

1. Urči, kolika způsoby lze na šachovnici  $8 \times 8$  vybrat dvě různobarevná políčka tak, aby obě neležela v téže řadě ani v témže sloupci.
2. Výbor sportovního klubu tvoří šest mužů a čtyři ženy. Urči:
  - a) kolika způsoby z nich lze vybrat předsedu, místo předsedu, jednatele a hospodáře
  - b) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby ve funkci předsedy a místopředsedy byly osoby různého pohlaví
  - c) kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby právě jedním z nich byla žena.
3. Je dán čtverec  $ABCD$  a na každé jeho straně je  $n$  ( $n \geq 3$ ) vnitřních bodů. Urči počet všech trojúhelníků s vrcholy v těchto bodech.
4. V košíku je 12 jablek a 10 hrušek. Petr si má z něho vybrat buď jablko, anebo hrušku tak, aby Věra, která si po něm vybere jedno jablko a jednu hrušku, měla co největší možnost výběru. Urči, co si má vybrat Petr.
5. Urči, kolika způsoby je možno z dvaceti osob vybrat deset, požadujeme-li, aby mezi vybranými:
  - a) nebyl pan Novák
  - b) nebyli zároveň pánové Novák a Kropáček
  - c) byl alespoň jeden z pánů v bodě b)
6. Urči počet všech čtyřciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu není nula a ze zbývajících devíti číslic se v něm každá vyskytuje nejvýše jednou. Kolik z těchto čísel je větších než 9000? Kolik je menších než 3000?
7. O telefonním čísle svého spolužáka s Vašek zapamatoval jen to, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné pětadvaceti. Urči, kolik telefonních čísel přichází do úvahy.
8. Petr má sedm knih, o které se zajímá Ivana, Ivana má deset knih, o které se zajímá Petr. Urči kolika způsoby si Petr může vyměnit dvě své knihy za dvě knihy Ivaniny.
9. Urči, kolika způsoby lze na černá políčka šachovnice  $8 \times 8$  rozmístit 12 bílých a 12 černých pěšců.
10. Urči kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den pro třídu v níž se vyučuje dvanácti předmětům a každém nejvýše jednu vyučovací hodinu denně, má-li se skládat ze šest vyučovacích hodin. V kolika z nich se vykytuje daný předmět a v kolika z nich je tento předmět zařazen na 1. vyučovací hodinu?
11. Urči, kolika způsoby lze na šachovnici  $8 \times 8$  postavit pět různých figur tak, aby dvě stály na černých a tři na bílých polích.
12. V kupé železničního vagónu jsou proti sobě dvě lavice po pěti místech. Z deseti cestujících si čtyři přejí sedět ve směru jízdy, tři proti směru a zbývajícím třem to je lhostejné. Urči, kolika způsoby se mohou rozsadit.
13. Z místa  $A$  do místa  $B$  vedou čtyři turistické cesty, z místa  $B$  do  $C$  tři. Urči počet způsobů, jimiž lze vybrat trasu:
  - a) z  $A$  do  $C$  a zpět
  - b) z  $A$  do  $C$  a zpět tak, že se z těchto sedmi cest není žádná použita dvakrát
  - c) z  $A$  do  $C$  a zpět tak, že z těchto sedmi cest jsou právě dvě použity dvakrát
14. Urči, kolika způsoby je možno seřadit na startu osm závodních automobilů do dvou řad po čtyřech vozech, jestliže:
  - a) v každé řadě záleží na pořadí
  - b) na pořadí nezáleží
15. Urči počet všech nejvýše čtyřciferných čísel s různými číslicemi, která jsou sestavena z číslic 0, 2, 4, 6, 8.
16. Herní systém hokejového turnaje pro deset družstev spočívá v tom, že v každé ze dvou skupin po pěti družstvech sehraje každé s každým jeden zápas, první dvě mužstva z obou skupin postoupí do finále, kde opět každé s každým sehraje jeden zápas, avšak s výjimkou družstev, která již spolu hrála ve skupině. Urči celkový počet zápasů v turnaji.
17. Urči, kolika způsoby se kolem kulatého stolu může posadit pět mužů a pět žen tak, aby žádné dvě ženy neseděly vedle sebe.
18. Na maturitním večírku je 15 hochů a 12 děvčat. Urči kolika způsoby z nich lze vybrat čtyři taneční páry.
19. Na vrchol hory vedou čtyři turistické cesty a lanovka. Urči počet způsobů, kterými je možno se dostat:
  - a) na vrchol zpět
  - b) na vrchol a zpět tak, aby zpáteční cesta byla jiná než cesta na vrchol
  - c) na vrchol a zpět tak, aby alespoň jednou byla použita lanovka
  - d) na vrchol a zpět tak, aby lanovka byla použita právě jednou.

**Řešení:** 1.  $\frac{64(32-8)}{2}$  2. a)  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$  b)  $6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7 + 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 7$   
c)  $4 \cdot (4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4)$  3.  $\binom{4n}{3} - 4 \binom{n}{3}$  4.  $11 \cdot 10 > 12 \cdot 9 \Rightarrow$  jablko 5. a)  $\binom{19}{10}$   
b)  $\binom{20}{10} - \binom{18}{8}$  c)  $2 \binom{18}{9} + \binom{18}{8}$  6. a)  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$  b)  $1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$  c)  $2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$   
7.  $2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$  vybírám tři číslice ze sedmi pro dvě možná koncová  
dvoučíslí 8.  $\binom{7}{2} \cdot \binom{10}{2}$  9.  $\binom{32}{12} \cdot \binom{20}{12}$  10. a)  $V_6(12)$  b)  $6 \cdot V_5(11)$   
c)  $V_5(11)$  11.  $\binom{32}{2} \cdot \binom{32}{3} \cdot 5!$  12.  $\binom{5}{4} \cdot 4! \cdot \binom{5}{3} \cdot 3! \cdot 3!$  13. a)  $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4$   
b)  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$  c)  $4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$  14. a)  $\binom{8}{4} \cdot 4! \cdot 4!$  b)  $\binom{8}{4}$   
15.  $V_1(5) + [V_2(5) - V_1(4)] + [V_3(5) - V_2(4)] + [V_4(5) - V_3(4)]$  16.  
 $2 \cdot \binom{5}{2} + \binom{4}{2} - 2$  (zápasy v základních skupinách + zápasy ve finále –  
zápasy družstev ze stejných skupin) 17.  $2 \cdot 5! \cdot 5!$  (muže můžeme  
rozsadit buď na lichá nebo na sudá místa)  
18.  $\binom{15}{4} \cdot V_4(12) = \binom{12}{4} \cdot V_4(15)$  19. a)  $5 \cdot 5$  b)  $5 \cdot 4$  c)  $2 \cdot 5 - 1$  d)  $2 \cdot 4$

*(trochu mixovaná)*

# *Sbírka slovních kombinatorických úloh bez opakování*