11.1.2 Funkce I

Předpoklady:

Funkce (píšeme $f(x)$) je zobrazení libovolné množiny na podmnožinu *R*.

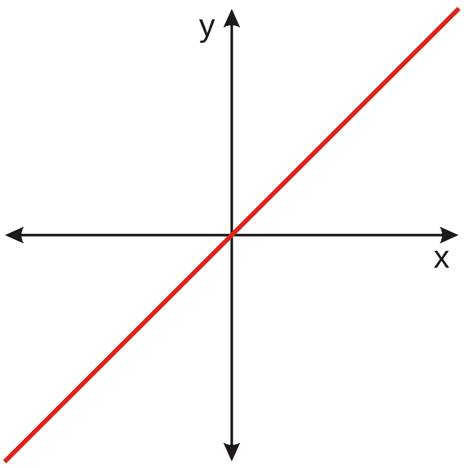
Zobrazované množině říkáme **definiční obor funkce** $D(f)$, výsledné množině **obor hodnot funkce** $H(f)$.

Význam funkce = funkce je jednoznačná cesta, jak dospět k nějakým číslům, k nějakým hodnotám

Př. 1: Překresli si grafy jednotlivých elementárních funkcí z následující tabulky a doplň do nich význačné body

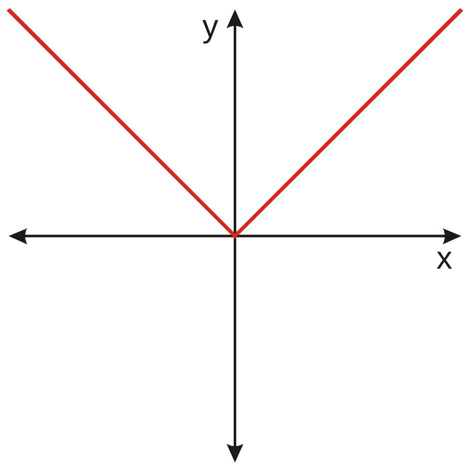
Přehled elementárních středoškolských funkcí

Lineární funkce $y = ax + b$



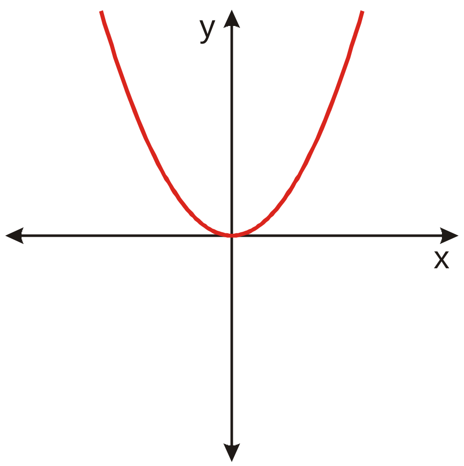
$y = x$

Absolutní hodnota $y = a|x+b| + c$



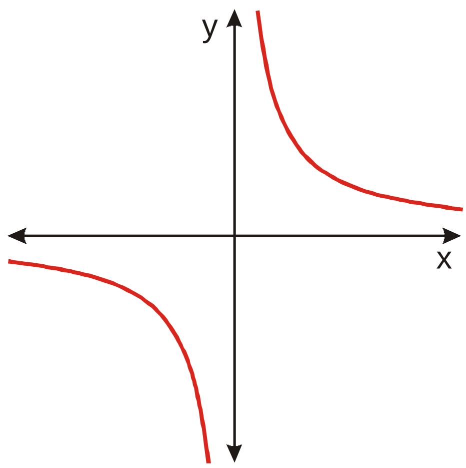
$y = |x|$

Kvadratická funkce $y = ax^2 + bx + c$



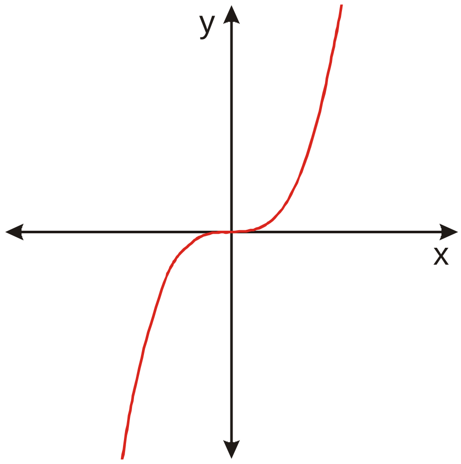
$y = x^2$

Lineární lomená funkce $y = \dfrac{a}{x-b} + c$



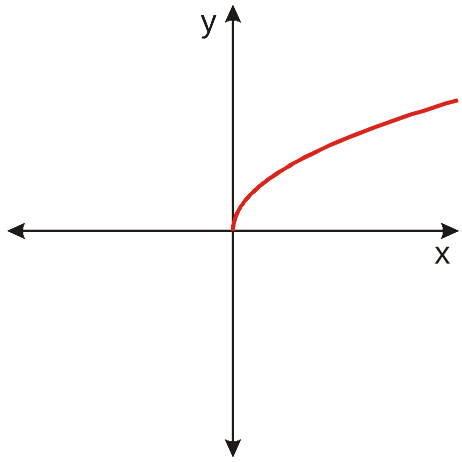
$$y = \frac{1}{x}$$

Mocninná funkce $y = x^n$



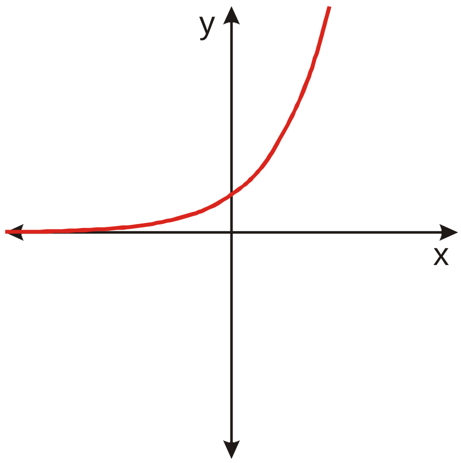
$y = x^3$

Funkce druhá odmocnina



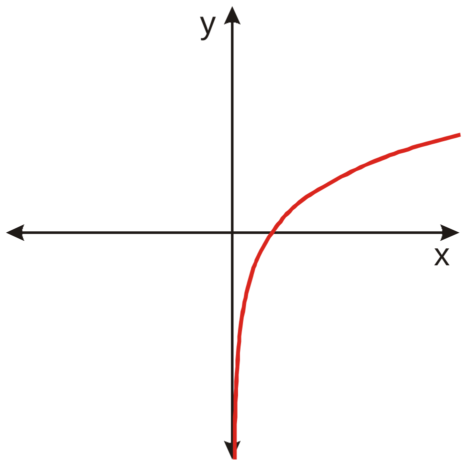
$y = \sqrt{x}$

Exponenciální funkce $y = ba^{x-c} + d$



$y = 2^x$

Logaritmická funkce $y = b \cdot \log_a (x-c) + d$



$y = \log_2 x$

Základní metody pro kreslení grafů konkrétních funkcí:

- Metoda kreslení grafu obecné funkce (hodiny 020412-020414).

Př. 2: Co musí platit pro předpis funkce, abychom mohli její graf nakreslit metodou kreslení grafu obecné funkce?

V předpisu funkce se neznámá *x* vyskytuje pouze jednou.

Úpravy předpisu funkce pro snazší nakreslení:

- Převedení kvadratické funkce z obecného do vrcholového tvaru pomocí doplnění na čtverec (hodina 020502).
- Doplňování zlomků v předpisu lineární lomené funkce (hodina 020602).

Př. 3: V které části matematiky se využívá doplnění na čtverec?

V analytické geometrii kuželoseček při přechodu z obecné na středovou (vrcholovou) rovnici.

Další metody pro kreslení grafů konkrétních funkcí:

- Kreslení grafu funkce, kterou není možné nakreslit metodou kreslení obecné funkce, rozdělením definičního oboru na intervaly (hodiny 020404, 020405, 020503).
- Získávání graf mocninných funkcí násobením (dělením) grafu (hodiny 020701, 020702).
- Funkce inverzní jako funkce "obrácená" (vznikne otočením šipek, které přiřazují *x* hodnotu *y*) (hodiny 020707 a 020708).

Př. 4: Jak poznáme z grafu, zda se jedná funkci?

Funkce musí mít pro každé *x* z definičního oboru maximálně jednu hodnotu $\Rightarrow$ v grafu nemohou být dva body nad sebou (tyto dva body by měly stejné *x* a různé *y*).

Př. 5: Vlastními slovy popiš co znamená, že funkce je:
a) prostá b) sudá c) rostoucí d) klesající v intervalu

a) prostá funkce
Každému *y* náleží právě jedno *x* (různým *x* odpovídají různá *y*).

b) sudá
Navzájem opačným *x* náleží stejná *y*.

c) rostoucí
Většímu *x* odpovídá větší *y*.

d) klesající v intervalu
Pro *x* z daného intervalu platí, že většímu *x* náleží menší *y*.

Př. 6: Může být sudá funkce prostá?

Sudá funkce nemůže být prostá, protože pro dvěma různým *x* (navzájem opačným) odpovídá jedno *y*.

Př. 7: Musí být každá lichá funkce prostá?

Rozhodně nemusí. Například funkce $y = \sin x$ nebo $y = 0$ jsou liché ale nejsou prosté.

Př. 8: Nakresli grafy funkcí:
a) $y = 2x - 3$ b) $y = 2^{x-1} - 1$ c) $y = |x+2| - x$ d) $y = \sqrt{1-x} - 2$.

Př. 9: 1 t uhlí černého s odvozem stojí 5100 Kč. Přímo u výrobce vzdáleného 30 km se 1 t uhlí prodává za 4800 Kč, kupující si však musí zajistit odvoz sám. Pronájem nákladního auta stojí 30 Kč/km. Najdi funkce, které popisují jakou částku utratíme za uhlí v závislosti na jeho množství v tunách. Který způsob nákupu je kdy výhodnější? Jakou minimální nosnost musí mít pronajímané nákladní auto?

Př. 10: Nakresli grafy funkcí.

a) $y = x^2 - 2x$ b) $y = \frac{x+2}{x-1}$ c) $y = \left||x+2|-1\right| + 2$

Př. 11: Nakresli grafy funkcí.

a) $y = \log_2\left(\left||x|\right| - 1\right) - 1$ b) $y = 2(x-2)^3 + 1$ c) $y = x|x-2| - 1$

Shrnutí: