

11.2.10 Rovnice I

Předpoklady:

Pedagogická poznámka: V průběhu celé hodiny se snažím žáky motivovat, aby pečlivě zapisovali a rozebírali chyby, které při řešení udělají.

Př. 1: V oboru R řeš rovnici: $\frac{x+6}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\begin{aligned} \frac{x+6}{x-2} + \frac{x}{x+2} &= \frac{8}{x^2-4} \quad / \cdot (x-2)(x+2) && \text{Platí: } x^2-4 = (x-2)(x+2) \\ (x+6)(x+2) + x(x-2) &= 8 \\ x^2 + 2x + 6x + 12 + x^2 - 2x &= 8 \quad / -8 \\ 2x^2 + 6x + 4 &= 0 \quad / : 2 \\ x^2 + 3x + 2 &= (x+2)(x+1) = 0 \\ x_1 = -2 \text{ (vyloučeno podmínkou), } x_2 &= -1 \\ K &= \{-1\} \end{aligned}$$

Z manuálu pro opravování výsledků:

2 body: Výsledek a správný postup řešení

1 bod: Postup řešení obsahuje právě jeden z následujících nedostatků:

- Chybná podmínka nebo chybný závěr (například nezohlednění podmínek),
- Chybně provedený početní úkon,
- Numerická chyba v dopočtení kvadratické rovnice.

0 bodů: Postup řešení chybí nebo obsahuje kterékoli z následujících nedostatků:

- Rovnice není dořešena.
- Chyba v ekvivalentní úpravě rovnice,
- Chybný algoritmus operace s mnohočleny,
- Chybný algoritmus úpravy lomených výrazů,
- Chybný algoritmus řešení kvadratické rovnice,
- Další chyby nebo více chyb.

Opsaný postup řešení (obsahuje logické skoky, náhodně se objevující a mizející chyby, nestandardní symboly, apod.).

Př. 2: V oboru R řeš rovnici: $\frac{x-3}{x+3} \cdot \frac{2}{x} + \frac{21}{x^2+3x} = \frac{x}{x+3}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{x+3} \cdot \frac{2}{x} + \frac{21}{x(x+3)} &= \frac{x}{x+3} \quad / \cdot x(x+3) && \text{Podmínky: } x \neq 0; -3 \\ (x-3) \cdot 2 + 21 &= x^2 \\ 2x - 6 + 21 &= x^2 \end{aligned}$$

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 5, x_2 = -3 \text{ - zakázáno podmínkou}$$

$$K = \{5\}$$

Př. 3: V oboru R řeš rovnici: $\frac{2y+3}{y+2} = 3 + \frac{2}{y}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{2y+3}{y+2} = 3 + \frac{2}{y} \quad / (y+2) \cdot y$$

$$\text{Podmínky: } y \neq 0; -2$$

$$y(2y+3) = 3(y+2)y + 2 \cdot (y+2)$$

$$2y^2 + 3y = 3y^2 + 6y + 2y + 4$$

$$= y^2 + 5y + 4 = (y+4)(y+1)$$

$$y_1 = -4, y_2 = -1$$

$$K = \{-4; -1\}$$

Př. 4: V oboru R řeš rovnici: $\frac{x^2-9}{x^2+x-6} - \frac{2}{3} = 0$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-2)} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Podmínky: } x \neq -3; 2$$

$$\frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3} \quad / 3(x-2)$$

$$3(x-3) = 2(x-2)$$

$$3x-9 = 2x-4 \quad / -2x+9$$

$$x = 5$$

$$K = \{5\}$$

Př. 5: V oboru R řeš rovnici: $\frac{x-4}{x-2} = 2 - \frac{x}{x+2}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{x-4}{x-2} = 2 - \frac{x}{x+2} \quad / (x+2)(x-2)$$

$$\text{Podmínky: } x \neq -2; 2$$

$$(x-4)(x+2) = 2(x+2)(x-2) - x(x-2)$$

$$x^2 + 2x - 4x - 8 = 2(x^2 - 4) - (x^2 - 2x)$$

$$x^2 - 2x - 8 = 2x^2 - 8 - x^2 + 2x \quad / +8$$

$$x^2 - 2x = x^2 + 2x \quad / -x^2 + 2x$$

$$0 = 4x$$

$$x = 0$$

$$K = \{0\}$$

Př. 6: V oboru R řeš rovnici: $\frac{3}{x} = \frac{7}{x^2 - 3x} - 1$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{3}{x} = \frac{7}{x(x-3)} - 1 \quad / \cdot x(x-3) \quad \text{Podmínky: } x \neq 0; 3$$

$$3(x-3) = 7 - x(x-3)$$

$$3x - 9 = 7 - x^2 + 3x \quad / -3x + x^2 - 7$$

$$x^2 - 16 = (x-4)(x+4) = 0$$

$$x_1 = 4, x_2 = -4 \quad K = \{-4; 4\}$$

Př. 7: V oboru R řeš rovnici: $x \cdot \left(\frac{2x-5}{x-5} - 1 \right) = \frac{5-6x}{5-x}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 3 body**

$$\frac{2x^2 - 5x}{x-5} - x = \frac{6x-5}{x-5} \quad / \cdot (x-5) \quad \text{Podmínky: } x \neq 5$$

$$2x^2 - 5x - x(x-5) = 6x - 5$$

$$2x^2 - 5x - x^2 + 5x = 6x - 5$$

$$x^2 = 6x - 5 \quad / -6x + 5$$

$$x^2 - 6x + 5 = (x-5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 5 \text{ - zakázáno podmínkou} \quad K = \{1\}$$

Př. 8: V oboru R řeš rovnici: $\frac{3x+1}{6x^2-12x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{x}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{3x+1}{6x(x-2)} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{x} \quad / \cdot 6x(x-2) \quad \text{Podmínky: } x \neq 0; 2$$

$$(3x+1) - 4(x-2) = 6(x-2)$$

$$3x+1-4x+8 = 6x-12$$

$$9-x = 6x-12 \quad / +x+12$$

$$21 = 3x \quad / :3$$

$$x = 3 \quad K = \{3\}$$

Př. 9: V oboru R řešte rovnici: $\frac{y+9}{y} + \frac{39}{9y-y^2} = \frac{y+8}{y-9}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení. **max. 2 body**

$$\frac{y+9}{y} + \frac{39}{9y-y^2} = \frac{y+8}{y-9}$$

Upravíme jmenovatel druhého zlomku: $9y - y^2 = y(9 - y) = -y(y - 9)$.

Podmínky: $y \neq 0; 9$

$$\frac{y+9}{y} + \frac{39}{-y(y-9)} = \frac{y+8}{y-9} \quad / \cdot y(y-9)$$

$$(y+9)(y-9) - 39 = (y+8) \cdot y$$

$$y^2 - 81 - 39 = y^2 + 8y \quad / -y^2$$

$$-120 = 8y \quad / : 8$$

$$y = -15$$

$$K = \{-15\}$$

Př. 10: V oboru R řeš: $\frac{3}{2} \cdot \frac{a+2}{9} \cdot a = 1 + \frac{a}{6}$. V záznamovém archu uveď celý postup řešení.

max. 2 body

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{a+2}{9} \cdot a = 1 + \frac{a}{6}$$

Zkrátím 3 na levé straně.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{a+2}{3} \cdot a = 1 + \frac{a}{6} \quad / \cdot 6$$

$$(a+2) \cdot a = 6 + a$$

$$a^2 + 2a = 6 + a \quad / -6 - a$$

$$a^2 + a - 6 = (a+3)(a-2) = 0$$

$$a_1 = -3, a_2 = 2$$

$$K = \{-3; 2\}$$

Shrnutí: