

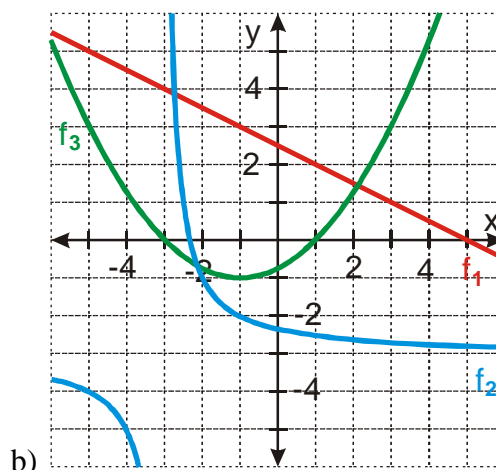
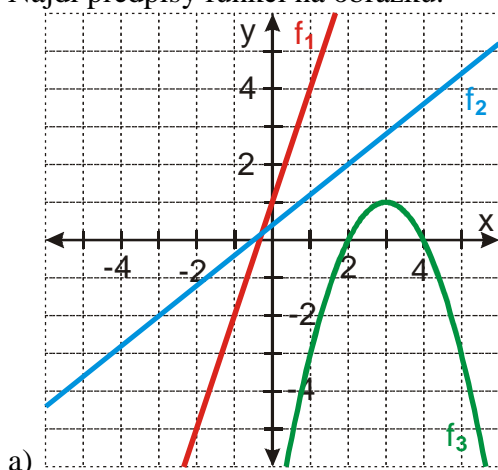
11.1.3

Funkce II (definice, mocniny a odmocniny)

Předpoklady:

Př. 1: Dokresli do obrázku funkce $y = x^3$ další typické grafy mocninných funkcí. Pro které hodnoty mocnitele platí který tvar?

Př. 2: Najdi předpisy funkcí na obrázku.



Př. 3: Rozhodni, kterou vlastnost popisuje následující definice.

"Funkce se nazývá právě když, pro každé $x \in D(f)$ platí:

- a) $-x \in D(f)$ b) $f(x) = -f(-x)$ "

Př. 4: Napiš definici:

- a) liché funkce b) rostoucí funkce c) maxima funkce
d) inverzní funkce.

Př. 5: Najdi předpis kvadratické funkce, pro kterou platí:

- a) $H(f) = (-\infty; 3)$ b) funkce je klesající v intervalu $\langle 2; \infty$ c) $f(0) = 2$

Př. 6: Najdi inverzní funkci k funkci (v případě potřeby omez definiční obor):

- a) $y = 2x - 3$ b) $y = (x - 2)^2 - 3$

Př. 7: Napiš definici čtvrté odmocniny.

Př. 8: Vyřeš nerovnice (početně i graficky):

a) $x^2 \leq x^4$

b) $x^3 > \frac{1}{|x^3|}$

Př. 9: Najdi všechna x pro která platí: a) $x^{19} \leq 0,1^{19}$

b) $0,9^x > 0,9^{123}$

Př. 10: Odhadni přibližně hodnoty následujících odmocnin:

a) $y = 2x - 3$

Př. 11: Určete poččetně i graficky všechna $x \in R$, pro něž je:

a) $\sqrt{(x^2 + 2x - 3)^2} = |x^2 + 2x - 3|$ b) $\sqrt{(x^2 + 2x - 3)^2} = -(x^2 + 2x - 3)$

c) $\sqrt{(x^2 + 2x - 3)^2} = x^2 + 2x - 3$

Př. 12: Zjednoduš:

a) $\frac{\left(x^{-3} y^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} y^{-2}}{x^{-\frac{2}{3}} \left(y^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{4}}\right)^{-2}}$

b) $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) : (a - b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$

c) $\left(\frac{a^x + a^{-x}}{b^y + b^{-y}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^x - a^{-x}}{b^y - b^{-y}}\right)^2 \cdot \left(\frac{a^{2x} - 1}{b^{2y} - 1}\right)^{-2} : \left(\frac{a^{2x} + 1}{b^{2y} + 1}\right)^{-1}$

řešení a) $\left[\frac{x^6 \sqrt{x}}{\sqrt[15]{y^{13}}}\right]$ b) 1 c) $\left[\frac{b^y}{a^x}\right]$

Př. 13: Nakresli grafy funkcí:

a) $y = 1 - \sqrt{1 - |x|}$

b) $y = \sqrt{\frac{x}{|x-1|}}$

Př. 14: Dokažte z definice, že funkce $f(x) = -3x + 4$ je klesající v R .

Př. 15: Dokažte z definice, že funkce $f(x) = -x^2 + 2x$ je omezená shora.

Př. 16: Dokažte z definice, že funkce $f(x) = |x + 2| + 3$ má ostré (absolutní) minimum v bodě -2 .

Shrnutí: