bod Q (průnik přímek KM a $K'M'$)

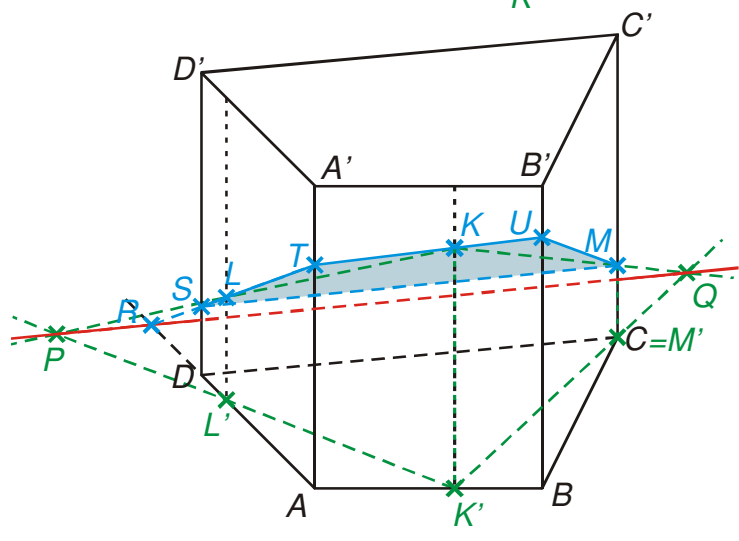


prodloužení hrany CD
 průnik přímek PQ a $CD \Rightarrow$
 bod R
 úsečka RK
 bod S
 polopřímka SL
 bod T
 úsečka TM
 rovnoběžka s PQ bodem K
 bod U
 úsečka MT

b)



Podobný problém jako u
 předchozího příkladu \Rightarrow
 najdeme v podstavě dva body
 pomocí průsečíků přímky KL a
 přímky KM s rovinou
 podstavy \Rightarrow promítneme body
 K, L, M kolmo do roviny
 podstavy \Rightarrow získáme body
 $K', L', M' \Rightarrow$ bod P
 (průnik přímek KL a $K'L'$)
 bod Q (průnik přímek KM a
 $K'M'$)



prodloužení hrany AD
 průnik přímek PQ a $AD \Rightarrow$
 bod R
 polopřímka RL
 bod S , bod T
 polopřímka TK
 bod U
 úsečka UM
 úsečka SM

Pedagogická poznámka: Bod b) předchozího příkladu je poměrně náročný (hlavně nezvyklou polohou roviny řezu) a tak je nutné ho studentům uvést (aby si zbytečně

nedělali těžkou hlavu). Při překreslování zadání do sešitu by měli dávat pozor na to, aby bod K byl spíše výš a body M, L spíše níž než v originálním zadání.

Př. 6: Petáková:
strana 90/cvičení 7 a) b) d)

Shrnutí: