

7.2.11 Pravotočivá a levotočivá báze

Předpoklady: 7204

Pedagogická poznámka: Průběh hodiny je trochu zvláštní. Po poměrně krátkém úvodním vysvětlení, studenti pracují samostatně, společné kontroly provádíme spíše podle nejpomalejších. Rychlejší studenti jsou poměrně brzy hotoví, proto jim dávám počítat příklady z Petákové (z předminulé hodiny).

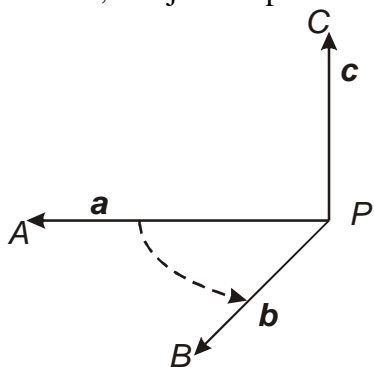
Vysvětlení názvu: **Báze (v prostoru)** je uspořádaná trojice vektorů (záleží na pořadí), které neleží v jedné rovině.

Proč báze?

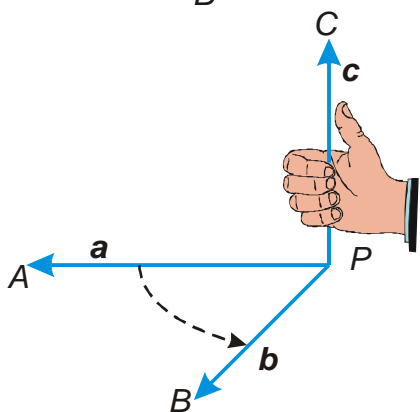
Pomocí trojice vektorů, které neleží v rovině, můžeme vyjádřit libovolný vektor v tomto prostoru \Rightarrow prostor „můžeme založit“ na této trojici vektorů.

Značení: báze tvořená vektory a, b, c se zapisuje (a, b, c) .

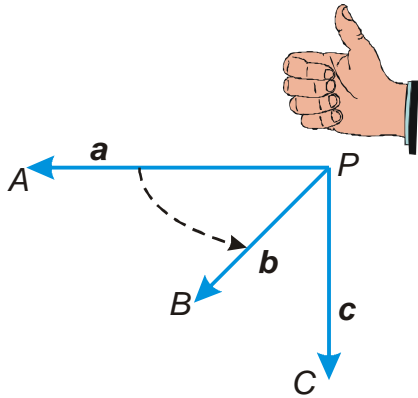
Jak rozhodneme, zda je báze pravotočivá nebo levotočivá?



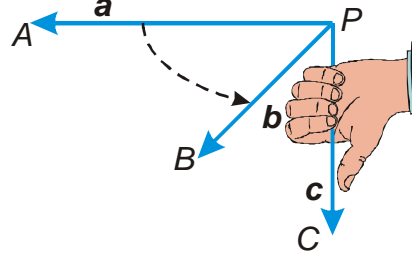
Báze (a, b, c) je reprezentována orientovanými úsečkami PA, PB, PC . Představíme si otáčení, které nejkratším způsobem (přes konvexní úhel APB) převede polopřímku PA do polopřímky PB .



Představíme si, že přiložíme pravou ruku na rovinu PAB tak, aby její pokrčené prsty udávaly vyznačený směr otáčení. Pokud palec pravé ruky směřuje do stejného poloprostoru jako vektor c , je **báze pravotočivá**.



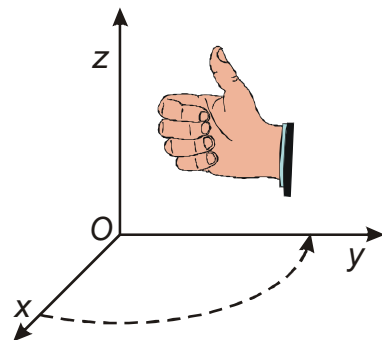
Pokud palec pravé ruky směřuje do opačného poloprostoru než vektor c , je **báze levotočivá**. Její polohu by popisovala levá ruka.



Pedagogická poznámka: Předchozí výklad provádím na tabuli, kde vyklopím jedno krajní rameno tak, aby vektor b směřoval opravdu ke třídě (nebo pomocí barevných fixů. V takovém případě doporučuji zapsat i vektory do báze jejich barvami, například (a, b, c)). Většina studentů systém pochopí, ty, kteří mají větší problémy, zvu k tabuli, kde jim pomůžu nastavit jejich ruku tak, aby mohli pravotočivost báze určit.

Př. 1: Rozhodni, zda jednotkové vektory (e_x, e_y, e_z) ve směru souřadných os x, y, z na klasickém nákresu tvoří pravotočivou nebo levotočivou bázi.

Z obrázku je zřejmé, že vektory (e_x, e_y, e_z) tvoří pravotočivou bázi.

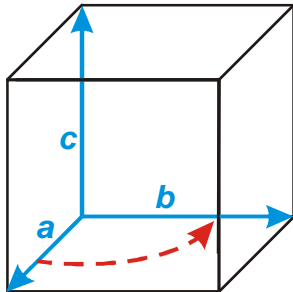


Soustavě souřadnic, jejíž jednotkové vektory tvoří pravotočivou bázi, říkáme **pravotočivá soustava souřadnic**.

Pedagogická poznámka: U všech následujících příkladů je nutná prostorová představivost. Proto chci po studentech, aby si základní situaci nakreslili do krychle a pokud mají problémy, zkusili si bázi namodelovat pomocí tužek.

Př. 2: Předpokládej, že báze (a, b, c) je pravotočivá. Najdi její vhodné umístění pomocí vrcholů krychle. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

- a) (a, c, b) b) (b, a, c) c) (b, c, a)
 d) (c, b, a) e) (c, a, b)

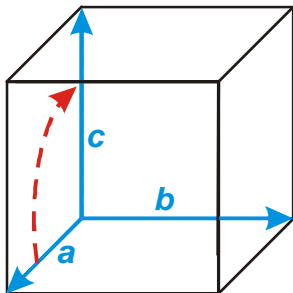


Zvolíme umístění s počátkem v bodu D tak, aby báze připomínala klasickou pravotočivou soustavu souřadnic.



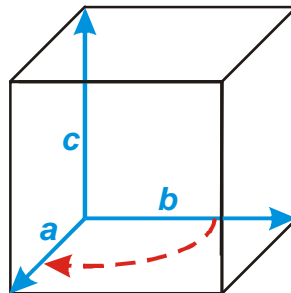
Řešíme jednotlivé příklady:

a) (a, c, b)



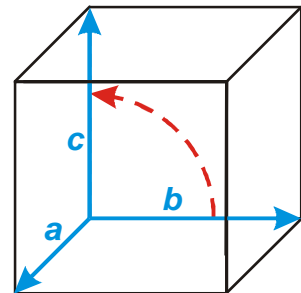
levotočivá báze

b) (b, a, c)



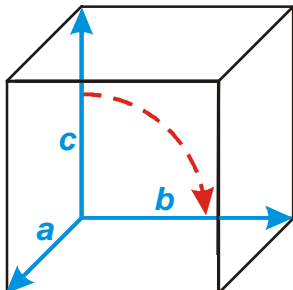
levotočivá báze

c) (b, c, a)



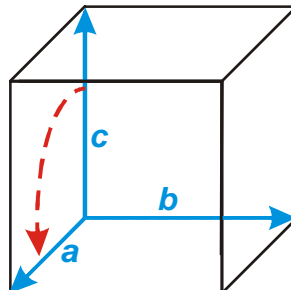
pravotočivá báze

d) (c, b, a)



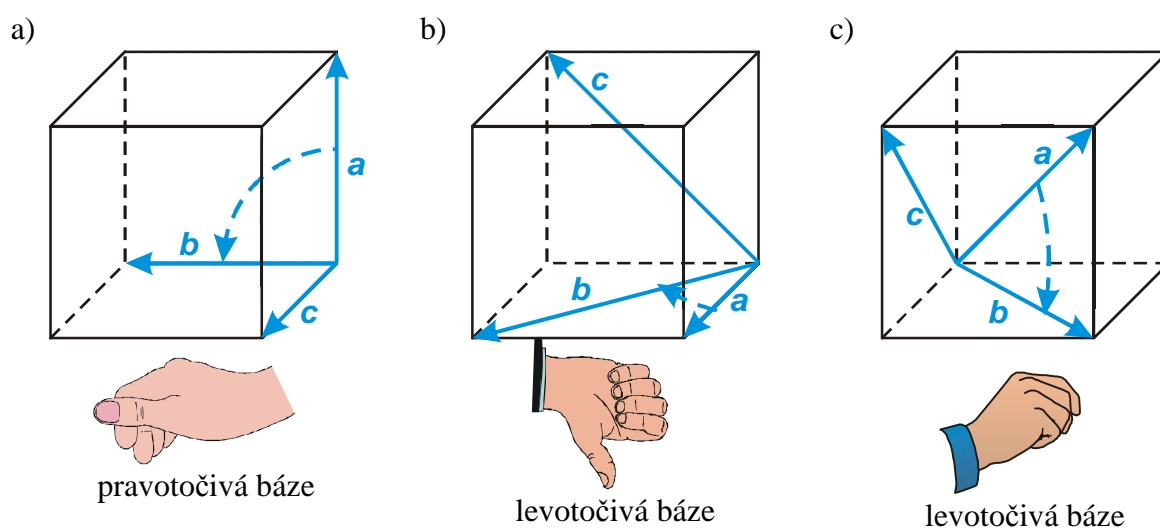
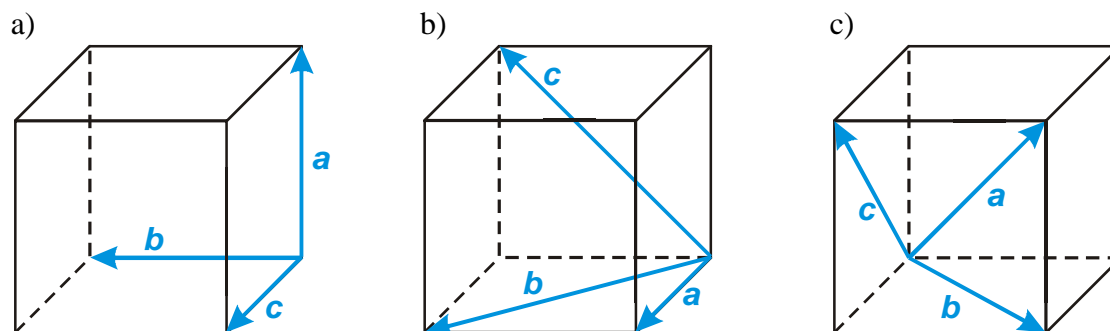
levotočivá báze

e) (c, a, b)



pravotočivá báze

Př. 3: Rozhodni, zda jsou nakreslené báze (a, b, c) pravotočivé nebo levotočivé.

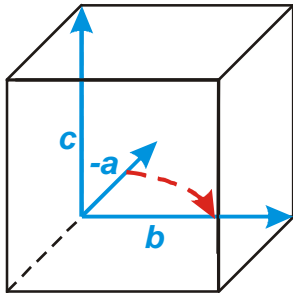


Př. 4: Předpokládej, že báze (a, b, c) je pravotočivá. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

- | | | |
|------------------|------------------|-------------------|
| a) $(-a, b, c)$ | b) $(a, -b, c)$ | c) $(a, b, -c)$ |
| d) $(-a, -b, c)$ | e) $(-a, b, -c)$ | f) $(-a, -b, -c)$ |

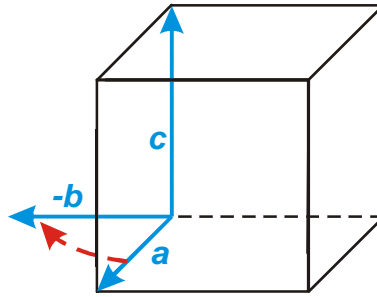
Vydeme z obrázku z příkladu 2, vždy obrátíme zadané vektory.

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) $(-a, b, c)$ | b) $(a, -b, c)$ | c) $(a, b, -c)$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|



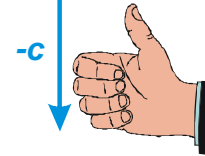
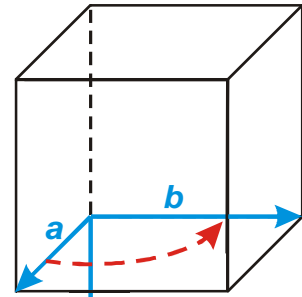
levotočivá báze

d) $(-a, -b, c)$



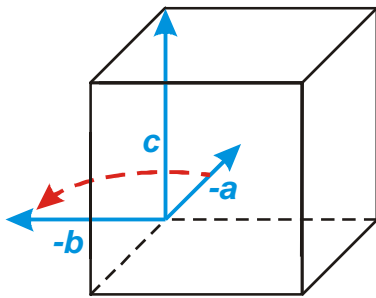
levotočivá báze

e) $(-a, b, -c)$

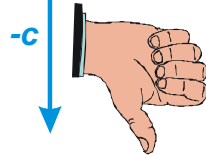
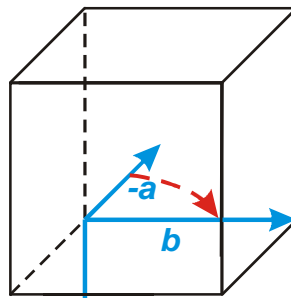


levotočivá báze

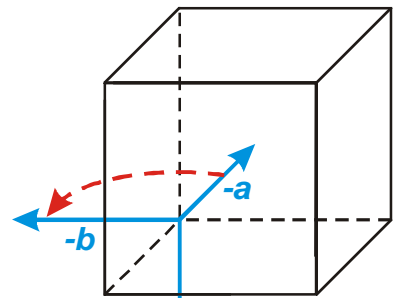
f) $(-a, -b, -c)$



pravotočivá báze



pravotočivá báze



levotočivá báze

Př. 5: Předpokládej, že báze (a, b, c) je pravotočivá. Rozhodni, zda následující báze jsou pravotočivé nebo levotočivé.

a) $(-a, c, b)$

b) $(-b, a, -c)$

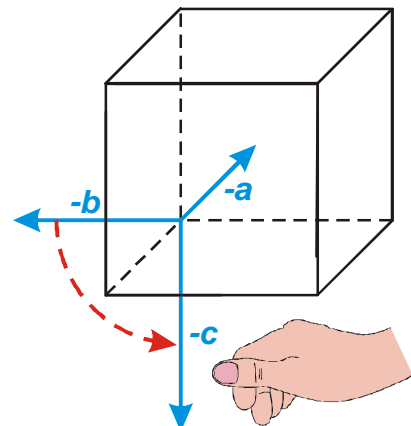
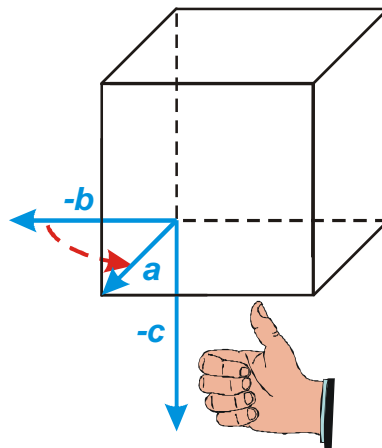
c) $(-b, -c, -a)$

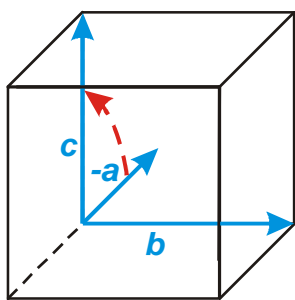
Vydeme z obrázku z příkladu 2, vždy obrátíme zadané vektory.

a) $(-a, c, b)$

b) $(-b, a, -c)$

c) $(-b, -c, -a)$





levotočivá báze

levotočivá báze



pravotočivá báze

Shrnutí: Pravou ruku máme na určování pravotočivosti bází (a levou na ověřování levotočivosti).