

## 7.2.11 Pravotočivá a levotočivá báze

**Předpoklady:** 7204

**Pedagogická poznámka:** Průběh hodiny je trochu zvláštní. Po poměrně krátkém úvodním vysvětlení studenti pracují samostatně, společné kontroly provádíme spíše podle nejpomalejších. Rychlejší studenti jsou poměrně brzy hotoví, proto jim dávám počítat příklady z Petákové (z předminulé hodiny).

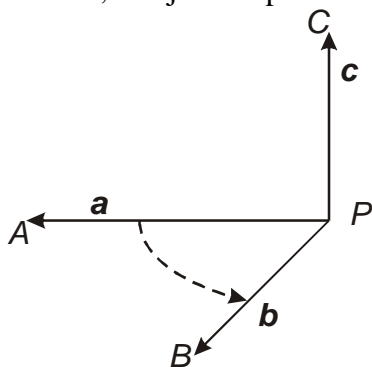
Vysvětlení názvu: **Báze (v prostoru)** je uspořádaná trojice vektorů (záleží na pořadí), které neleží v jedné rovině.

Proč báze?

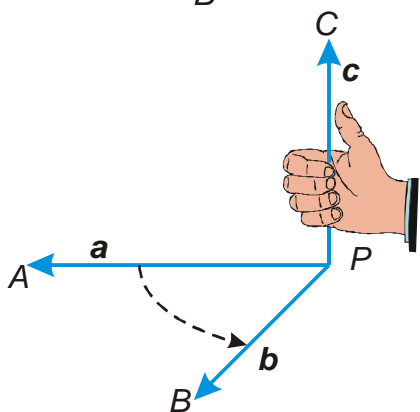
Pomocí trojice vektorů, které neleží v rovině, můžeme vyjádřit libovolný vektor v tomto prostoru  $\Rightarrow$  prostor „můžeme založit“ na této trojici vektorů.

Značení: báze tvořená vektory  $a, b, c$  se zapisuje  $(a, b, c)$ .

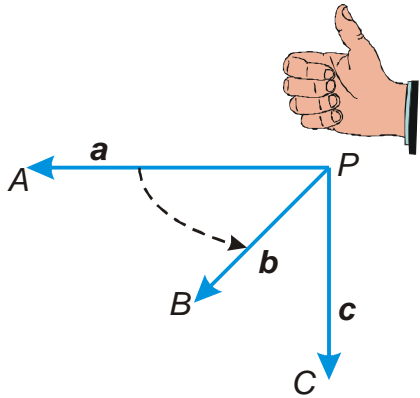
Jak rozhodneme, zda je báze pravotočivá nebo levotočivá?



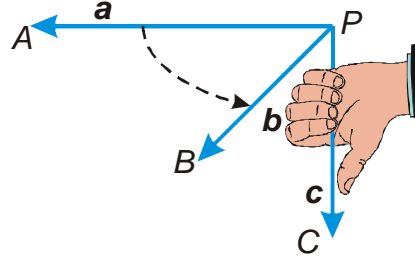
Báze  $(a, b, c)$  je reprezentována orientovanými úsečkami  $PA, PB, PC$ . Představíme si otáčení, které nejkratším způsobem (přes konvexní úhel  $APB$ ) převede polopřímku  $PA$  do polopřímky  $PB$ .



Představíme si, že přiložíme pravou ruku na rovinu  $PAB$  tak, aby její pokrčené prsty udávaly vyznačený směr otáčení. Pokud palec pravé ruky směřuje do stejného poloprostoru jako vektor  $c$ , je **báze pravotočivá**.



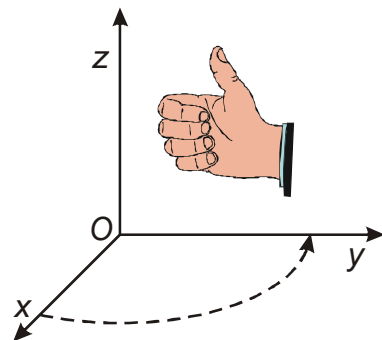
Pokud palec pravé ruky směřuje do opačného poloprostoru než vektor  $c$ , je **báze levotočivá**. Její polohu by popisovala levá ruka.



**Pedagogická poznámka:** Předchozí výklad provádím na tabuli (kde vyklopím jedno krajní rameno tak, aby vektor  $b$  směřoval opravdu ke třídě), nebo pomocí barevných fixů. V takovém případě doporučuji zapsat i vektory do báze jejich barvami, například  $(a, b, c)$ . Většina studentů systém pochopí, ty, kteří mají větší problémy, zvu k tabuli, kde jim pomůžu nastavit jejich ruku tak, aby mohli pravotočivost báze určit.

**Př. 1:** Rozhodni, zda jednotkové vektory  $(e_x, e_y, e_z)$  ve směru souřadných os  $x, y, z$  na klasickém nákresu tvoří pravotočivou nebo levotočivou bázi.

Z obrázku je zřejmé, že vektory  $(e_x, e_y, e_z)$  tvoří pravotočivou bázi.

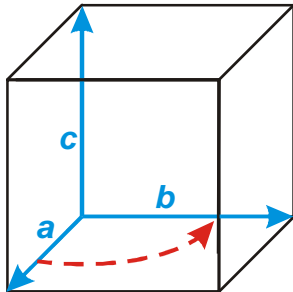


Soustavě souřadnic, jejíž jednotkové vektory tvoří pravotočivou bázi, říkáme **pravotočivá soustava souřadnic**.

**Pedagogická poznámka:** U všech následujících příkladů je nutná prostorová představivost. Proto chci po studentech, aby si základní situaci nakreslili do krychle a pokud mají problémy, zkusili si bázi namodelovat pomocí tužek.

**Př. 2:** Předpokládej, že báze  $(a, b, c)$  je pravotočivá. Najdi její vhodné umístění pomocí vrcholů krychle. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

- a)  $(a, c, b)$                       b)  $(b, a, c)$                       c)  $(b, c, a)$   
 d)  $(c, b, a)$                       e)  $(c, a, b)$

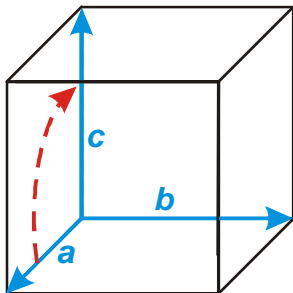


Zvolíme umístění s počátkem v bodu  $D$  tak, aby báze připomínala klasickou pravotočivou soustavu souřadnic.



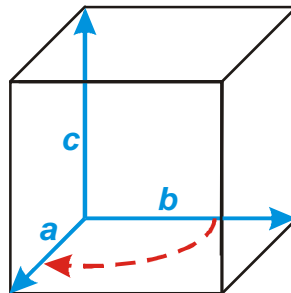
Řešíme jednotlivé příklady:

a)  $(a, c, b)$



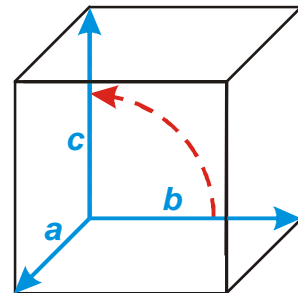
levotočivá báze

b)  $(b, a, c)$



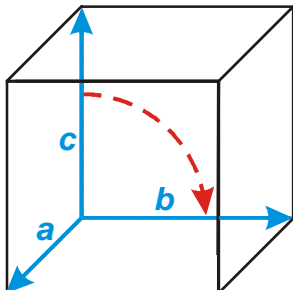
levotočivá báze

c)  $(b, c, a)$



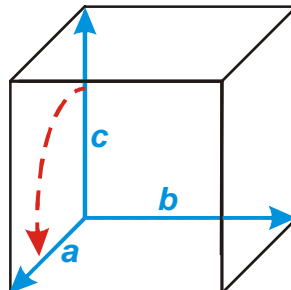
pravotočivá báze

d)  $(c, b, a)$



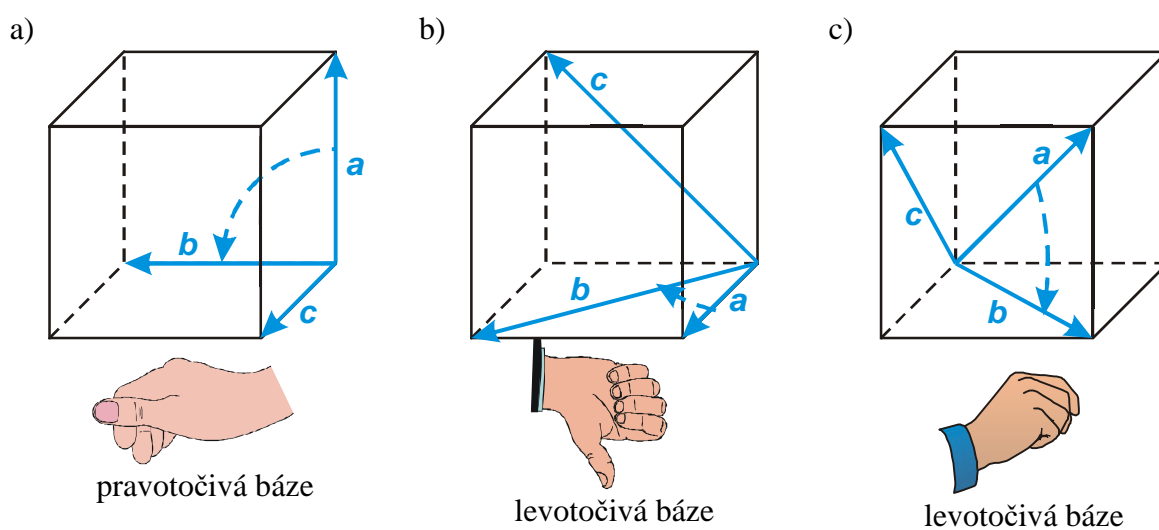
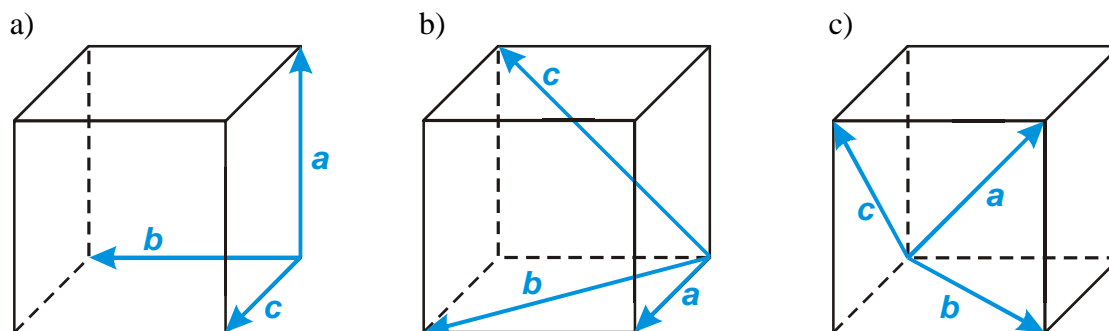
levotočivá báze

e)  $(c, a, b)$



pravotočivá báze

**Př. 3:** Rozhodni, zda jsou nakreslené báze  $(a, b, c)$  pravotočivé nebo levotočivé.

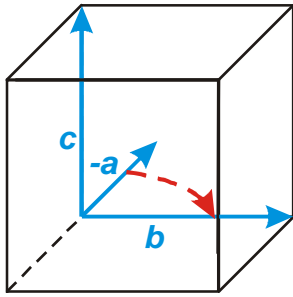


**Př. 4:** Předpokládej, že báze  $(a, b, c)$  je pravotočivá. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

- |                  |                  |                   |
|------------------|------------------|-------------------|
| a) $(-a, b, c)$  | b) $(a, -b, c)$  | c) $(a, b, -c)$   |
| d) $(-a, -b, c)$ | e) $(-a, b, -c)$ | f) $(-a, -b, -c)$ |

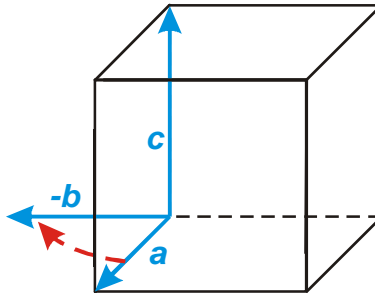
Vydeme z obrázku z příkladu 2, vždy obrátíme zadané vektory.

- |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $(-a, b, c)$ | b) $(a, -b, c)$ | c) $(a, b, -c)$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|



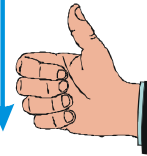
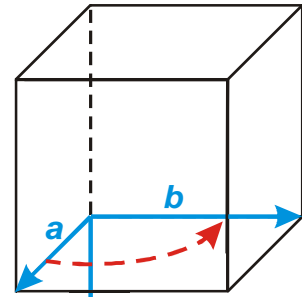
levotočivá báze

d)  $(-a, -b, c)$



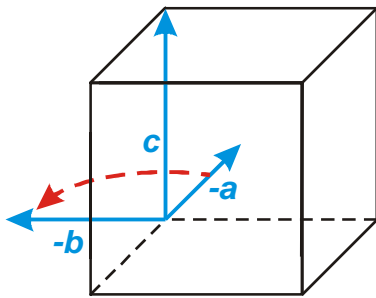
levotočivá báze

e)  $(-a, b, -c)$

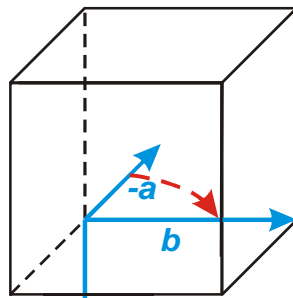


levotočivá báze

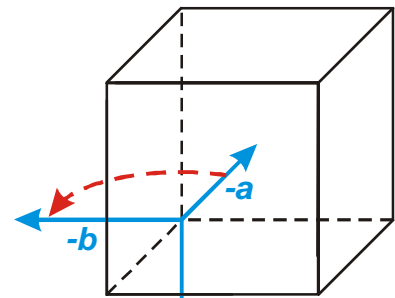
f)  $(-a, -b, -c)$



pravotočivá báze



pravotočivá báze



levotočivá báze

**Př. 5:** Předpokládej, že báze  $(a, b, c)$  je pravotočivá. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

a)  $(-a, c, b)$

b)  $(-b, a, -c)$

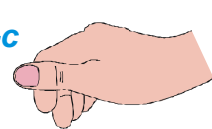
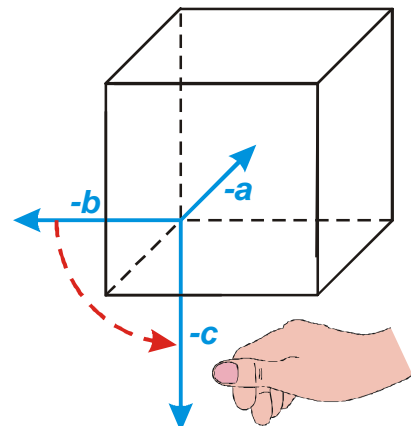
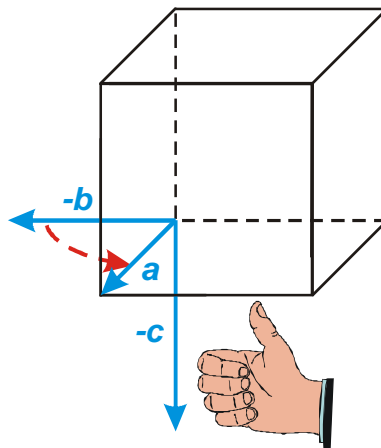
c)  $(-b, -c, -a)$

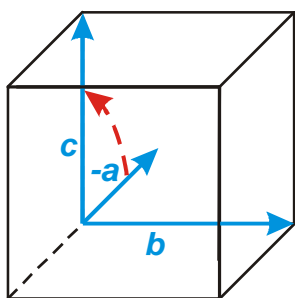
Vydeme z obrázku z příkladu 2, vždy obrátíme zadané vektory.

a)  $(-a, c, b)$

b)  $(-b, a, -c)$

c)  $(-b, -c, -a)$





levotočivá báze

levotočivá báze



pravotočivá báze

**Shrnutí:** Pravou ruku máme na určování pravotočivosti bází (a levou na ověřování levotočivosti).