

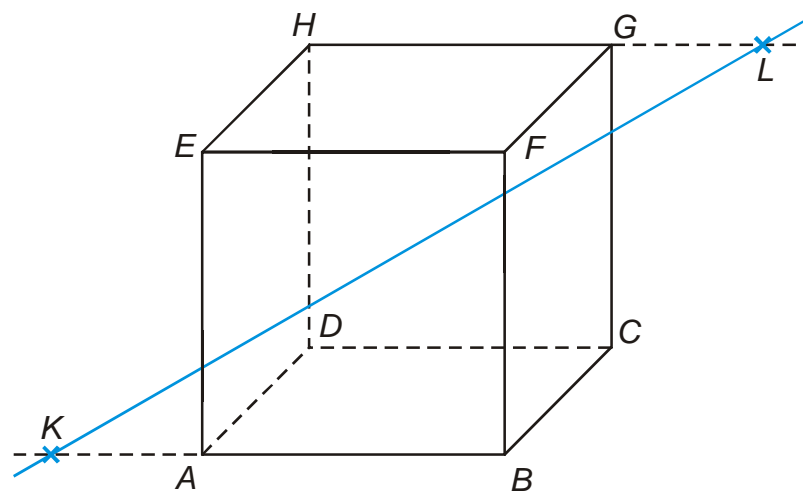
5.1.16 Další polohové úlohy

Předpoklady: 5115

Průniky přímky s tělesem

Př. 1: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj průnik přímky KL s krychlí pokud platí: K leží na polopřímce BA , $|KB| = \frac{3}{2}|AB|$, L leží na polopřímce HG ,

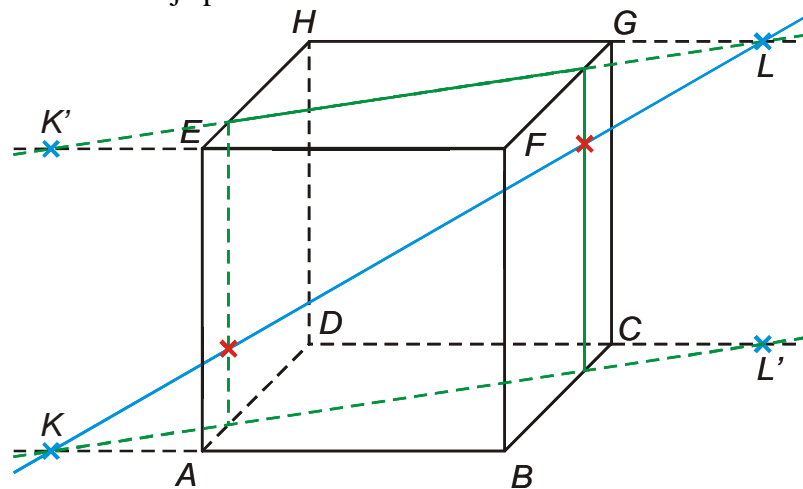
$$|LH| = \frac{3}{2}|HG|.$$



Příklad KL se určitě protne s pravou i levou boční stěnou, ale tyto body můžeme nalézt pouze jako průsečíky dvou přímek \Rightarrow podobný problém jako v minulé hodině s průsečíkem přímky a roviny \Rightarrow podobné řešení:

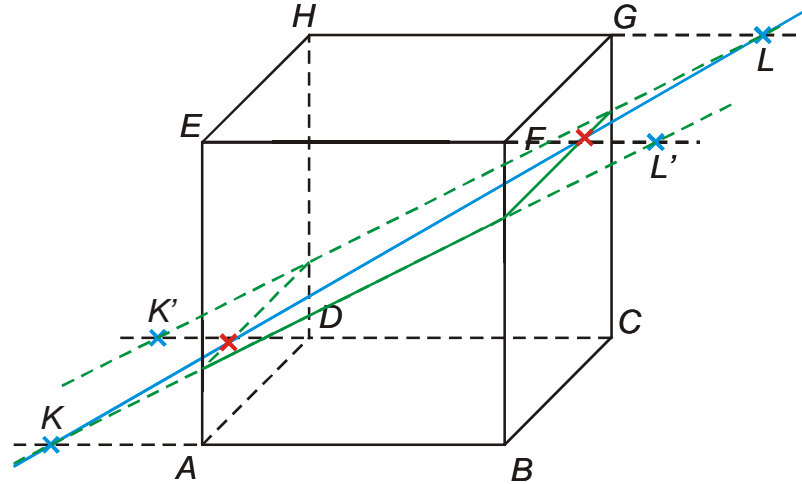
- zvolíme si vhodnou rovinu, které obsahuje přímku KL ,
- sestrojíme řez této roviny s krychlí (a tedy průsečnici roviny se stěnami),
- průniky řezu a přímky KL jsou hledanými body.

Pomocnou rovinu můžeme volit mnoha způsoby, snadno nakreslíme například svislou rovinu, která obsahuje přímku KL .

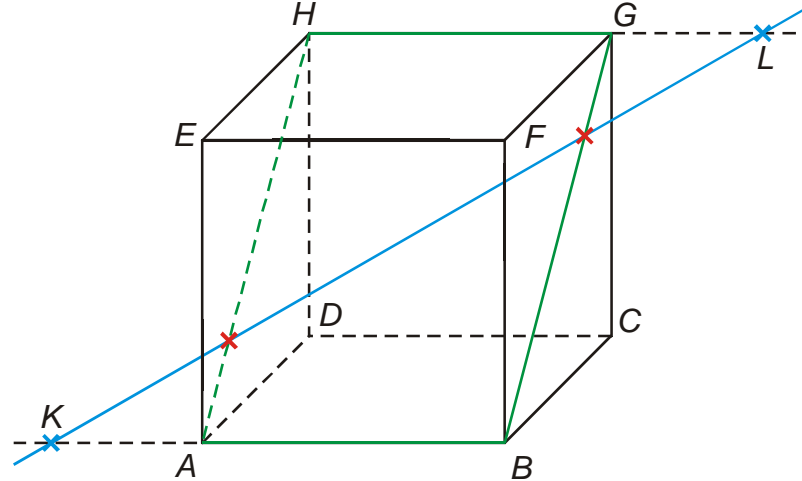


Př. 2: Vyřeš předchozí příklad pomocí jiné pomocné roviny, než kterou jsi použil v původním řešení.

Jako pomocnou rovinu můžeme zvolit rovinu, která obsahuje přímkou KL a je kolmá k zadní (přední) stěně krychle,

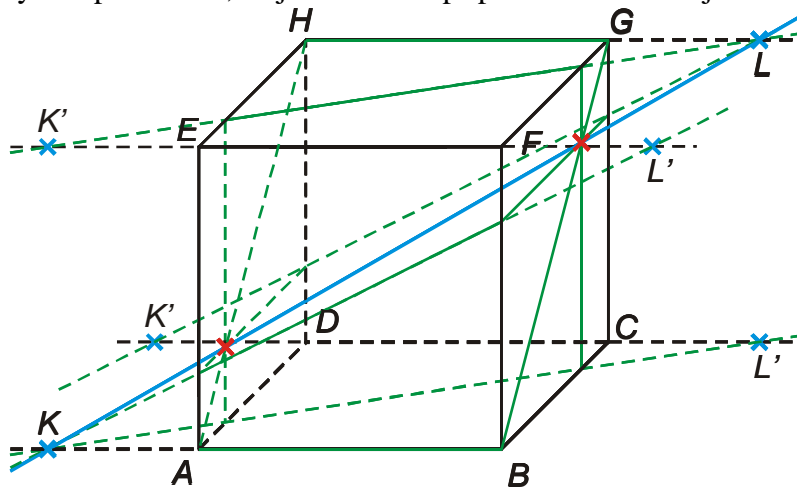


nebo rovinu ABG , která přímkou KL obsahuje také.



Pedagogická poznámka: Je zajímavé, že řešení pomocí roviny ABG není příliš časté (i když je konstrukčně nejjednodušší). Příčina je zřejmě v tom, že rovina není konstruována přímo z bodů KL a tudíž není tak zřejmé, že oba tyto body opravdu obsahuje.

Dodatek: Stejně jako v minulé hodině i nyní se můžeme položením obou obrázků na sebe rychle přesvědčit, že jsme v obou případech získali stejné body.

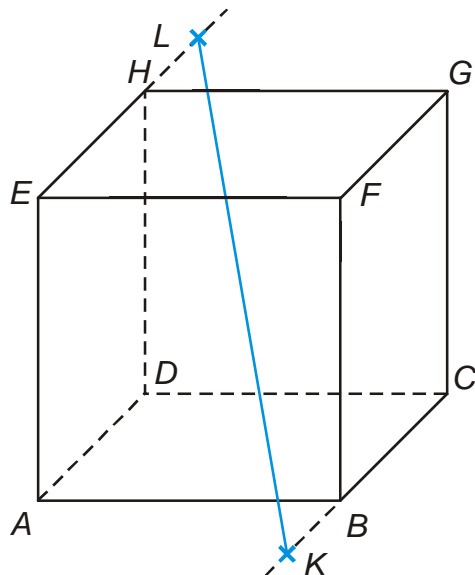


Postup při hledání průsečíků přímky s tělesem

- **Zakreslíme těleso a přímku.**
- **Sestrojíme řez tělesa libovolnou (ale vhodně zvolenou) rovinou, která obsahuje přímku.**
- **Průsečíky přímky s jednotlivými stranami řezu jsou hledanými body.**

Př. 3: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Sestroj průnik přímky KL s krychlí pokud platí: K leží na polopřímce CB , $|KC| = \frac{3}{2}|BC|$, L leží na polopřímce EH ,

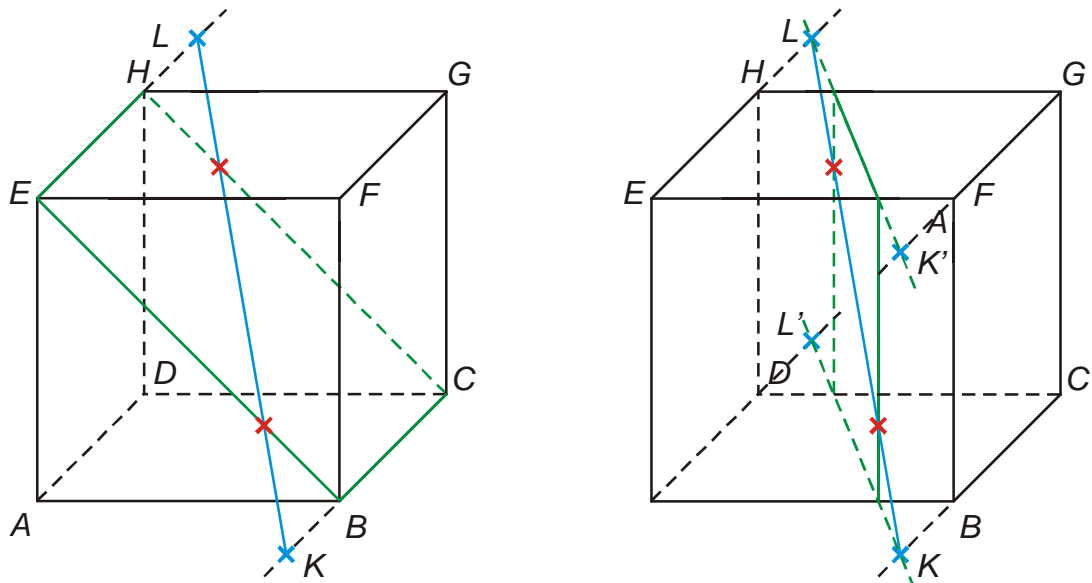
$$|LG| = \frac{3}{2}|EH|.$$



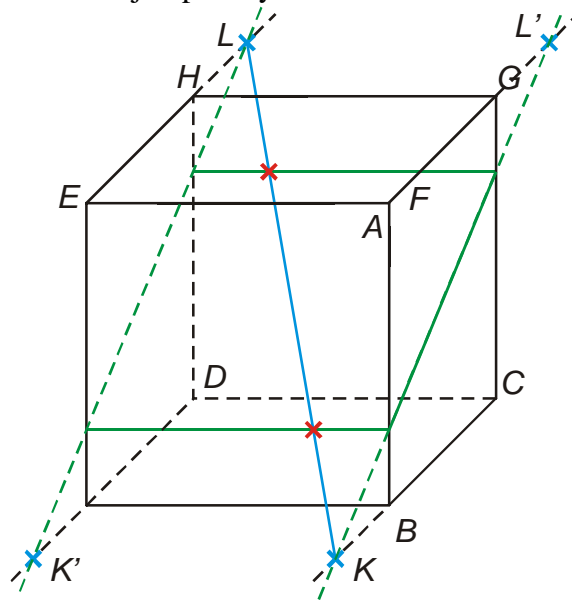
Příklad opět můžeme řešit pomocí různých pomocných rovin.

rovina BCE

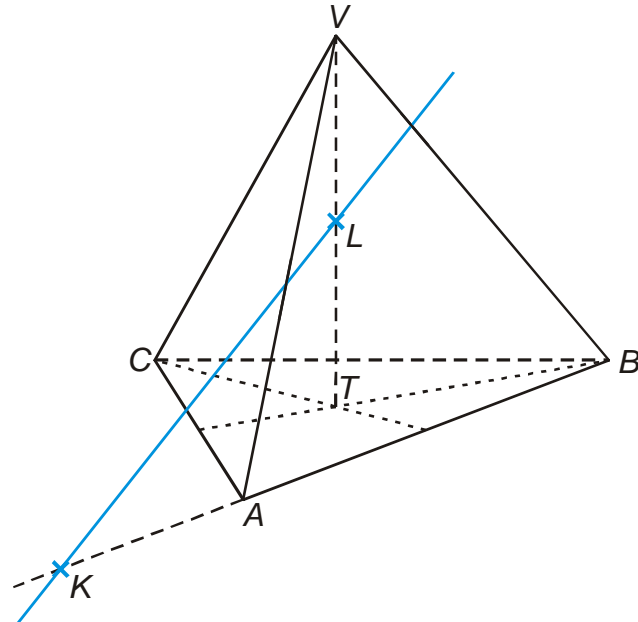
svislá rovina obsahující přímku KL



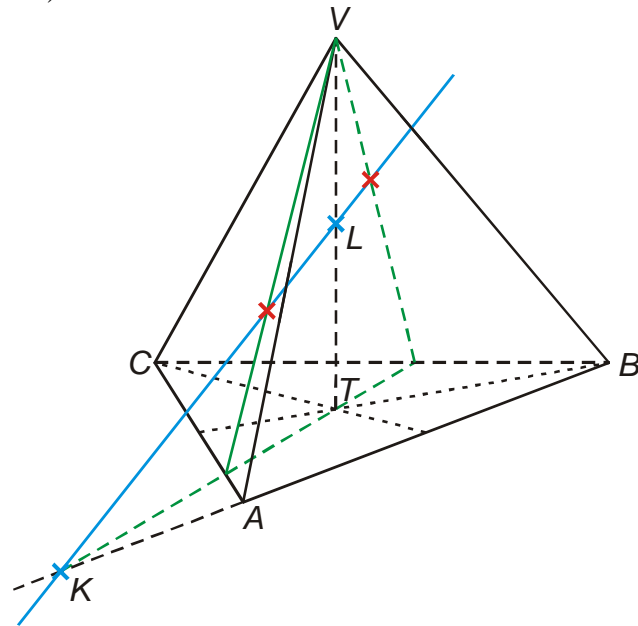
rovina obsahující přímky KL kolmá k bočním stěnám



Př. 4: Je dán trojboký jehlan $ABCV$. Sestroj průnik přímky KL s tímto jehlanem, jestliže platí: K leží na polopřímce BA , $|KB| = \frac{3}{2}|AB|$, L je středem úsečky spojující těžiště trojúhelníku ABC s bodem V .



Nejvýhodnější pomocnou rovinou je rovina KLV , která obsahuje také bod T (leží na přímce VL).



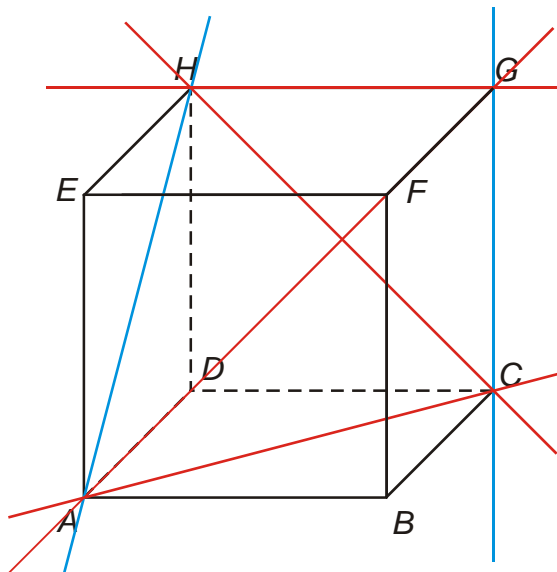
Příčky mimoběžek

Mimoběžky – nemají společný bod

Příčka mimoběžek – přímka, která protíná obě mimoběžky \Rightarrow je jich nekonečně mnoho \Rightarrow přidává se další podmínka, aby se omezil jejich počet.

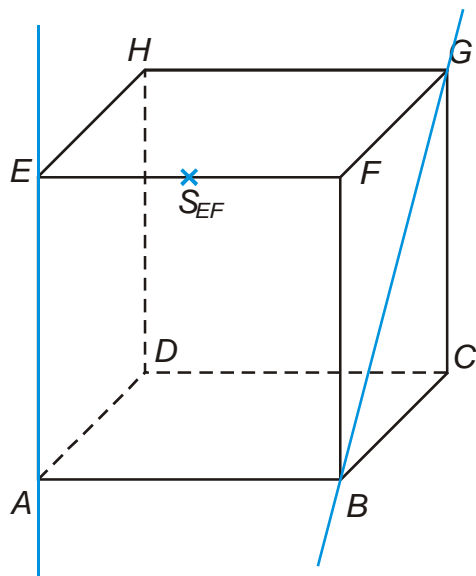
Dodatek: Někdy bývá jako příčka mimoběžek označována pouze úsečka, s krajními body na mimoběžkách.

Př. 5: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny přímky mimoběžek AH a CG procházející dvěma vrcholy krychle.

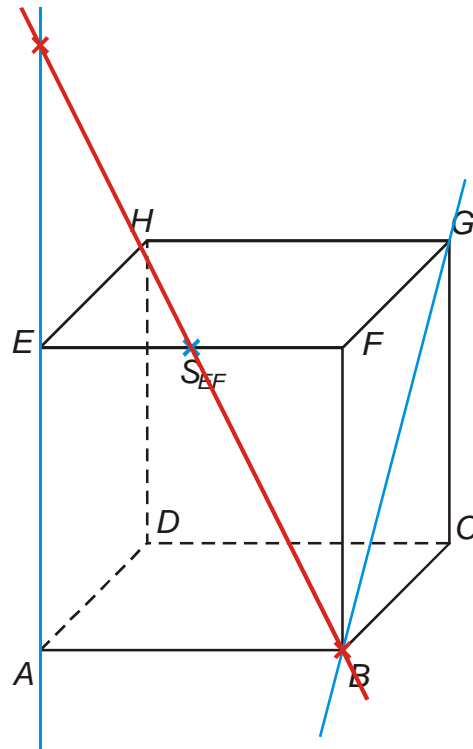


Z obrázku je zřejmé, že jde o přímky AC , AG , HG a HC .

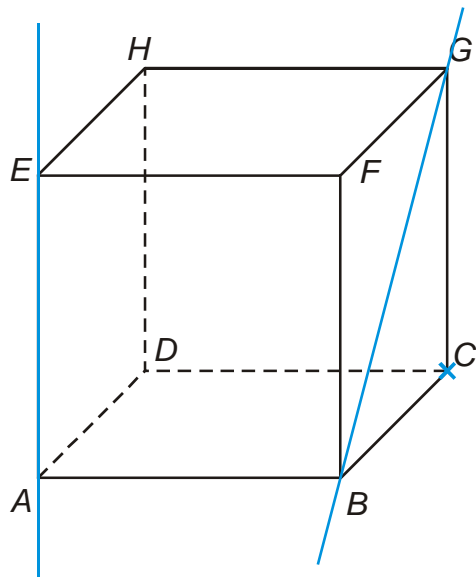
Př. 6: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny přímky mimoběžek BG a AE procházející bodem S_{EF} .



Hledaná příčka prochází bodem S_{EF} a má průsečík s přímkou AE (je s ní různoběžná)
 \Rightarrow musí ležet v rovině $AES_{EF} \Rightarrow$ leží v přední stěně \Rightarrow jejím průsečíkem s přímkou BG je vrchol $B \Rightarrow$ jde o příčku BS_{EF} .

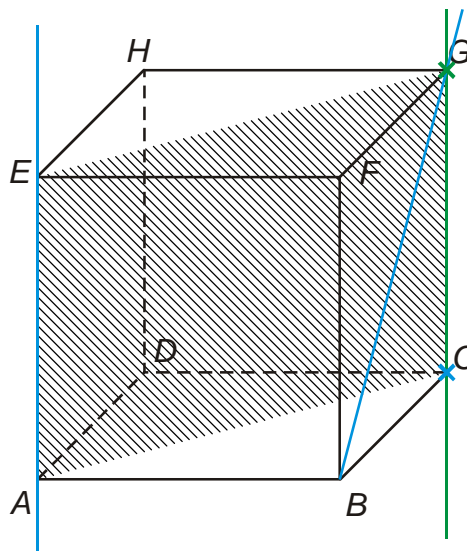


Př. 7: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny příčky mimoběžek BG a AE procházející bodem C .



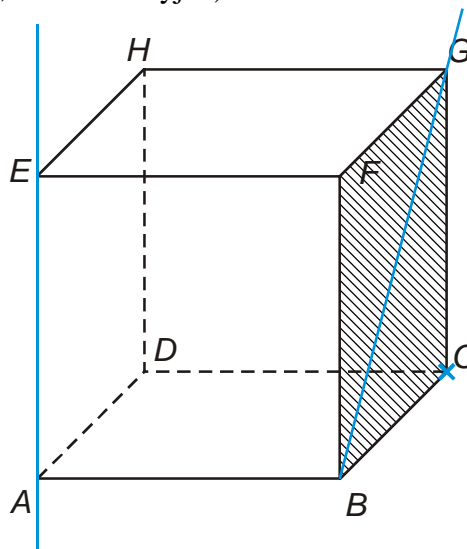
Postupujeme stejně jako v předchozím případě.

Hledaná příčka prochází bodem C a má průsečík s přímkou AE (je s ní různoběžná) \Rightarrow musí ležet v rovině $ACE \Rightarrow$ průsečíkem roviny ACE s přímkou BG je vrchol $G \Rightarrow$ příčka BG však není příčkou přímek AE a BG , protože je s přímkou AE rovnoběžná a nikdy se s ní neprotne.



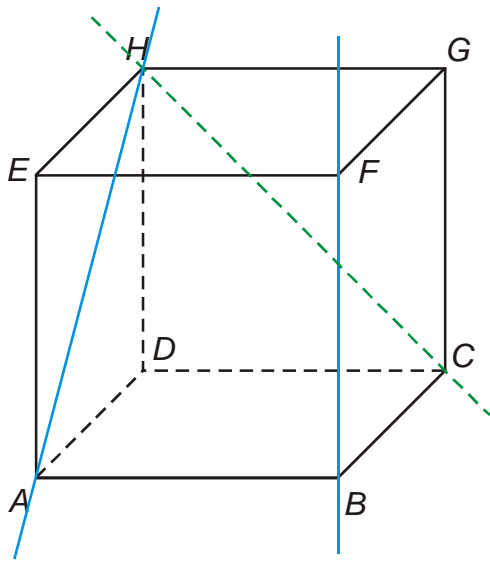
\Rightarrow Zkusíme uplatnit postup od příčky BG (a tušíme, že také nevyjde).

Hledaná příčka prochází bodem C a má průsečík s přímkou BG (je s ní různoběžná) \Rightarrow musí ležet v rovině $BCG \Rightarrow$ rovina BCG je však rovnoběžná s přímkou AE a nemá s ní žádný průsečík \Rightarrow nemůžeme najít příčku přímek AE a BG , která by procházela bodem C .



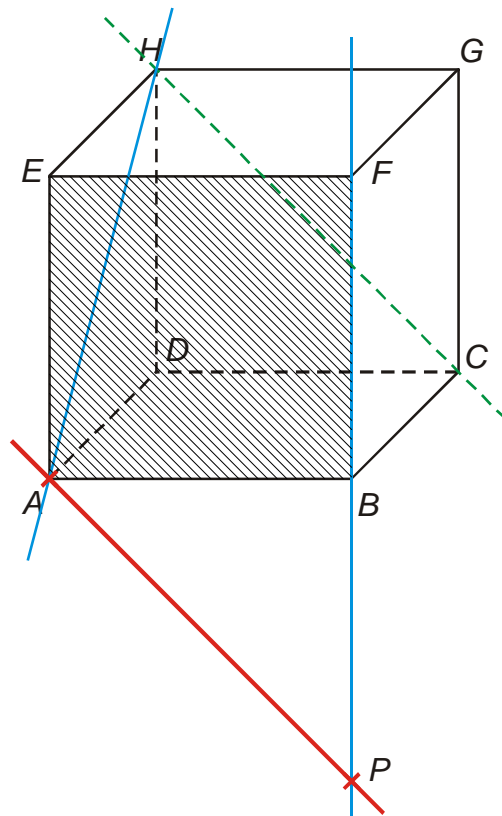
\Rightarrow Neexistuje příčka přímek AE a BG , která by procházela bodem C .

Př. 8: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny příčky mimoběžek BF a AH rovnoběžné s přímkou CH .

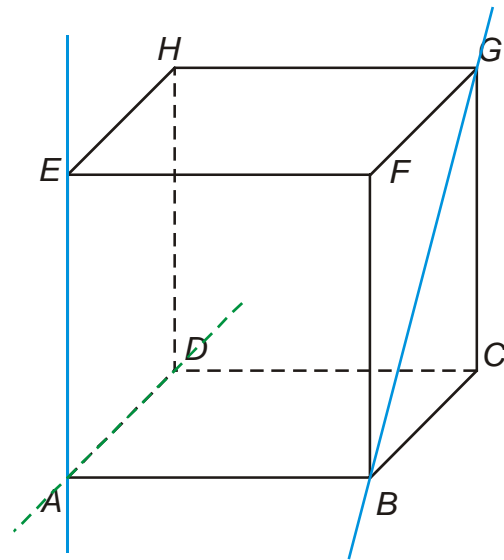


Postupuju podobně jako v předchozím případě.

Hledaná příčka je rovnoběžná s přímkou CH a má průsečík s přímkou BF (je s ní různoběžná) \Rightarrow musí ležet v rovině obsahující přímkou BF a rovnoběžné s přímkou CH \Rightarrow příčka leží v rovině ABF \Rightarrow průsečíkem roviny ABF s přímkou AH je vrchol A \Rightarrow máme příčku určenou jako rovnoběžku s CH procházející bodem A , jejím průsečíkem s přímkou BF je bod P .

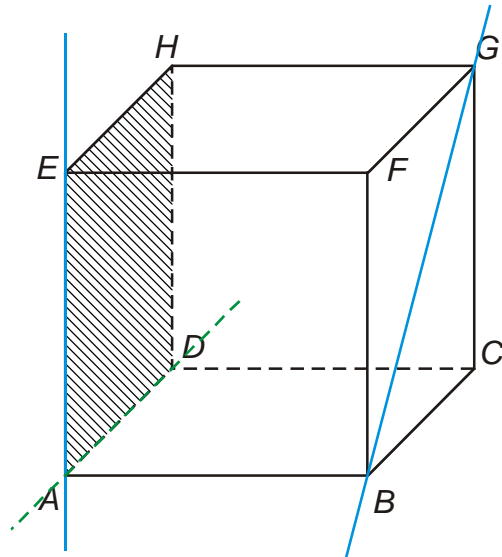


Př. 9: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny příčky mimoběžek BG a AE rovnoběžné s přímkou AD .



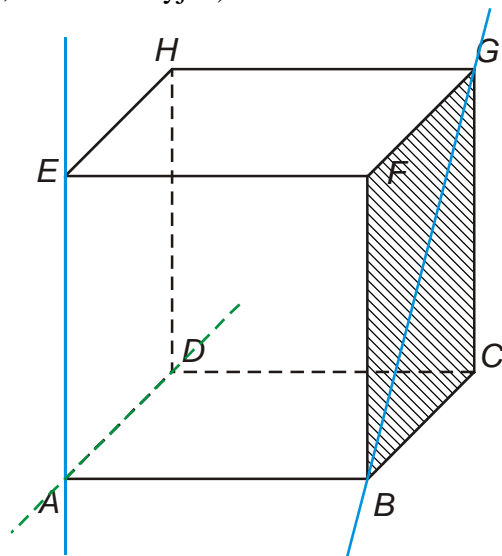
Postupuju podobně jako v předchozím případě.

Hledaná příčka je rovnoběžná s přímkou AD a má průsečík s přímkou AE (je s ní různoběžná) \Rightarrow musí ležet v rovině obsahující přímkou AE a rovnoběžné s přímkou AD \Rightarrow příčka leží v rovině ADE \Rightarrow tato rovina nemá průsečík s přímkou BG (je s ní rovnoběžná) \Rightarrow neexistuje příčka přímek BG a AE rovnoběžná s přímkou AD .



\Rightarrow Zkusíme uplatnit postup od přímky BG (a tušíme, že také nevyjde).

Hledaná příčka je rovnoběžná s přímkou AD a má průsečík s přímkou BG (je s ní různoběžná) \Rightarrow musí ležet v rovině obsahující přímkou BG a rovnoběžné s přímkou AD \Rightarrow příčka leží v rovině BCG \Rightarrow tato rovina nemá průsečík s přímkou AE (je s ní rovnoběžná) \Rightarrow neexistuje příčka přímek BG a AE rovnoběžná s přímkou AD .



Př. 10: Petáková:
strana 92/cvičení 13 b)
strana 92/cvičení 14 b) d)

Shrnutí: Průsečíky přímky s tělesem hledáme pomocnou rovinou jako průsečíky přímky s rovinou.