

11.2.7 Zázpis do výrazů, vyjádření ze vzorce

Předpoklady:

Hodiny, které se tématem zabývají: 010113, 010703, 010705, 011001-011005.

Shrnutí:

Při zápisu slovního popisu do výrazů se vyplátí:

- pojmenovat neznámé tak, aby bylo ihned jasné co znamenají (x a y nejsou moc dobré varianty),
- stavět výraz postupně,
- každý výraz by měl něco znamenat a mělo by být možné ho slovně interpretovat.

Vyjadřování:

- používáme ekvivalentní úpravy (co uděláme s jednou stranou rovnice, musíme udělat i s druhou, aby se rovnost zachovala),
- je-li u vyjadřované neznámé více jiných neznámých, zbavujeme se jich postupně od těch, které jsou od vyjadřované neznámé nejdál,
- pokud se vyjadřovaná neznámá vyskytuje ve vzorci vícekrát, převedem všechny členy, které ji obsahují na jednu stranu a vytkneme.

Př. 1: Kurz akcií energetické firmy se během první poloviny roku prudce měnil. Od 1.1. do 1. 3. se cena akcií zvýšila o polovinu, poté od 1. 3. do 1. 5. klesla o 25 % a nakonec od 1. 5. do 1. 7 opět stoupla z 630 Kč na 693 Kč. Rozhodni o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé či nikoliv. **max. 2 body**

1. Cena akcií 1. 1. byla o polovinu nižší než 1. 3..
2. Za březen a duben cena akcií poklesla o 210 Kč.
3. 1.1. akcie stály 550 Kč.
4. Od 1. 1. do 1. 7. se cena akcií zvýšila o 24 % (zaokrouhleno na celá procenta).

Doplníme si tabulku:

1.1.		1.3.		1.5.		1.7
	\Rightarrow + polovina		\Rightarrow -25 %			
x		y		630		693

$$y \cdot 0,75 = 630 \Rightarrow y = \frac{630}{0,75} = 840$$

$$x \cdot 1,5 = 840 \Rightarrow x = \frac{840}{1,5} = 560$$

1.1.		1.3.		1.5.		1.7
	\Rightarrow + polovina		\Rightarrow -25 %			
560		840		630		693

Nyní můžeme snadno zhodnotit pravdivost výroků.

1. Cena akcií 1. 1. byla o polovinu nižší než 1. 3.

Z tabulky je ihned vidět, že tvrzení je nepravdivé (560 není polovina z 840).

2. Za březen a duben cena akcií poklesla o 210 Kč.

$840 - 630 = 210 \Rightarrow$ tvrzení je pravdivé.

3. 1.1. akcie stály 550 Kč.

Tvrzení je nepravdivé.

4. Od 1. 1. do 1. 7. se cena akcií zvýšila o 24 % (zaokrouhлено na celá procenta)

Spočteme vzrůst ceny akcií: $\frac{693}{560} = 1,2375 \Rightarrow$ cena akcií vzrostla o 24 % \Rightarrow tvrzení je pravdivé.

Celková odpověď: 1N, 2A 3N 4A.

Pedagogická poznámka: Bod jedna se opět týká změny základu. V tvrzení od 1.1. do 1. 3. se cena akcií zvýšila o polovinu, představuje základ lednová cena 560 Kč. Ve výroku cena akcií 1. 1. byla o polovinu nižší než 1. 3. je základem březnová cena 840 Kč a rozdíl cen 280 Kč tak nepředstavuje polovinu tohoto vyššího základu.

Př. 2: Pro všechny kladné reálné hodnoty veličin x, y, z platí: $\begin{matrix} x : y = 5 : 7 \\ z = 3x - 2y \end{matrix}$. Vyjádři veličinu z co nejjednodušším způsobem pouze v závislosti na veličině x . **1 bod**

Veličina z je již vyjádřena v druhé rovnici \Rightarrow stačí z první rovnici vyjádřit pomocí veličiny x veličinu y .

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{7} \quad | \cdot 7y$$

$$7x = 5y \quad | : 5$$

$$y = \frac{7x}{5}$$

$$z = 3x - 2y = 3x - 2 \cdot \frac{7x}{5} = \frac{15x - 14x}{5} = \frac{1}{5}x$$

Pro veličinu z platí: $z = \frac{1}{5}x$.

Př. 3: V přepravce jsou paštiky a housky pro účastníky výletu. Paštik je p a ke každé z nich je určeno h housek. Jedna paštika stojí 15 Kč, jedna houska 6 Kč. Všechny paštiky a housky v přepravce stály dohromady n Kč. Vyjádři počet paštik p v závislosti na veličinách h a n . **2 body (1 bod za rovnice)**

Počet paštik ... p

Počet housek ... hp (je každé paštice je h housek, tedy housek musí být h krát více)

Cena za paštiky: $15p$

Cena za housky: $6ph$

Celkem stál obsah přepravky n : $15p + 6ph = n$

Vyjádříme p : $p(15 + 6h) = n \quad | : (15 + 6h)$

$$p = \frac{n}{15 + 6h}$$

Pedagogická poznámka: Kámen úrazu předchozího příkladu je v zapsání počtu housek.

Většina žáků automaticky píše počet housek ... h , přestože by je mohla napadnout, že když není v zadání konstatováno housek je h , může být situace komplikovanější. Pokud mají problém zapsat správně počet housek i po upozornění, pomáhá, když jim zadání přeformulujete s konkrétními čísly: „V přepravce je 10 paštik a ke každé z nich je určeno 5 rohlíků (pokud správně spočítají 50 housek, ale přesto nejsou schopni počet housek přes proměnné zapsat, zkontrolujte, zda si uvědomují kromě výsledku 50 i postup $5 \cdot 10$, který k němu vedl).

Př. 4: Do stejných tlakových lahví se plní zkapalněný plyn. Hmotnost prázdné tlakové lahve je l kg a vejde se do ní p kg zkapalněného plynu. Dvě zcela naplněné a 7 prázdných tlakových lahví mají dohromady o 80 kg větší hmotnost než 5 do poloviny naplněných lahví. Vyjádři veličinu p v závislosti na veličině l .

max. 2 body

Hmotnost prázdné lahve: l .

Hmotnost zcela naplněné lahve: $l + p$.

Hmotnost poloplné lahve: $l + \frac{p}{2}$.

Dvě zcela naplněné a 7 prázdných tlakových lahví mají dohromady o 80 kg větší hmotnost

než 5 do poloviny naplněných lahví: $2(l + p) + 7l - 80 = 5\left(l + \frac{p}{2}\right)$

$$2l + 2p + 7l - 80 = 5l + \frac{5p}{2} \quad | -5l - 2p$$

$$4l - 80 = \frac{5p}{2} - 2p = \frac{5p - 4p}{2} = \frac{p}{2} \quad | \cdot 2$$

$$p = 8l - 160$$

Př. 5: Balení čokolády o hmotnosti m gramů původně stálo k Kč. V následujícím roce výrobce zachoval cenu čokolády, ale hmotnost balení klesla o 10 %. O kolik procent vzhledem k původní ceně čokoláda zdražila? Výsledek zaokrouhli na celá procenta.

2 body

Původně: m gramů ... k Kč \Rightarrow cena za 1 gram: $\frac{k}{m}$.

Nově: $m - \frac{10}{100}m = 0,9m$... k Kč \Rightarrow cena za 1 gram: $\frac{k}{0,9m}$.

Výpočet zdražení:

100 % ... $\frac{k}{m}$

$$x \% \quad \dots \frac{k}{0,9m}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{\frac{k}{0,9m}}{\frac{k}{m}} = \frac{km}{k \cdot 0,9m} = \frac{1}{0,9}$$

$$x = \frac{100}{0,9} = \frac{1000}{9} = 111 \%$$

Čokoláda zdražila o 11 %.

Př. 6: Dvě čerpadla přečerpávají vodu z řeky do zavodňovacího kanálu. Novější čerpadlo přečerpá za hodinu $n \text{ m}^3$, starší čerpadlo má menší výkon a za hodinu přečerpá o čtvrtinu vody méně. **2 body**

- a) Urči v závislosti na n kolik m^3 přečerpají obě čerpadla za 2 dny.
 b) Urči za kolik hodin přečerpají obě čerpadla celkem $350n \text{ m}^3$ vody.

Nové čerpadlo za hodinu: n

Staré čerpadlo za hodinu: $n - \frac{1}{4}n = \frac{4n - n}{4} = \frac{3}{4}n$

Obě čerpadla za hodinu: $n + \frac{3}{4}n = \frac{7}{4}n$

a) Urči v závislosti na n kolik m^3 přečerpají obě čerpadla za 2 dny.

Dva dny: $2 \cdot 24 = 48$ hodin

Obě čerpadla dohromady přečerpají: $48 \cdot \frac{7}{4}n = 12 \cdot 7n = 84n$

Obě čerpadla přečerpají za 2 dny $84n \text{ m}^3$ vody.

b) Urči za kolik hodin přečerpají obě čerpadla celkem $350n \text{ m}^3$ vody.

$$\frac{7}{4}n \cdot x = 350n \quad / \cdot 4, : 7n$$

$$x = 200$$

$350n \text{ m}^3$ vody přečerpají obě čerpadla za 200 hodin.

Shrnutí: