

10.1.8 Definice limit I

Př. 1: Nakresli vedle sebe tři obrázky funkcí:

- a) funkce spojitá v bodě a b) funkce nespojitá v bodě a , s limitou v bodě a
c) funkce je v bodě a nespojitá, bez limity v bodě a

U funkcí, které mají limitu, vyznač limitu na ose y . Jaký je rozdíl mezi požadavky na existenci limity a požadavky na spojitost funkce?

⇒ definice spojitosti v bodě:

Funkce f je spojitá v bodě a , jestliže k libovolně zvolenému ε -okolí bodu $f(a)$, existuje takové δ -okolí bodu a , že pro všechna x z tohoto okolí bodu a patří hodnoty $f(x)$ do zvoleného okolí bodu $f(a)$.

Vyjádření pomocí nerovnic s absolutní hodnotou:

Funkce f je spojitá v bodě a , jestliže ke každému $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ tak, že pro všechna reálná x platí: je-li $|x - a| < \delta$, pak $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

Př. 2: Prostuduj obě verze definice spojitosti v bodě. Co budeme muset na definicích změnit, aby se z nich staly definice limity?

Př. 3: Sestav podle obou předchozích definic pro spojitost odpovídající definice limity funkce.

Př. 4: (BONUS) Zapiš definici limity pomocí zkráceného zápisu matematickou symbolikou.

Př. 5: (BONUS) Dokaž sporem větu, že funkce má v bodě a nejvýše jednu limitu.

Př. 6: (BONUS) Dokaž přímým důkazem větu o souvislosti spojitosti a limity.

Př. 7: Nakresli obrázky a sestav definici (v obou verzích) jednostranné limity zleva ve vlastním bodě.

Př. 8: Nakresli obrázky a sestav definici (v obou verzích) jednostranné limity zprava ve vlastním bodě.

Př. 9: Najdi vztah mezi existencí jednostranných limit funkce v bodě a a existencí limit.