

## 11.1.4 Lomené výrazy

### Předpoklady:

**Př. 1:** Napiš výraz  $2^{k+2}$  jako násobek mocniny  $2^k$ .

**1 bod**

$$2^{k+2} = 2^k \cdot 2^2 = 4 \cdot 2^k$$

**Př. 2:** Pro intervaly  $A, B$  platí:  $A \cup B = (-2; 10)$ ,  $A \cap B = (0; 7)$ . Urči intervaly  $A, B$ . Najdi všechny možnosti. Možnosti, které se liší pouze označením intervalů, uváděj pouze jednou.

**1 bod**

Nakreslíme situaci:  $A \cup B = (-2; 10)$ ,  $A \cap B = (0; 7)$



První možností je, že jedna z množin  $A, B$  se rovná sjednocení obou množin, druhá z množin se rovná jejich průniku (jedna z množin je podmnožinou druhé).

$$A = (-2; 10), B = (0; 7).$$

Druhou možností je, že ani jedna z množin není podmnožinou druhé:



$$A = (-2; 7), B = (0; 10)$$

**Př. 3:** Urči množinu všech  $a \in \mathbb{R}$ , pro která má smysl výraz  $\frac{\sqrt{a+3}}{(a^2+1)\sqrt{5-a}}$

**1 bod**

Pod odmocninou nesmí být záporné číslo, ve jmenovateli nesmí být nula  $\Rightarrow$  najednou musí platit:

- $a+3 \geq 0 \Rightarrow a \geq -3$ ,
- $a^2+1 \neq 0$ , platí vždy  $\Rightarrow$  žádné omezení pro  $a$ ,
- $5-a > 0 \Rightarrow 5 > a$ ,

$$\Rightarrow D(a) = (-3; 5)$$

**Př. 4:** Stanov podmínky a zjednoduš:  $\left(\frac{a}{3-a} + \frac{3}{a+3}\right) : \frac{a^2+9}{a+3} =$ . V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

Podmínky:  $3-a \neq 0 \Rightarrow a \neq 3$ ,  $a+3 \neq 0 \Rightarrow a \neq -3$ ,  $a^2+9 \neq 0$  platí vždy  $\Rightarrow$  bez další podmínky.

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{3-a} + \frac{3}{a+3}\right) : \frac{a^2+9}{a+3} &= \left[\frac{a(a+3)}{3-a} + \frac{3(3-a)}{a+3}\right] \cdot \frac{a+3}{a^2+9} = \frac{a^2+3a+9-3a}{(3-a)(a+3)} \cdot \frac{a+3}{a^2+9} = \\ &= \frac{a^2+9}{(3-a)(a+3)} \cdot \frac{a+3}{a^2+9} = \frac{1}{3-a} \end{aligned}$$

**Př. 5:** Pro  $y \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0\}$  zjednoduš:  $\frac{(y-3)(y+6)}{y+3} : y^2 + \frac{y+3}{y^2} =$ . V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\begin{aligned} \frac{(y-3)(y+6)}{y+3} : y^2 + \frac{y+3}{y^2} &= \frac{(y-3)(y+6)}{y+3} \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{18}{y^2(y+3)} = \frac{y^2+6y-3y-18}{y^2(y+3)} + \frac{18}{y^2(y+3)} = \\ \frac{y^2+3y}{y^2(y+3)} &= \frac{y(y+3)}{y^2(y+3)} = \frac{1}{y} \end{aligned}$$

**Př. 6:** Pro  $z \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$  zjednoduš:  $\frac{\frac{z}{2} - \left(\frac{z}{2}\right)^2}{2z-4} =$ . V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{\frac{z}{2} - \left(\frac{z}{2}\right)^2}{2z-4} = \frac{\frac{z}{2} - \frac{z^2}{4}}{2z-4} = \frac{\frac{2z-z^2}{4}}{2z-4} = \frac{2z-z^2}{4(2z-4)} = \frac{z(2-z)}{8(z-2)} = -\frac{z}{8}$$

**Př. 7:** Pro  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  zjednoduš:  $\frac{x-2}{1-\frac{x-2}{x}} \cdot \frac{3}{2x} =$ . V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{x-2}{1-\frac{x-2}{x}} \cdot \frac{3}{2x} = \frac{x-2}{\frac{x-(x-2)}{x}} \cdot \frac{3}{2x} = \frac{x-2}{\frac{2}{x}} \cdot \frac{3}{2x} = \frac{x(x-2)}{2} \cdot \frac{3}{2x} = \frac{3(x-2)}{4}$$

**Př. 8:** Pro  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$  zjednoduš na tvar bez závorek:  $\frac{a-1}{\frac{a-1}{a}-1} : \frac{a}{a-1} + 1 = .$

V záznamovém archu uveď celý postup řešení.

**max. 2 body**

$$\begin{aligned} \frac{a-1}{\frac{a-1}{a}-1} : \frac{a}{a-1} + 1 &= \frac{a-1}{\frac{a-1-a}{a}} \cdot \frac{a-1}{a} + 1 = \frac{a-1}{\frac{-1}{a}} \cdot \frac{a-1}{a} + 1 = -\frac{a(a-1)}{1} \cdot \frac{a-1}{a} + 1 = -(a-1)^2 + 1 = \\ &= -(a^2 - 2a + 1) + 1 = -a^2 + 2a - 1 + 1 = -a^2 + 2a \end{aligned}$$

**Př. 9:** Pro  $b \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right\}$  zjednoduš:  $\left(\frac{2a}{3a+2} - \frac{3a^2-2a}{9a^2-4}\right) : \frac{1}{3a+2} = .$  V záznamovém archu uveď celý postup řešení.

**max. 2 body**

$$\begin{aligned} \left(\frac{2a}{3a+2} - \frac{3a^2-2a}{9a^2-4}\right) : \frac{1}{3a+2} &= \left[\frac{2a}{3a+2} - \frac{a(3a-2)}{(3a-2)(3a+2)}\right] \cdot (3a+2) = \\ &= \left(\frac{2a}{3a+2} - \frac{a}{3a+2}\right) \cdot (3a+2) = \left(\frac{2a-a}{3a+2}\right) \cdot (3a+2) = a \end{aligned}$$

**Př. 10:** Pro  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$  zjednoduš na tvar bez závorek:  $\frac{\frac{x+9}{x-3}+1}{2} \cdot (x^2-6x+9) = .$

V záznamovém archu uveď celý postup řešení.

**max. 2 body**

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x+9}{x-3}+1}{2} \cdot (x^2-6x+9) &= \frac{\frac{x+9}{x-3} + \frac{x-3}{x-3}}{2} \cdot (x-3)^2 = \frac{2x+6}{2} \cdot (x-3)^2 = \frac{2(x+3)}{2(x-3)} \cdot (x-3)^2 = \\ &= (x+3)(x-3) = x^2 - 9 \end{aligned}$$

**Př. 11:** Pro  $y \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$  zjednoduš:  $\frac{1+\frac{2}{y}}{\frac{y^2}{4}-1} = .$  V záznamovém archu uveď celý postup řešení.

řešení.

**max. 2 body**

$$\frac{1+\frac{2}{y}}{\frac{y^2}{4}-1} = \frac{\frac{y+2}{y}}{\frac{y^2-4}{4}} = \frac{4(y+2)}{y(y+2)(y-2)} = \frac{4}{y(y-2)}$$

## Matematika plus

**Př. 12:** Pro  $a \neq b^2$ ,  $a \neq 0$  uprav výraz:  $\frac{a^4 - b^8}{(a^2 + b^4)(a - b^2)} =$ . V záznamovém archu veď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{a^4 - b^8}{(a^2 + b^4)(a - b^2)} = \frac{(a^2 + b^4)(a^2 - b^4)}{(a^2 + b^4)(a - b^2)} = \frac{(a - b^2)(a + b^2)}{(a - b^2)} = a + b^2$$

---

**Shrnutí:**