

1. Urči počet všech čtyřciferných čísel dělitelných čtyřmi, v nichž se vyskytují pouze cifry 1, 2, 3, 4, 5.
2. Kolik různých neuspořádaných trojic mohou dát počty ok (teček) na jednotlivých kostkách při vrhu třemi kostkami od člověče nezlob se?
3. Urči počet způsobů, jimiž lze umístit všechny bílé šachové figurky (král, dáma, 2 věže, 2 jezdcí, 2 střelci, 8 pěšáků)
 - a) na dvě pevně zvolené řady šachovnice 8x8
 - b) na dvě libovolné řady šachovnice 8x8
4. Urči počet všech pěticiferných přirozených čísel, které lze sestavit z číslic 5 a 7, má-li v každém z nich být číslice 5
 - a) právě třikrát
 - b) nejvýše třikrát
 - c) aspoň třikrát
5. Urči počet všech trojúhelníků, z nichž žádné dva nejsou shodné a jejichž každá strana má jednu z velikostí daných čísly 4, 5, 6, 7, 8 a 9.
6. Urči počet všech slov, které lze sestavit z písmen slova KOMBINATORIKA.
7. V samoobsluze mají čtyři druhy kávy, každý po padesáti gramech. Urči, kolika způsoby lze koupit 250 gramů kávy, jestliže:
 - a) balíčků každého druhu je dostatek
 - b) od dvou druhů mají deset balíčků a od zbývajících dvou pouze po čtyřech balíčcích.
8. Na panelu je k žárovek, z nichž každá může svítit zeleně, žlutě nebo červeně. Urči počet stavů, které může panel signalizovat.
9. Ze sedmi kuliček, z nichž jsou čtyři modré (navzájem nerozlišitelné), jedna bílá, jedna červená a jedna zelená, máš vybrat a položit do řady vedle sebe pět kuliček. Kolika způsoby to lze provést?
10. Klenotník vybírá do prstenu tři drahokamy, k dispozici má tři rubíny, dva smaragdy a pět safírů. Kolika způsoby může tento výběr provést, považujeme-li kameny stejného druhu za stejné?
11. V prodejně mají tři druhy chleba: deset bochníků sušického, osm bochníků vacovského a patnáct bochníků strakonického. Kolika způsoby lze nakoupit pro letní pionýrský tábor:
 - a) osm bochníků chleba
 - b) deset bochníků chleba
12. Urči počet všech deseticiferných přirozených čísel jejichž ciferný součet je roven třem. Kolik z nich je sudých?
13. Urči kolika způsoby si mohou tři osoby rozdělit osm stejných jablek.
14. Urči kolika způsoby si mohou tři osoby rozdělit čtyři stejná jablka a šest stejných hrušek.
15. Kufřík má heslový zámek, který se otevře, když na každém z pěti kotoučů nastavíme správnou číslici. Těchto číslic je na každém kotouči devět. Urči největší možný počet pokusů, které je nutno provést, chceme-li kufřík otevřít jestliže jsme zapoměli heslo.
16. Urči kolika způsoby lze všechny figurky šachové hry rozmístit na 64 políček šachovnice.
17. Urči kolika způsoby lze přemístit písmena slova Mississippi. Kolik z nich nezačíná písmenem M?
18. Urči kolika způsoby lze rozdat 18 knih třem žákům A , B , C tak, aby A a B měli dohromady dvakrát více knih než C .
19. Knihovna má pět regálů, do každého se vejde 20 knih. Urči kolika způsoby lze do knihovny umístit 20 knih.
20. Urči počet všech šesticiferných čísel, jejichž ciferný součet je číslo sudé.
21. Urči kolika způsoby lze přemístit písmena slova BATERKA tak, aby se souhlásky a samohlásky střídaly.
22. Urči kolik čtyřciferných přirozených čísel lze sestavit z číslic čísla 238831. (Každá z nich se v sestaveném čísle může vyskytovat nejvýše tolikrát kolikrát se vyskytuje v čísle 238831.)
23. Urči počet všech čtyřciferných přirozených čísel, jejichž dekadický zápis je složen z číslic 1, 2, 3, 4, 5 (každá z nich se může opakovat), která jsou dělitelná a) pěti b) dvěma c) čtyřmi

Řešení: 1. $5 \cdot V_2'(5) = 125$ 2. $K_3'(6) = \binom{8}{3} = 56$ 3. a) $\frac{16!}{8! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$

b) $\binom{8}{2} \frac{16!}{8! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$ 4. a) $\frac{5!}{3!2!} = 10$ b) $1 + \frac{5!}{4!} + \frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{2!3!} = 26$

c) $\frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{4!} + 1 = 16$ 5. $K_3'(6) - 3 = 53$ 6. $\frac{13!}{2!2!2!2!}$ 7.

a) $K_5'(4) = \binom{8}{5}$ b) $K_5'(4) - 2$ 8. $V_k'(3) = 3^k$ 9. $3 \frac{5!}{4!} + 3 \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{2!} = 135$

10. $K_3'(3) - 1 = \binom{5}{3} - 1 = 9$ 11. a) $K_8'(3) = 120$

b) $K_{10}'(3) - 1 - K_8'(2) = 210$ 12. $1 + \frac{10!}{8!} - \frac{9!}{7!} + \frac{10!}{3!7!} - \frac{9!}{3!6!} = 55$, sudých

je $1 + \frac{9!}{8!} + \frac{8!}{6!2!} + \frac{8!}{7!} = 46$ 13. $K_8'(3) = \binom{10}{8} = 45$ (příklad rozdělení

mezi osoby A, B, C – AAABBCC) 14.

$K_4'(3) \cdot K_6'(3) = \binom{6}{4} \binom{8}{6} = 420$ 15. $V_5'(9) = 9^5 = 59049$ 16.

$\frac{64!}{32!(8!)^2 (2!)^6}$ (rozmist'ujeme figurky a 32 stejných prázdných políček)

17. $\frac{11!}{4!4!2!}$ písmenem m nezačíná $\frac{11!}{4!4!2!} - \frac{10!}{4!4!2!} = \frac{10 \cdot 10!}{4!4!2!}$ 18.

$\binom{18}{6} 2^{12}$ vyberu knihy pro C a zbytek rozdělím mezi A a B. 19. $\frac{24!}{4!}$

(řadíš 20 knih a čtyři zarážky určující rozdělení do polic) 20.

$9 \cdot 10^4 \cdot 5 = 450000$ (prvních pět cifer je libovolných (jen na prvním místě nesmí být nula) pro šestou cifru máme pět možností - například pět

lichých cifer, když je ciferný součet zbytku čísla lichý) 21. $4! \frac{3!}{2!}$

(souhlásky musí být na lichých a samohlásky na sudých místech) 22.

$4! + 6 \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!2!}$ 23. a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1$ b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2$ c) $5 \cdot 5 \cdot 5$

(trochu mixovaná)

Sbírka slovních kombinatorických úloh s opakováním