

11.1.5 Rovnice

Předpoklady:

Př. 1: Vysvětli, co jsou ekvivalentní a důsledkové úpravy a jak souvisí s funkcemi (viz. hodiny 020201, 020202).

Př. 2: Jaké jsou výhody a nevýhody grafického řešení rovnic?

Př. 3: Vyřeš rovnice.

a) $\sqrt{2}(x+1) = 2(x+1)$

b) $x^2 - 2x - 3 = 0$

c) $\frac{12x^2 + 30x - 21}{16x^2 - 9} = \frac{3x - 7}{3 - 4x} + \frac{6x + 5}{4x + 3}$

d) $(x-3)(x+\sqrt{2})(x^2-4) = 0$

e) $|x-2| + 2|1-x| = 3$

f) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c) $K = \{3\}$

Př. 4: Urči, pro které hodnoty parametrů a, b má rovnice $2(x+1) - a = b(x-2) + x$:

a) právě jedno řešení, b) žádné řešení, c) nekonečně mnoho řešení.

Př. 5: Vyřeš rovnice.

a) $\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{x}{x+\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

b) $||3-2x|-1| = 2|x|$

c) $|2x - x^2 + 3| = 2$

d) $\frac{|x+2|}{|x+3|} = 7$

a) $\{\sqrt{3} \pm \sqrt{5}\}$, b) $\{1/2\}$, c) $\{1 \pm \sqrt{2}; 1 \pm \sqrt{6}\}$ d) $\{-23/8; -19/6\}$

Př. 6: Vyřeš rovnice.

a) $\sqrt{y+7} + \sqrt{y+2} = 5$

b) $\sqrt{5x+4} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x+1}$

c) $\sqrt{4x^2 - \sqrt{8x+5}} = 2x+1$

b) $\{1\}$

c) $\{-0,5\}$

Př. 7: Urči počet řešení následujících rovnic.

a) $\pi x^2 = ex + 3$ b) $e^x = \log_{\pi} x$

Př. 8: Vyřeš rovnice.

a) $(2x-1)(8x+3) - (4x+1)^2 = 3(x+2) - 2x$

b) $\frac{2}{2-x} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{2}{x+2}$ c) $\frac{x+1}{2x-1} + 2 = 2\frac{x+1}{2x-1} - 3$ d) $2\sqrt{\frac{x+2}{x-3}} + 3\sqrt{\frac{x-3}{x+2}} = 5$

d) $\{7\}$

Př. 9: Zdůvodni, proč může mít kvadratická rovnice 0, 1 nebo 2 řešení.

Př. 10: Jaké podmínky musí splňovat koeficienty kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, aby:

- a) oba kořeny byla převrácená čísla b) jeden kořen byl dvakrát větší než druhý.

Př. 11: Aniž řešíš rovnici $x^2 - 3x - 18 = 0$, sestavte novou rovnici, jejíž kořeny jsou trojnásobky kořenů dané rovnice

$[x^2 - 9x - 162 = 0;]$

Př. 12: Vyřeš rovnice.

a) $x^2 + 2x + |x+3| - 3 = 0$

b) $|x - |x-2|| + 1 = 0$

c) $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$

d) $K = \{-2; -1; 1; 3\}$

Shrnutí: