

11.1.22 Posloupnosti

Předpoklady:

Př. 1: Jaký je vztah pojmů posloupnost a funkce? Jaké jsou rozdíly ve formalismech, které používáme k zápisu?

Př. 2: Jakými dvěma nejčastějšími způsoby můžeme zadat posloupnost? Který z těchto způsobů nemůžeme použít u funkcí? Proč?

Př. 3: Které z vlastností funkcí určujeme také u posloupností? Které naopak určovat nemůžeme? Jak ulehčuje definiční obor posloupností důkaz některých vlastností?

Př. 4: Kterými dvěma speciálními druhy posloupností jsme se zabývali. Jak jejich pojmenování souvisí s jinými pojmy? Se kterými druhy funkcí obě posloupnosti souvisí? Jaké vzorce jsme u obou druhů posloupností používali?

Př. 5: U rekurentně dané posloupnosti $a_1 = 1, a_2 = -2, a_{n+2} = a_n - a_{n+1}$ urči a_7 .

Př. 6: Je dána posloupnost $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \dots$ Urči:

- a) vzorec pro n -tý člen,
- b) monotónnost (včetně důkazu),
- c) omezenost (včetně důkazu),
- d) limitu (pokud existuje).
- e) Dokaž existenci limity.
- f) Zjistí, pro která n je $|a_n - L| < 0,01$

Př. 7: V dané aritmetické posloupnosti je $a_1 = -85, d = 4$. Určete první kladný člen.

$$[n = 23; a = 3]$$

Př. 8: Mezi čísla 2 a 486 vložte 4 čísla tak, aby s danými čísly tvořila geometrickou posloupnost. Určete součet těchto členů.

$$[q = 3; s_6 = 728]$$

Př. 9: Stroj ztrácí každoročně odpisem 5% ceny. Za jakou dobu klesne jeho cena na polovinu?

$$[n = 13,51]$$

Př. 10: Nejmenší úhel mnohoúhelníka je 117° a největší 171° . Úhly tvoří aritmetickou posloupnost. o jaký mnohoúhelník jde a jaké má vnitřní úhly?

$$[d = 6; n = 10]$$

Př. 11: Kvádr, jehož hrany tvoří geometrickou posloupnost, má povrch 78 a součet hran, které procházejí jedním vrcholem 13. Určete jeho objem.

$$[V = 27m^3]$$

Př. 12: Strany trojúhelníka tvoří aritmetickou posloupnost. Obvod je 84 cm, obsah 336 cm^2 . Určete délky stran trojúhelníka.

$$[26; 28; 30]$$

Př. 13: Určete, pro která x konverguje řada $1 + \sqrt{1-x} + \sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(1-x)^3} + \dots$ a stanovte její součet.

$$\left[0 < x < 1, \frac{1}{1 - \sqrt{1-x}} \right]$$

Př. 14: Vypočtěte $5 \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[12]{5} \dots =$

$$[\sqrt[3]{5^5}]$$

Př. 15: Do rovnostranného kužele, jehož poloměr podstavy je r , je vepsána koule, do prostoru nad ní další koule atd. Určete, kolik procent objemu kužele zaujímá množina všech těchto koulí.

$$\left[V = \frac{2\pi r^3}{13}, r- 1. \text{ koule; } 46,15\% \right]$$

Shrnutí: