

8.2.2 Aritmetická posloupnost II

Předpoklady: 8201

Pedagogická poznámka: Obsah hodiny odpovídá půl hodině vyučování. V druhé polovině hodiny píšeme písemku.

Př. 1: U následujících aritmetických posloupností sestav vzorec pro n -tý člen, najdi rekurentní vyjádření a urči a_{13} .

a) $a_1 = 4, d = -2$ b) $a_2 = 8; d = 5$ c) $\left[7 + (n-1)2\right]_{n=1}^{\infty}$
d) $a_1 = \pi; a_{n+1} = a_n + 2\pi; n \in N$ e) $\left[-2 + n \cdot 3\right]_{n=1}^{\infty}$

a) $a_1 = 4, d = -2$

Rekurentní vyjádření: $a_1 = 4; a_{n+1} = a_n - 2, n \in N$.

Vzorec pro n -tý člen: $a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + (n-1)(-2)$.

$$a_{13} = 4 + (13-1)(-2) = -20$$

b) $a_2 = 8; d = 5$

Nejdříve si určíme a_1 : $a_2 = a_1 + d \Rightarrow a_1 = a_2 - d = 8 - 5 = 3$.

Rekurentní vyjádření: $a_1 = 3; a_{n+1} = a_n + 5, n \in N$.

Vzorec pro n -tý člen: $a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1) \cdot 5$.

$$a_{13} = 3 + (13-1) \cdot 5 = 63$$

c) $\left[7 + (n-1)2\right]_{n=1}^{\infty}$

Posloupnost je zadána vzorcem pro n -tý člen $\Rightarrow a_1 = 7, d = 2$.

Rekurentní vyjádření: $a_1 = 7; a_{n+1} = a_n + 2, n \in N$.

Vzorec pro n -tý člen už máme.

$$a_{13} = 7 + (13-1) \cdot 2 = 31$$

d) $a_1 = \pi; a_{n+1} = a_n + 2\pi; n \in N$

Rekurentní vyjádření už máme.

$$a_1 = \pi, d = 2\pi$$

Vzorec pro n -tý člen: $a_n = a_1 + (n-1)d = \pi + (n-1) \cdot 2\pi$.

$$a_{13} = \pi + (13-1) \cdot 2\pi = 25\pi$$

e) $\left[-2 + n \cdot 3\right]_{n=1}^{\infty}$

Pozor, to není vzorec pro n -tý člen aritmetické posloupnosti \Rightarrow musíme vztah upravit do tvaru vzorce pro n -tý člen.

$$-2 + n \cdot 3 - 3 + 3 = -2 + 3(n-1) + 3 = 1 + (n-1) \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 1, d = 3.$$

Rekurentní vyjádření: $a_1 = 1; a_{n+1} = a_n + 3; n \in N$.

Vzorec pro n -tý člen už máme.

$$a_{13} = 1 + (13-1) \cdot 3 = 37$$

Dodatek: Jinou možností, jak řešit bod e) je výpočet prvních dvou členů: $a_1 = -2 + 1 \cdot 3 = 1$ a

$$a_2 = -2 + 2 \cdot 3 = 4 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow \text{snadno zjistíme zbytek.}$$

Př. 2: Pro aritmetickou posloupnost platí $a_1 = 2, d = 5$. Který člen posloupnosti je roven číslu 77?

Příklad můžeme řešit dvěma způsoby:

Dosazení do vzorce: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

$$77 = 2 + (n-1)5$$

$$75 = 5n - 5$$

$$5n = 80$$

$$n = 16$$

Výpočet: rozdíl mezi zadanými členy posloupnosti: $77 - 2 = 75 \Rightarrow$ k prvnímu členu jsme diferenci připočítali $\frac{75}{5} = 15$ krát \Rightarrow číslu 77 je roven šestnáctý člen posloupnosti.

Př. 3: Petáková:
strana 68/cvičení 17 a) b)

Shrnutí: