

### 11.1.23 Kombinatorika

#### Předpoklady:

**Př. 1:** Vypiš všech šest základních postupů používaných v kombinatorice.

**Př. 2:** Šest základních postupů uspořádej do přehledné tabulky 3 x 2. Doplň charakteristiku řádků i sloupců.

**Př. 3:** Kufřík má heslový zámek, který se otevře, když na každém 5 kotoučků nastavíme správnou číslici. Určete max. počet pokusů potřebných k otevření kufříku. V kolika případech se vyskytne alespoň 1 jednička? V kolika je 1 na pátém kotoučku?

$$[10^5; 10^5 - 9^5; 10^4]$$

**Př. 4:** Ze 7 mužů a 4 žen máme vybrat 6-člennou skupinu tak, aby v ní byly aspoň 3 ženy. Kolik takových skupin existuje?

$$\left[ \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{3} + \binom{7}{2} \cdot \binom{4}{4} \right]$$

**Př. 5:** Kolik máme prvků, jestliže počet variací 3. třídy z nich utvořených je 5x větší než počet variací 2. třídy?

$$[7]$$

**Př. 6:** Kolik přímek je určeno 10 body, jestliže:

- žádné 3 body neleží v přímce,
- 4 z nich leží na jedné přímce.

$$\left[ \binom{10}{2}; \binom{10}{2} - \binom{4}{2} + 1 \right]$$

**Př. 7:** Je dáno  $2n$  po sobě jdoucích přirozených čísel. První je 1. Kolika způsoby je lze uspořádat, mají-li být lichá čísla na lichých pozicích a sudá čísla na sudých pozicích?

$$n! \cdot n!$$

**Př. 8:** V kolika bodech se protne 15 přímek, jestliže :

- a) žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v 1 bodě
- b) 4 jsou rovnoběžné a 5 se protíná v 1 bodě ?

a)  $\left[ \binom{15}{2} \right]$       b)  $\left[ \binom{15}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \right]$

**Př. 9:** V kolika bodech se protne 15 přímek, jestliže :

- a) žádné 2 nejsou rovnoběžné a žádné 3 se neprotínají v 1 bodě
- b) 4 jsou rovnoběžné a 5 se protíná v 1 bodě ?

$\left[ \binom{15}{2} \right], \left[ \binom{15}{2} - \binom{4}{2} - \binom{5}{2} + 1 \right]$

**Př. 10:** Kolik různých SPZ lze vytvořit ze 3 písmen a 4 číslic?

$[28^3 \cdot 10^4]$

**Př. 11:** V lavici sedí 5 žáků A, B, C, D, E. Kolika způsoby si mohou sednout , jestliže:

- a) žák A má sedět na levém kraji
- b) žák A má sedět na jednom nebo druhém kraji
- c) žáci A, C mají sedět vedle sebe
- d) žák A má sedět na kraji a žáci B, C vedle sebe
- e) žák B má sedět nalevo ihned vedle žáka D?
- f) žák B má sedět kdekoliv nalevo od žáka D?

a) 24    b) 48    c) 48    d) 24    e) 24    f) 60

**Př. 12:** Vojenský útvar má 3 důstojníky, 6 poddůstojníků a 60 vojáků. Kolika způsoby z nich lze vybrat strážní oddíl, který tvoří 1 důstojník, 2 poddůstojníci a 20 vojáků ?

$\left[ \binom{3}{1} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{60}{20} \right]$

**Př. 13:** Napiš výraz  $(2 - \sqrt{2})^7$  jako mnohočlen a zjednoduš jej.

**Př. 14:** Řešte rovnici:  $\binom{x}{2} - 2 \binom{x-1}{x-2} + \binom{x}{0} = 0$

[2;3]

**Př. 15:** Kolikátý člen rozvoje  $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$  obsahuje  $x^7$  ?

[4.]

**Př. 16:** Řešte rovnici:  $V_3(m) + C_{m-2}(m) = 14m$

[5]

**Př. 17:** Pro jaké  $x$  je v rozvoji  $\left(\sqrt[3]{4-2x} + \sqrt{3-2x}\right)^9$  sedmý člen roven 168 ?

[1]

**Shrnutí:**