

## 6.2.4 Násobení a dělení komplexních čísel v goniometrickém tvaru

Pro součin dvou libovolných komplexních čísel  $z_1$  a  $z_2$  v goniometrickém tvaru platí vzorec:

$$z_1 z_2 = r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \cdot r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2) = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)].$$

**Př. 1:** Urči v goniometrickém tvaru součin  $z_1 \cdot z_2$  čísel  $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  a

$$z_2 = 3\sqrt{2} \left( \cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right). \text{ Výsledek převed' i do algebraického tvaru.}$$

**Př. 2:** Urči v goniometrické tvaru součin  $z_1 \cdot z_2$  čísel:

a)  $z_1 = 0,5 \left( \cos \frac{11}{6}\pi + i \sin \frac{11}{6}\pi \right)$  a  $z_2 = 4 \left( \cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi \right)$

b)  $z_1 = \sqrt{6} (\cos 310^\circ + i \sin 310^\circ)$  a  $z_2 = \sqrt{2} (\cos 140^\circ + i \sin 140^\circ)$

**Př. 3:** Převed' čísla  $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  a  $z_2 = 3\sqrt{2} \left( \cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right)$  na

algebraický tvar a v algebraickém tvaru je vynásob. Srovnej výsledek s výsledkem příkladu 1.

**Př. 4:** Zobecni vzorec pro součin v goniometrickém tvaru pro větší počet činitelů (komplexní čísla  $z_1; z_2; \dots; z_n$ ). Odvod' vzorec pro podíl v goniometrickém tvaru.

Pro podíl dvou libovolných komplexních čísel  $z_1$  a  $z_2$  v goniometrickém tvaru

$$\text{platí vzorec: } \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)}{r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

**Př. 5:** Urči v goniometrickém tvaru podíl  $\frac{z_1}{z_2}$  čísel  $z_1 = 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$  a  $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ . Výsledek převed' i do algebraického tvaru.

**Př. 6:** Urči v goniometrickém tvaru podíl  $\frac{z_1}{z_2}$  čísel:

a)  $z_1 = 4\left(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$  a  $z_2 = 2\left(\cos\frac{11}{6}\pi + i\sin\frac{11}{6}\pi\right)$

b)  $z_1 = \sqrt{6}(\cos 310^\circ + i\sin 310^\circ)$  a  $z_2 = \sqrt{2}(\cos 140^\circ + i\sin 140^\circ)$

**Př. 7:** Převed' čísla  $z_1 = 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$  a  $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$  na algebraický tvar a v algebraickém tvaru je vyděl. Výsledek srovnej s výsledkem příkladu 5.

**Př. 8:** Vyjádři v goniometrickém tvaru  $\frac{1}{\cos\varphi + i\sin\varphi}$ .

**Př. 9:** Urči součin komplexních čísel:  $z_1 = \frac{1}{\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi}$ ,  $z_2 = \frac{1}{\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi}$ ,  
 $z_3 = \frac{1}{\cos\frac{5}{6}\pi + i\sin\frac{5}{6}\pi}$ .

**Př. 10:** Zapiš v goniometrickém tvaru číslo:

$$z = \left(\cos\varphi - i\sin\varphi + \frac{1}{\cos\varphi + i\sin\varphi}\right) \cdot (\cos 2\varphi + i\sin 2\varphi)$$

**Př. 11:** Vyjádři v goniometrickém tvaru:

a)  $\frac{\cos\frac{7}{6}\pi + i\sin\frac{7}{6}\pi}{2i}$

b)  $(1+i)\left(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$

c)  $\frac{\cos\frac{5}{6}\pi + i\sin\frac{5}{6}\pi}{\sqrt{3}-i}$