

8.1.7 Vlastnosti posloupností II

Funkce $f(x)$ se nazývá neklesající, právě když pro všechna $x_1; x_2$ z definičního oboru platí: je-li $x_1 < x_2$ pak $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkce $f(x)$ se nazývá nerostoucí, právě když pro všechna $x_1; x_2$ z definičního oboru platí: je-li $x_1 < x_2$ pak $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Př. 1: S užitím definic nerostoucí a neklesající funkce zformuluj definici nerostoucí a neklesající posloupnosti. Využij symboliku používanou u posloupností. Zformuluj analogické věty pro určování těchto vlastností podle vztahů pro a_n a a_{n+1} .

Př. 2: Porovnej definice rostoucí, klesající, nerostoucí a neklesající posloupnosti. Které druhy posloupností mají podobné definice? V čem se liší? Jaké to má důsledky?

Př. 3: Rozhodni, jaký vztah existuje mezi rostoucími a neklesajícími posloupnostmi. Jaký je vztah mezi klesajícími a nerostoucími?

Př. 4: Načrtni graf posloupnosti $(a_n)_{n=1}^5$, která je neklesající, ale není rostoucí.

Př. 5: Říkájí věty: „Posloupnost je nerostoucí“ a „Posloupnost není rostoucí“ to samé?

Funkce $f(x)$ se nazývá shora omezená, právě když existuje reálné číslo H takové, že pro všechna $x \in D(f)$ platí: $f(x) \leq H$.

Funkce $f(x)$ se nazývá zdola omezená, právě když existuje reálné číslo d takové, že pro všechna $x \in D(f)$ platí: $f(x) \geq d$.

Př. 6: S užitím definic pro shora omezenou a zdola omezenou funkci zformuluj definici shora omezené a zdola omezené posloupnosti. Využij symboliku používanou u posloupností.

Př. 7: Zjisti, které z následujících posloupností jsou shora omezené, zdola omezené a které jsou omezené.

$$\text{a) } \left(\frac{2n-1}{n} \right)_{n=1}^{\infty} \qquad \text{b) } \left([-1]^n n^2 \right)_{n=1}^{\infty} \qquad \text{c) } \left([-1]^n \frac{1}{n} \right)_{n=1}^{\infty}$$

Př. 8: Rozhodni zda jsou následující posloupnosti omezené (omezené shora nebo zdola). Pokud ano, urči na jaké intervaly.

$$\text{a) } \left(\frac{5n+1}{3n} \right)_{n=1}^{\infty} \qquad \text{b) } \left([-1]^n \frac{3n-1}{2n} + 3 \right)_{n=1}^{\infty}$$

Př. 9: Petáková:
strana 66/cvičení 7 b) d) f)