

7.2.7 Skalární součin I

Př. 1: Vektor \mathbf{u} svírá s osou x úhel 30° a platí: $|\mathbf{u}| = 4$. Urči souřadnice vektoru \mathbf{u} .

Skalární součin dvou vektorů $\mathbf{u} = (u_1; u_2)$, $\mathbf{v} = (v_1; v_2)$ v rovině je číslo $u_1v_1 + u_2v_2$.

Skalární součin dvou vektorů $\mathbf{u} = (u_1; u_2; u_3)$, $\mathbf{v} = (v_1; v_2; v_3)$ v prostoru je číslo

$u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$.

Př. 2: Urči skalární součin vektorů $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$:

a) $\mathbf{u} = (1; 2; 3)$ a $\mathbf{v} = (3; 3; 3)$

b) $\mathbf{u} = (1; 2; 3)$ a $\mathbf{v} = (3; 3; -3)$

Př. 3: U každé z následujících dvojic vektorů vypočti skalární součin a načrtni obrázek. Pro všechny vektory vol umístění v počátku soustavy souřadnic.

a) $\mathbf{u} = (4; 3)$, $\mathbf{v} = (3; 4)$

b) $\mathbf{u} = (4; 3)$, $\mathbf{v} = (0; 5)$

c) $\mathbf{u} = (4; 3)$, $\mathbf{v} = (-3; 4)$

Př. 4: Úhel, který svírají dva vektory je zaveden takto:

“Mají-li dva vektory \mathbf{u} , \mathbf{v} umístění $O\mathbf{U}$, $O\mathbf{V}$, nazývá se velikost konvexního úhlu UOV úhel φ vektorů \mathbf{u} , \mathbf{v} . Jsou-li přímky $O\mathbf{U}$, $O\mathbf{V}$ navzájem kolmé, říkáme, že i vektory $O\mathbf{U}$, $O\mathbf{V}$ jsou navzájem kolmé.“

Nakresli obrázek zachycující situaci popisovanou v definici. Jakých hodnot může dosáhnout úhel, který svírají dva vektory? Jakých hodnot může dosáhnout odchylka dvou přímek?

Př. 5: Jsou dány vektory \mathbf{u} , \mathbf{v} takové, že platí: $|\mathbf{v}| = 2|\mathbf{u}|$. Vyznač možnou polohu těchto vektorů pokud pro úhel φ , který svírají platí:

a) $\varphi = 0$,

b) $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$,

c) $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

d) $\varphi = \pi$.

Př. 6: Jsou dány dva vektory \mathbf{u} (o velikosti $|\mathbf{u}|$) a \mathbf{v} (o velikosti $|\mathbf{v}|$), které svírají úhel φ

$(0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$. Urči souřadnice těchto vektorů v kartézské soustavě, jejíž osa x je

rovnoběžná se směrem vektoru \mathbf{u} .

Nakresli náčrtek situace, umístění obou vektorů vol tak, aby jejich počáteční body ležely v počátku soustavy souřadnic. Pomocí velikostí obou vektorů $|\mathbf{u}|$, $|\mathbf{v}|$ a velikosti úhlu φ vyjádři jejich souřadnice. Poté odvoď vzorec pro význam skalárního součinu.

Př. 7: Rozhodni, kdy je skalární součin vektorů \mathbf{u} , \mathbf{v} roven nule.

Př. 8: Petáková:

strana 101/cvičení 24