

8.3.4 Pořizujeme byt (opakování)

Předpoklady: 080303

Pedagogická poznámka: Obsah hodiny se u většiny žáků během 45 minut stihnout nedá.

Ideální jsou dvě hodiny, v první se dostat přes stavební spoření a v druhé nechat čas na rozmýšlení nezapočítaných ale důležitých efektů při koupi bytu. Které se by se samozřejmě měly rozřešit diskusí celé třídy.

Pedagogická poznámka: V úlohách jsou použity údaje platné na počátku roku 2020.

Př. 1: Sepiš vzorce odvozené v předchozích hodinách finanční matematiky.

- **Složené úrokování:** Pokud uložíme do banky částku I_0 na n let s roční úrokovou mírou p procent a úrokovacím obdobím 1 rok, pak po n letech při 15% zdanění

$$\text{uspoříme } I = I_0 \left(1 + \frac{p}{100} \cdot 0,85 \right)^n \text{ Kč.}$$

- **Znehodnocení peněz inflací:** Je-li průměrná roční míra inflace p procent a máme-li částku I_0 pak po n letech bude mít tato částka hodnotu $I = \frac{I_0}{\left(1 + \frac{p}{100} \right)^n}$.

- **Pravidelné spoření:** Pokud vkladatel uloží na začátku úrokovacího období částku I_0 a pak ukládá pravidelně na konci každého úrokovacího období stejnou částku I_0 , pokud je úroková míra pro dané úrokovací období p , daň z úroků je 15%, naspoří vkladatel po uplynutí n úrokovacích období částku S , která je dána vztahem:

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100} \right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{p}{100}}$$

- **Výpočet splátky:** Pokud banka poskytne úvěr D Kč na n let s roční úrokovou mírou p a úrokovacím obdobím 1 rok a jestliže má být úvěr splacen v n stejných ročních splátkách (první část po jednom roce od poskytnutí úvěru), je výsledná výše splátky

$$\text{určena vztahem: } s = \frac{D \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n \cdot \frac{p}{100}}{\left(1 + \frac{p}{100} \right)^n - 1}.$$

Ve všech případech platí, že pokud je úrokovací období kratší než 1 rok, musíme na něj úrokovou míru přepočítat, například pro jeden měsíc takto: $\frac{p}{12}$.

Pořízení vlastního bytu (domu) patří mezi základní cíle většiny mladých v ČR \Rightarrow velká poptávka po bytech + zdouhavé stavební řízení + časté investice do bytů kvůli zhodnocení (mimořádné nízké majetkové daně v ČR) \Rightarrow vzhledem k platu poměrně drahé a navíc i rychle zdražující nemovitosti \Rightarrow většina obyvatel splácí své bydlení velkou část aktivního života.

Průměrné zdražení bytů v ČR mezi lety 2010 - 2020:

- průměr celá ČR: 57 % (průměrně 4,6 % ročně),
- z toho Praha: 78 % (průměrně 5,9 % ročně),
- ČR bez Prahy: 36 % (průměrně 3,1 % ročně).

Cena bytů se samozřejmě výrazně liší v závislosti na velikosti, vybavení nebo poloze přibližnou představu můžeme získat z průměrných cen za 1 m² :

- průměr celá ČR: 61 000 Kč/m² (4 880 000 Kč za byt 80 m²),
- z toho Praha: 96 000 Kč/m² (7 680 000 Kč za byt 80 m²),
- krajská města bez Prahy: 41 000 Kč/m² (3 280 000 Kč za byt 80 m²).

(přičemž cena bytu v Ústí nad Labem je téměř pětkrát nižší než v Praze).

Př. 2: Lucka dostala k 18. narozeninám 1 200 000 Kč na pořízení bytu. Protože ještě neví, kde chce bydlet, uložila peníze na pět let na termínovaný vklad s roční úrokovou mírou 1,85 %. Jakou částku bude mít po pěti letech k dispozici? Jakou hodnotu budou mít v tomto okamžiku tyto peníze, jestliže průměrná roční míra inflace dosáhne hodnoty 2 %? Jakou hodnotu by peníze měly, kdyby roční průměrná míra inflace dosáhla 5 %?

Naspořené peníze: $I = I_0 \left(1 + \frac{P}{100} \cdot 0,85\right)^n = 1\,200\,000(1 + 0,0185 \cdot 0,85)^5 = 1\,297\,364,34$ Kč

Hodnota inflace 2 %: $I = \frac{I_0}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n} = \frac{1\,297\,364,34}{\left(1 + \frac{1}{100}\right)^5} = 1\,175\,062,85$ Kč

Hodnota inflace 5 %: $I = \frac{I_0}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n} = \frac{1\,297\,364,34}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^5} = 1\,016\,518,91$ Kč

Př. 3: Rodiče spoří malému Františkovi na byt od narození 500 Kč měsíčně s úrokem 1,7 %. Kolik bude mít k dispozici v den svých 25 narozenin?

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{P}{100}\right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{P}{100}} = 500 \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}} = 181\,261,49$$

Rodiče našetří Františkovi 181 261,49 Kč.

Př. 4: Kolik peněz bude František za 25 let potřebovat, aby si mohl koupit běžný panelákový byt 3+1, který v současnosti v krajském městě stojí typicky 3 100 000 Kč, jestliže ceny nemovitostí budou růst průměrně o 3 % ročně ?

$$I = I_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n = 3\,100\,000 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{25} = 6\,490\,711,58$$
 Kč

Pokud ceny nemovitostí porostou průměrně o 3 % ročně bude František za 25 let potřebovat 6 490 711,58 Kč na koupi bytu, který v současnosti stojí 3,1 mil Kč.

Př. 5: Urči, jakou částku by rodiče museli měsíčně Františkovi spořit za stejných podmínek jako v příkladu 3, aby naspořili prostředky vypočtené v příkladu 4.

Můžeme ihned použít konečný vzorec z příkladu 3, víme konečnou částku, neznáme vklad:

$$I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}} = 6\,490\,711,58$$

$$I_0 = \frac{6\,490\,711,58}{\frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}}} = \frac{6\,490\,711,58 \cdot 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}}{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1} = 17\,904,28 \text{ Kč}$$

Rodiče by museli Františkovi spořit částku 17 904 Kč měsíčně.

Př. 6: Předchozí příklad je možné vyřešit i daleko jednodušeji pomocí znalostí z druhého stupně základní školy. Najdi toto řešení.

Podíváme se na vztah z příkladu 3:

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{P}{100}\right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{P}{100}} = 500 \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1,7}{12 \cdot 100}} = 181\,261,49$$

Červeně vyznačená část nezávisí ani na velikosti vkladu ani na konečné částce \Rightarrow můžeme ji nahradit jedinou konstantou k : $S = I_0 \cdot k = 500 \cdot k = 181\,261,49 \Rightarrow$ našetřená částka je přímo úměrná výšce vkladu \Rightarrow na vyřešení můžeme použít přímou úměru mezi vkladem na našetřenou částkou.

Původně:	500 Kč	...	181 261,49 Kč
Dostatečně:	x Kč	...	6 490 711,58

$$\frac{x}{6\,490\,711,58} = \frac{500}{181\,261,49} \Rightarrow x = \frac{500}{181\,261,49} \cdot 6\,490\,711,58 = 17\,904,28 \text{ Kč}$$

Kromě klasického šetření nebo vkládání peněz na termínované vklady je možné využít i specifický produkt (který má od rodičů pořízená velká většina gymnaziálních dětí) **stavební spoření**.

Stavební spoření obecně (nejde o specialitu ČR): fakticky obyčejné spoření s podporou státu, nutností spořit určitou dobu a možností využít výhodný úvěr ze stavebního spoření.

Parametry stavebního spoření v ČR (aktuální ke konci roku 2019):

- minimální doba spoření nutná k obdržení státní podpory při vypovězení smlouvy: 6 let,
- státní podpora 10 % ročně, maximálně však 2 000 Kč, připisovaná na konci roku,

- po vypovězení smlouvy je možné využít finance libovolným způsobem. Stavební spoření je kromě vypovězení smlouvy možné ukončit i získáním úvěru pro financování bytových potřeb v tom případě není nutné spořit 6 let. Celkové zhodnocení úspor se pohybuje okolo 3,5 % ročně (z větší části hrazené státem, úroková míra je mezi 0,5 % a 1%), v tom je započten i poplatek za uzavření smlouvy (typicky 1 % cílové částky) a roční poplatek za vedení účtu. Spořit je možné i libovolnou delší dobu než 6 let. Pokud se naspoří více, než je cílová částka sjednaná při uzavírání smlouvy, klient platí spořitelně sankční poplatky.

Př. 7: Urči nejvýhodnější měsíční úložku v první roce stavebního spoření (první vklad proběhne v lednu), pokud měsíční poplatek za vedení spořicího účtu je 25 Kč, prostředky na účtu jsou úročeny 1 %. Jak se bude s časem měnit hodnota nejvýhodnějšího měsíčního vkladu?

Přibližné určení: Peníze musíme vkládat tak, abychom na konci roku dostali co nejvyšší státní podporu (státní podpora je 10 % z naspořené částky, maximálně 2 000 Kč) \Rightarrow 10 % představuje 2000 Kč \Rightarrow na konci roku musíme mít naspořeno 20 000 Kč.

Přibližný výpočet (zanedbáváme zúročení během prvního roku):

$$\begin{aligned} \text{měsíční vklad} & \quad \dots \quad x \\ \text{částka na konci roku: } & 12x - 12 \cdot 25 = 20\,000 \\ 12x & = 20\,300 \quad /:12 \\ x & = 1\,691,66 \text{ Kč} \end{aligned}$$

Přesný výpočet (zohledňujeme zúročení během prvního roku, proběhlo 12 vkladů, první byl jedenáctkrát úročen):

$$\begin{aligned} \text{měsíční vklad} & \quad \dots \quad x \\ I_0 & \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1}{12 \cdot 100}\right)^{11+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1}{12 \cdot 100}} - 300 = 20\,000 \\ I_0 & = \frac{20\,300}{\frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1}{12 \cdot 100}\right)^{11+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1}{12 \cdot 100}}} = 1\,685,09 \text{ Kč} \end{aligned}$$

Nejvýhodnější měsíčním vkladem je 1685,09 Kč. Hodnota nejvýhodnějšího měsíčního vkladu se bude časem zmenšovat, protože na účtu bude postupně čím dál větší částka, kterou bude banka úročit a tím se budou zvětšovat prostředky našetřené v průběhu roku.

Dodatek: V tabulkovém procesoru je možné dopočítat i nejvýhodnější vklady v dalších letech. Při výpočtu je nutné uvažovat, že státní podpora se vypočítává z prostředků na konci roku, ale na účet se přispisuje až v průběhu dubna, takže úročena až v květnu.

Př. 8: Urči, jakou částku by rodiče Františkovi naspořili za 25 let stavebního spoření, jestliže by měsíčně ukládali částku určenou v předchozím příkladu zaokrouhlenou na koruny a celkové zhodnocení by představovalo 3,5 %. Zhodnot' reálnost výpočtu.

Klasické spoření s roční úrokovou mírou 3,5 %.

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{P}{100}\right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{P}{100}} = 1\,685 \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{3,5}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{3,5}{12 \cdot 100}} = 752\,445,96 \text{ Kč}$$

Během 25 let stavebního spoření by rodiče Františkovi našetřili 752 445,96 Kč. Model výpočtu není přesný, protože s dobou spoření začnou hrát větší roli úroky z již naspořené částky, částka připsané během roku pak bude větší než 20 000 Kč a kvůli omezenosti státní podpory na 2 000 Kč se bude snižovat celkové zhodnocení.

Př. 9: Rodiče se nakonec rozhodli Františkovi koupit byt už v okamžiku jeho narození. Jakou částku budou splácet, jestliže byt stál 3 100 000 Kč, a oni získali hypotéku na 80 % této částky s fixním úrokem 2,29 %? Půjčku splácí ve čtvrtletních splátkách. Kolik za byt celkem zaplatí?

80 % z 3 100 000 Kč: $0,8 \cdot 3\,100\,000 = 2\,480\,000 \text{ Kč}$

$$s = \frac{D \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n \cdot \frac{P}{100}}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n - 1} = \frac{2\,480\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,29}{4 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 4} \cdot \frac{2,29}{4 \cdot 100}}{\left(1 + \frac{2,29}{4 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 4} - 1} = 40\,802,14 \text{ Kč}$$

Celkem zaplatí $40\,802,14 \cdot 25 \cdot 4 = 4\,080\,214 \text{ Kč}$ při splácení hypotéky.

Celková cena bytu: $4\,080\,214 + 0,2 \cdot 3\,100\,000 = 4\,700\,214 \text{ Kč}$.

Př. 10: Přepočítej předchozí příklad pro případ, že by půjčku spláceli každý měsíc.

$$s = \frac{D \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n \cdot \frac{P}{100}}{\left(1 + \frac{P}{100}\right)^n - 1} = \frac{2\,480\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,29}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12} \cdot \frac{2,29}{12 \cdot 100}}{\left(1 + \frac{2,29}{12 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 12} - 1} = 13\,581,55$$

Celkem zaplatí $13\,581,55 \cdot 25 \cdot 12 = 4\,074\,464 \text{ Kč}$ při splácení hypotéky.

Celková cena bytu: $4\,074\,464 + 0,2 \cdot 3\,100\,000 = 4\,694\,464 \text{ Kč}$.

Př. 11: Srovnej výhodnost různých způsobů pořízení bytu probraných v předchozích příkladech. Existují nějaké důležité okolnosti, na které jsme zapomněli?

Vypíšeme jednotlivé možnosti, kterými jsme se zabývali:

Byt:

- současná cena: 3,1 miliónu Kč,
- předpokládaná cena za 25 let: 6,5 miliónu Kč.

Možnosti pořízení:

- klasické spoření, úrok 1,7 % : měsíční vklad 18 000 Kč,

- stavební spoření, celkové zhodnocení 3,5 %: jeden účet vklad 1700 Kč měsíčně, za 25 let našetří 750 000 Kč \Rightarrow potřebujeme 8 stavebních spoření, celkový vklad 13 600 Kč měsíčně a 500 000 Kč navíc,
- okamžitý nákup bytu: 620 000 Kč v hotovosti, měsíční splátky 13 600 Kč.

Porovnání:

O trochu je nejvýhodnější stavební spoření, k realizaci uvedené varianty je třeba minimálně 8 lidí (státní podpora se dává pro každého člověka pouze na jeden účet), na Františka by tedy kromě obou rodičů a všech čtyřech prarodičů musel spořit ještě někdo další.

Druhá nejvýhodnější varianta je okamžitý nákup bytu (s nevýhodou, že je nutné mít k dispozici 620 000 Kč).

Důležité dosud nezmíněné okolnosti:

- neznáme budoucí vývoj úrokových sazeb a cen nemovitostí (bohužel nikdo neví, co se v budoucnu stane, například během ekonomické krize v roce 2009 většina ekonomů předpovídala, že kvůli pumpování peněz do ekonomiky dojde s velkou pravděpodobností k hyperinflaci),
- pokud rodiče koupí byt okamžitě, mohou ho pronajmout dokud František neoslaví 25. narozeniny a nájem použít na financování splátky úvěru,
- v úvaze naopak nejsou započteny finance nutné na údržbu bytu, případně základní poplatky, které se musí platit (například podíl na společných prostorách, fond oprav, většinou i vytápění, ...)
- úvahy nezohledňují růst platů, který způsobí, že v budoucnu může být splácení jednodušší.

Př. 12: Porovnej pomocí procenta průměrné mzdy, jak náročné je splácet 80 % hypotéku z ceny bytu nyní s tím, jak by mohlo být náročné za 25 let. Předpokládej růst ceny nemovitostí spočetné v předchozích úlohách, u růstu mezd předpokládej, že budou v dalších 25 letech růst průměrně stejným tempem jako v uplynulých 10 letech.

Koupě bytu ihned:

- cena bytu: 3 100 000 Kč (příklad 9 a 10),
- měsíční splátka 80 % hypotéky: 13 581,55 Kč, (příklad 10),
- průměrná mzda za 3. čtvrtletí roku 2019: 33 697 Kč.

Procento ze mzdy: $\frac{13\,581,55}{33\,697} = 0,4030 \Rightarrow$ splátka hypotéky představuje přibližně 40 %

z průměrné mzdy.

Koupě bytu za 25 let:

- cena bytu: 6 500 000 Kč (příklad 4),
- měsíční splátka 80 % hypotéky (analogie příkladu 10, pouze rozdílná splácená částka): 80 % z 6 500 000 Kč: $0,8 \cdot 6\,500\,000 = 5\,200\,000$ Kč

$$s = \frac{D \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot \frac{p}{100}}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n - 1} = \frac{5\,200\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,29}{4 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 4} \cdot \frac{2,29}{4 \cdot 100}}{\left(1 + \frac{2,29}{4 \cdot 100}\right)^{25 \cdot 4} - 1} = 28\,477,44 \text{ Kč}$$

to samé přímou úměrou: $\frac{13\,581,44}{2\,480\,000} \cdot 5\,200\,000 = 28\,477,44 \text{ Kč}$

- průměrná mzda za 25 let: při stejném růstu jako mezi lety 2008 a 2018, tedy přibližně 3,5 % ročně, dosáhla by za 25 let $33\,697 \cdot 1,035^{25} = 79\,634$ Kč

Procento ze mzdy: $\frac{28\,477,44}{79\,634} = 0,3576 \Rightarrow$ splátka hypotéky bude představovat přibližně

36 % z průměrné mzdy.

Z výpočtu vychází, že splácení hypotéky při zachování všech temp růstu, bude za 25 let o něco málo náročné než v současnosti. V žádném případě to však neznamená srovnatelné zlevnění vůči průměrné mzdě, k jakému došlo u většiny spotřebního zboží. Ve většině západních zemí naopak došlo od roku 2000 k takovému nárůstu cen nemovitostí, že podíl hypotéčního úvěru na průměrné mzdě podstatně narostl.

Př. 13: V MFCH tabulkách je vzorec pro spoření uveden a popsán takto:

"Střádání: Na počátku každého úrokovacího období se pravidelně ukládá částka a , na konci období se k úsporám připisuje úrok ve výši $p\%$ úspor. Po n obdobích vzroste

vklad na částku a_n : $a_n = a \left(r \frac{r^n - 1}{r - 1} \right)$, kde $r = \left(1 + \frac{p}{100} \right)$."

Jaký důležitý parametr spoření vzorec nezachycuje? Uprav vzorec z MFCH tabulek tak, aby tento parametr obsahoval. Spočti pomocí vzorce následující příklad.

Aleš ukládá každý měsíc 2000 Kč na účet s úrokovou mírou 1,1 % ročně a měsíčním úrokováním. Kolik našetří za 20 let?

Zkontroluj výsledek pomocí vzorce, který jsme pro spoření dosud používali.

Porovnej oba výsledky a zjištění diskutuj.

Vzorec v tabulkách neuvažuje zdanění úroků vkladů. Abychom ho započítali, musíme upravit

vztah $r = \left(1 + \frac{p}{100} \right)$ na $r = \left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100} \right)$

Ušetřená částka podle tabulek: $a_n = a \left(r \frac{r^n - 1}{r - 1} \right) = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,85 \cdot 1,1}{100 \cdot 12} \right) \frac{\left(1 + \frac{0,85 \cdot 1,1}{100 \cdot 12} \right)^{20 \cdot 12} - 1}{\left(1 + \frac{0,85 \cdot 1,1}{100 \cdot 12} \right) - 1}$

$a_n = 527\,999,10$ Kč.

Ušetřená částka pomocí našeho vzorce:

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100} \right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{p}{100}} = 2\,000 \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{1,1}{12 \cdot 100} \right)^{20 \cdot 12 + 1} - 1}{0,85 \cdot \frac{1,1}{12 \cdot 100}} = 529\,999,10$$

Částky nejsou stejné, náš vzorec dává výsledek o 2000 Kč (jednu úložku - tu poslední neúročenou) vyšší.

Postřeh můžeme dokázat úpravou vzorce (pro jednoduchost ve tvaru bez daně).

$$S = I_0 \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} = I_0 \cdot \frac{r^{n+1} - r}{r - 1} = I_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} - \left(1 + \frac{p}{100}\right)}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) - 1} = I_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1 - \frac{p}{100}}{\frac{p}{100}}$$

$$S = I_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1}{\frac{p}{100}} - I_0 \cdot \frac{p}{100} = I_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1}{\frac{p}{100}} - I_0 \cdot 1 = I_0 \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1}{\frac{p}{100}} - I_0.$$

Př. 14: Jakou částku naspoříme, pokud budeme ukládat na konci každého měsíce 5000 Kč po dobu 10 let na účet s roční úrokovou mírou 2,1% a čtvrtletním úrokovacím obdobím? Daň z úroků je 15%.

POZOR!!! Zadání příkladu neodpovídá zcela našemu vzorci. Ukládáme měsíčně, ale úrokovací období je čtvrtroční \Rightarrow něco musíme přepočítat.

Záleží na tom, kdy banka zjišťuje stav účtu, ze kterého platí úroky. Pokud banka zjišťuje stav účtu jednou za čtvrt roku na začátku čtvrtletí, je z hlediska spoření úplně jedno, zda pošleme peníze bance třikrát na koncích měsíců nebo najednou na konci čtvrtletí, protože banka z nich začne platit úroky za další čtvrtletí (používat je samozřejmě začne ihned).

\Rightarrow z hlediska spoření je to stejné, jako kdybychom ukládali na koncích čtvrtletí 15000 Kč.

Úroková míra přepočtená na čtvrtletí: $\frac{3,5}{4}$.

Počet úrokovacích období: $4 \cdot 10 = 40$ (předpokládáme vklad na konci roku před začátkem spoření \Rightarrow vkládali jsme 41x, úrokovalo se 40x).

Vkládaná částka za čtvrtletí: 15 000 Kč ($3 \cdot 5000$).

$$S = I_0 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1}{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100}\right) - 1} = 15\,000 \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{2,1}{4 \cdot 100}\right)^{40+1} - 1}{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{2,1}{4 \cdot 100}\right) - 1} = 673\,212,56 \text{ Kč}$$

Naspoříme částku 673 212,56 Kč.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je pro většinu žáků velký problém, na druhou stranu velmi poučný. Doporučuji neprozrazovat ihned, ale nechat řešení na příští hodinu.

Shrnutí: