

1.1.9 Rychlost II

Předpoklady: 010108

Pomůcky:

Pedagogická poznámka: Od příkladu 5 jde o opakování na první písemku.

Př. 1: Nakresli do jednoho obrázku graf závislosti dráhy a rychlosti šneka na čase. Ještě před nakreslením obou grafů rozhodni, jak z nich poznáš, kdy se šnek pohyboval nejrychleji a kdy nejpomaleji. Porovnej grafy dráhy a rychlosti a zjisti, jakým způsobem je v grafu dráhy „schován“ graf rychlosti“-

Nejrychlejší pohyb:

- graf rychlosti: největší hodnoty, body grafu budou nejvýše
- graf dráhy: dráha se bude nejméně zvětšovat, graf bude nejstrmější

Nejpomalejší pohyb:

- graf rychlosti: nejnižší hodnoty, body grafu budou nejnižší
- graf dráhy: dráha se bude nejvíce zvětšovat, graf bude nejpozdvolnější

Kreslení grafu \Rightarrow nejdříve musíme nakreslit a očíslovat osy

Nepsaná domluva: veličinu, na které ostatní veličiny závisí (většinou čas), vynášíme na vodorovnou osu

Volíme měřítko:

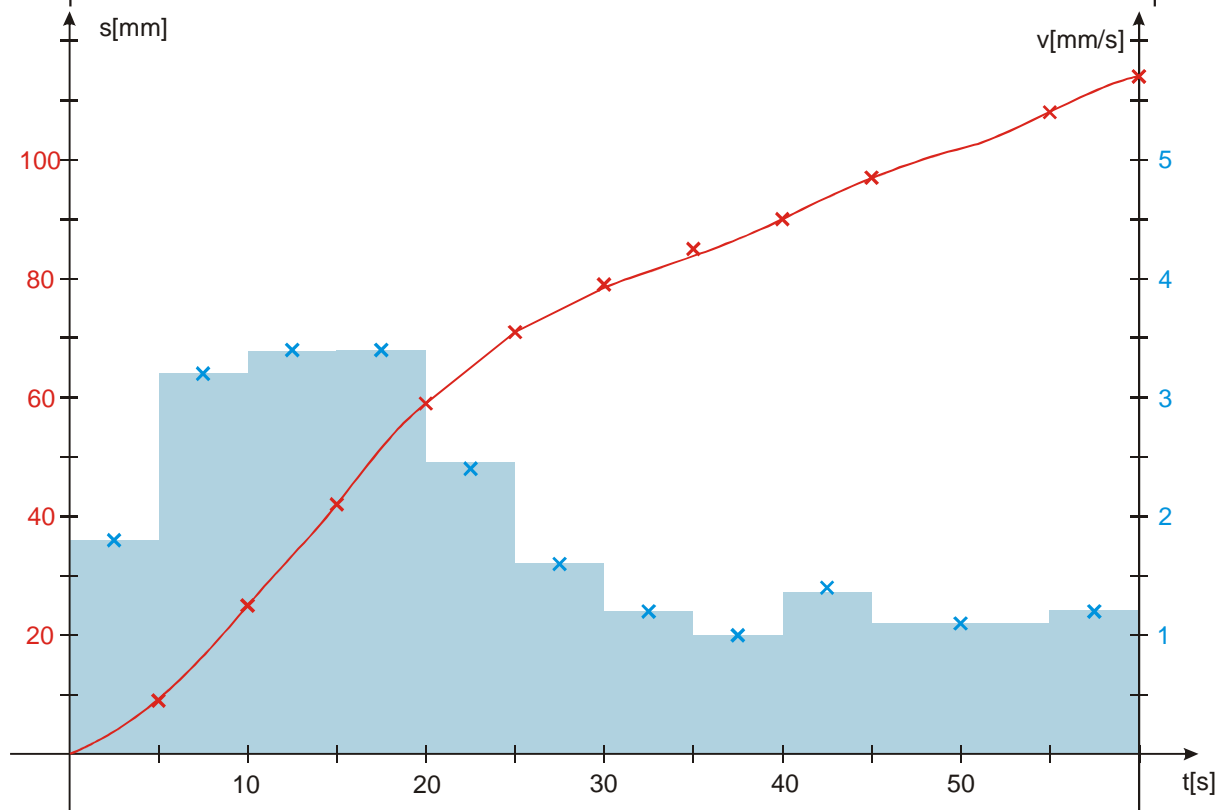
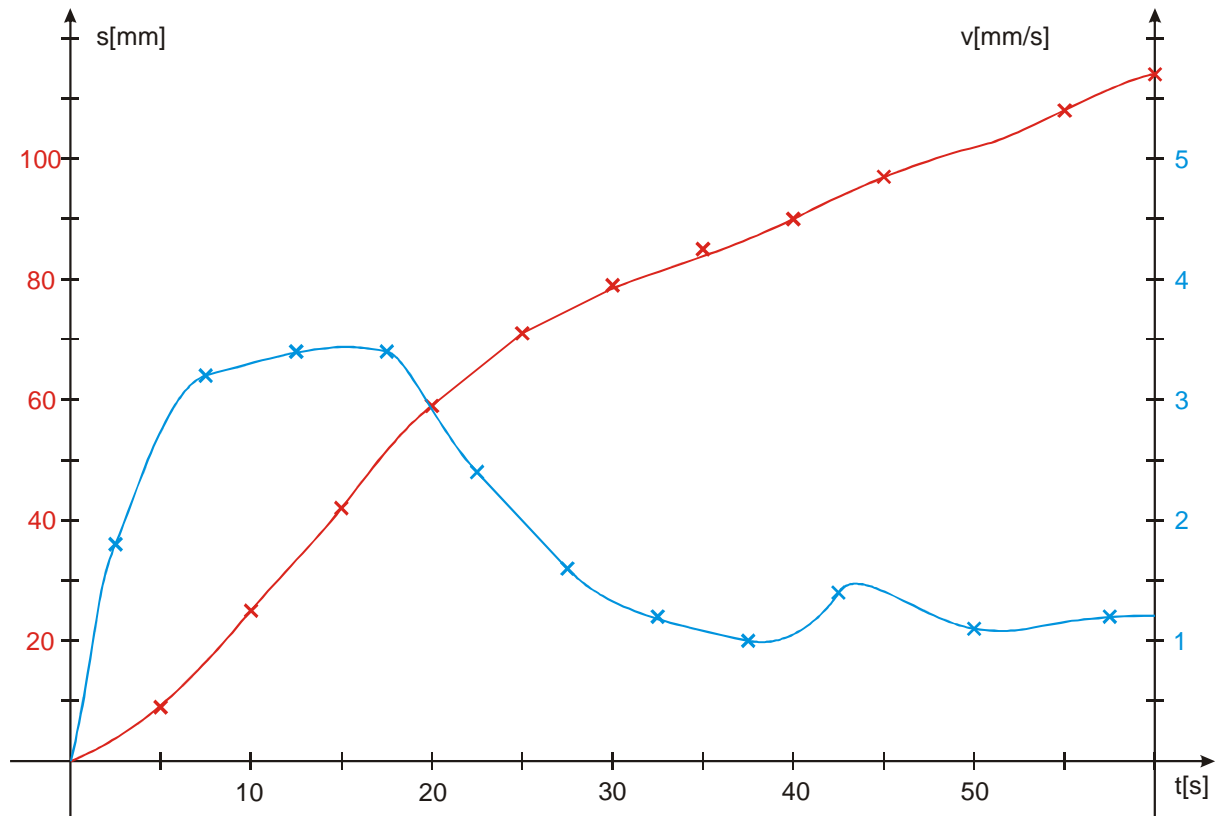
- ve vodorovném směru máme k dispozici 40 čtverečků, na které potřebujeme vynést hodnoty od 0 s do 60 s, hodnoty vynášíme po 5 sekundách \Rightarrow vyneseme 11 hodnot \Rightarrow nejvhodnější bude na 5 s použít 3 čtverečky (využijeme tak 36 čtverečků sešitu)
- hodnoty dráhy se mění od 0 mm do 114 mm \Rightarrow na 10 mm použijeme 2 čtverečky (graf tak bude mít výšku 23 čtverečků)
- hodnoty rychlosti se mění od 0 do 3,4 mm/s, graf by měl zabírat přibližně 20 čtverečků (jako graf dráhy) \Rightarrow 1 mm/s bude zabírat 5 čtverečků (tedy 1 čtvereček odpovídá rychlosti 0,2 mm/s), osu pro rychlost budeme kreslit napravo od plochy pro kreslení grafu

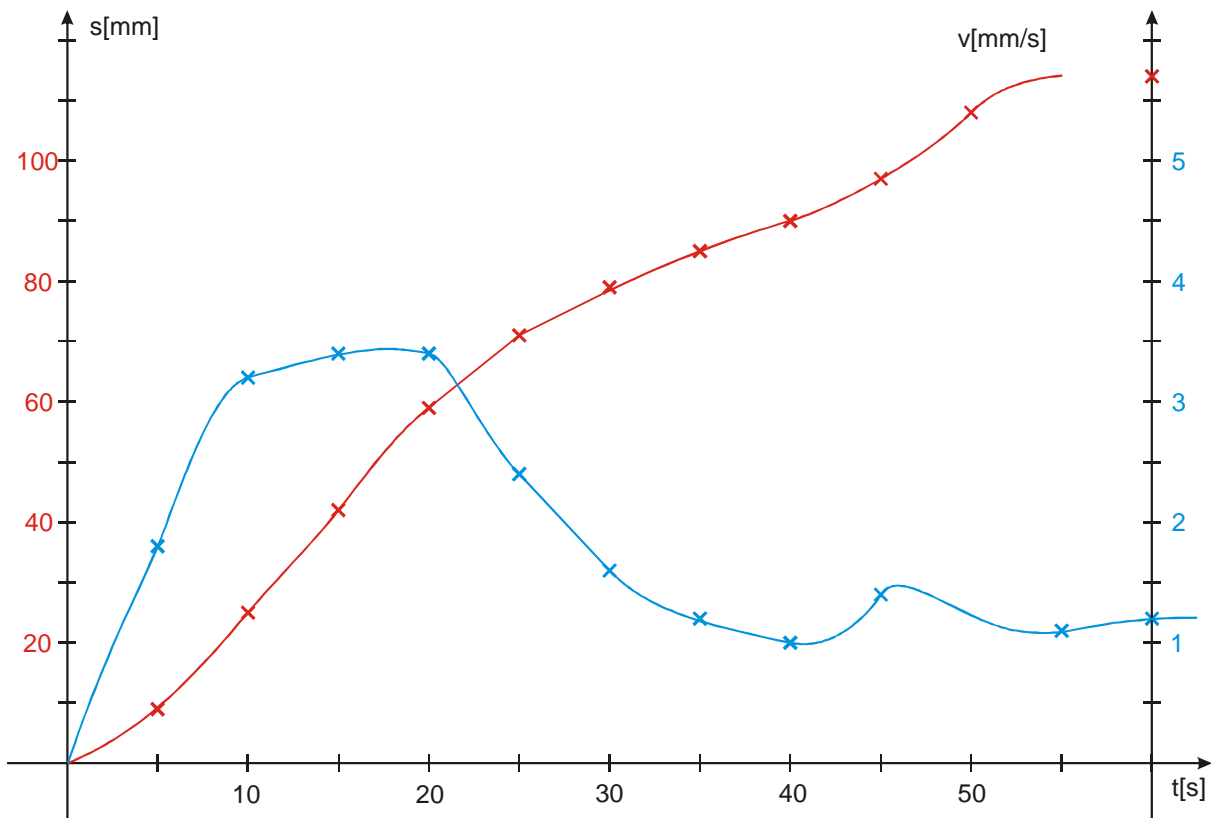
Postřeh: pro pátou sekundu máme v tabulce uvedena dráhu 9 mm a rychlost 1,8 mm/s. Mezi těmito hodnotami je rozdíl. Šnek byl v 5 sekundě opravdu 9 mm od počátku, ale hodnota 1,8 mm/s pro rychlost neznamena, že se právě v tomto okamžiku pohyboval touto rychlostí.

Rychlost 1,8 mm/s je průměrnou hodnotou pro celý interval od 0 s do 5 s \Rightarrow

- hodnoty rychlosti budeme vynášet ne pro konečný čas intervalu (například 5 s), ale pro jeho prostředek (v předchozím příkladě 2,5 s) – první graf
- hodnoty rychlosti nebudeme zobrazovat pomocí bodů, ale pomocí sloupečků, které mají šířku celého intervalu (graf níže)
- hodnoty rychlosti vyneseme normálně, ale budeme držet v paměti, že se týkají i jiných okamžiků

Vynesené hodnoty spojujeme plynulou čarou (příroda nemá ráda ostré hrany).





Hodnoty rychlost jsme spočítali z hodnot dráhy \Rightarrow graf rychlosti musí být „schovaný“ v grafu dráhy. Jak?

Strmost grafu dráhy určuje výšku grafu rychlosti v daném místě:

- velká rychlost \Rightarrow dráha rychle přibývá \Rightarrow její graf je v tomto místě hodně strmý
- malá rychlost \Rightarrow dráha pomalu přibývá \Rightarrow její graf je v tomto místě málo strmý
- nulová rychlost \Rightarrow dráha se nemění \Rightarrow graf dráhy je vodorovný.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je pouze kontrola z poslední hodiny. Ukazují rovnou první z grafů a ptám se, co je na něm divného (posunutí křížků znamenajících rychlost) a proč je to tak nakreslené (rychlost nenáleží pouze konečnému okamžiku, ale celému intervalu).

Jak se učíme. Vybrat to nejdůležitější.

Př. 2: V tabulce je zachycen počátek pohybu šneka. Doplň chybějící pole. Průměrná rychlost pohybu šneka během celého měření byla 1,2 mm/s.

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9		10		22	25	
v [mm/s]				0,25		1,6		1,5	

Druhý sloupec: za 2 s šnek popolezl o 5 mm $\Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5}{2}$ mm/s = 2,5 mm/s.

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9		10		22	25	

v [mm/s]		2,5		0,25		1,6		1,5	
------------	--	-----	--	------	--	-----	--	-----	--

Třetí sloupec: za 2 s (od 2 s do 4 s) šnek popolezl o 4 mm (z 5 mm na 9 mm) \Rightarrow

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4}{2} \text{ mm/s} = 2 \text{ mm/s}.$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9		10		22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25		1,6		1,5	

Čtvrtý sloupec: 4 s (od 4 s do 8 s) šnek lezl rychlostí 0,25 mm/s \Rightarrow ulezl

$\Delta s = v \cdot \Delta t = 0,25 \cdot 4 \text{ mm} = 1 \text{ mm} \Rightarrow$ z dráhy 9 mm se dostal na dráhu 10 mm.

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9	10	10		22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25		1,6		1,5	

Pátý sloupec: za 2 s (od 8 s do 10 s) šnek popolezl o 0 mm (z 10 mm na 10 mm) \Rightarrow

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0}{2} \text{ mm/s} = 0 \text{ mm/s}.$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9	10	10		22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6		1,5	

Šestý sloupec: 5 s (od 10 s do 15 s) šnek lezl rychlostí 1,6 mm/s \Rightarrow ulezl

$\Delta s = v \cdot \Delta t = 1,6 \cdot 5 \text{ mm} = 8 \text{ mm} \Rightarrow$ z dráhy 10 mm se dostal na dráhu 18 mm.

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9	10	10	18	22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6		1,5	

Sedmý sloupec: za 3 s (od 15 s do 18 s) šnek popolezl o 4 mm (z 18 mm na 22 mm) \Rightarrow

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4}{3} \text{ mm/s} = 1,3 \text{ mm/s}.$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18		30
s [mm]	0	5	9	10	10	18	22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6	1,3	1,5	

Osmý sloupec: šnek ulezl 3 mm (z 22 mm na 25 mm) rychlostí 1,5 mm/s \Rightarrow lezl

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{3}{1,5} \text{ s} = 2 \text{ s} \Rightarrow \text{na dráhu 25 mm se dostal v čase 20 s.}$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18	20	30
s [mm]	0	5	9	10	10	18	22	25	
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6	1,3	1,5	

Devátý sloupec: šnek lezl celou dobu průměrnou rychlostí 1,2 mm/s \Rightarrow ulezl celkem

$$s = vt = 1,2 \cdot 30 \text{ mm} = 36 \text{ mm}.$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18	20	30
s [mm]	0	5	9	10	10	18	22	25	36
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6	1,3	1,5	

Za 10 s (od 20 s do 30 s) šnek popolezl o 11 mm (z 25 mm na 36 mm) \Rightarrow

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{11}{10} \text{ mm/s} = 1,1 \text{ mm/s}.$$

t [s]	0	2	4	8	10	15	18	20	30
s [mm]	0	5	9	10	10	18	22	25	36
v [mm/s]		2,5	2	0,25	0	1,6	1,33	1,5	1,1

Pedagogická poznámka: Počátek příkladu je katastrofou. První problém nastává v třetím sloupci, u kterého poměrně brzo (nechám žáky špatnou hodnotu napsat, ale nečekám než podobným způsobem vyplní celou tabulku) upozorňuji, že správným výsledkem není číslo 2,25 (které vychází použitím vzorce $v = \frac{s}{t}$). Pak následuje krátké poučení, že v minulé hodině jsme narazili na to, že okamžité rychlosti se v tabulce počítají jinak, než jsou žáci zvyklí a tudíž se všichni měli pokusit svou dosavadní představu o rychlosti předělat, aby chybu neopakovali. Následuje počítání příkladu. Moje rady se většinou soustředí pouze na to, aby žáci uvědomili, tato hodnota patří k tomuto intervalu, v intervalu se dělo, ... a proto, ... Netrvám na žádném zápisu, snažím jen o to, aby žáci věděli co dělají (což se pozná, když jsou schopní vyplňovat různé zadané sloupce).

Pedagogická poznámka: Poměrně slušná zábava bývá s posledním sloupcem. Hlavně kluci se snaží hodnotu dopočítat pomocí rychlosti, kterou vypočítávají ze známého průměru. Nejdříve upozorňuji, že časové intervaly nejsou stejně dlouhé a proto nemohou počítat s prostým aritmetickým průměrem, podruhé radím, že v posledním sloupci je daleko jednodušší nejdříve vyplnit dráhu a z ní vypočítat rychlost.

Př. 3: Vypočti z tabulky v předchozím příkladu, průměrnou rychlost šneka:

- a) v první polovině pohybu b) mezi 4 s a 18 s.

a) v první polovině pohybu

$$\Delta s = s_{15} - s_0 = 18 - 0 \text{ mm} = 18 \text{ mm}$$

$$\Delta t = 15 - 0 \text{ s} = 15 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18}{15} \text{ mm/s} = 1,2 \text{ mm/s}$$

V první polovině pohybu se šnek se pohyboval průměrnou rychlostí 1,2 mm/s.

b) mezi 4 s a 18 s

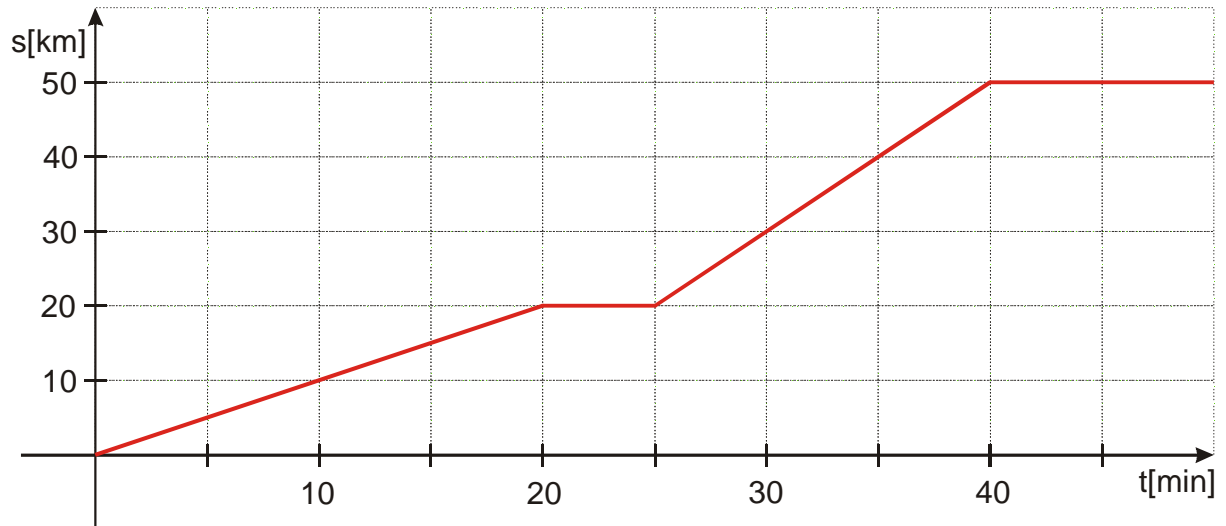
$$\Delta s = s_{18} - s_4 = 22 - 9 \text{ mm} = 13 \text{ mm}$$

$$\Delta t = 18 - 4 \text{ s} = 14 \text{ s}$$

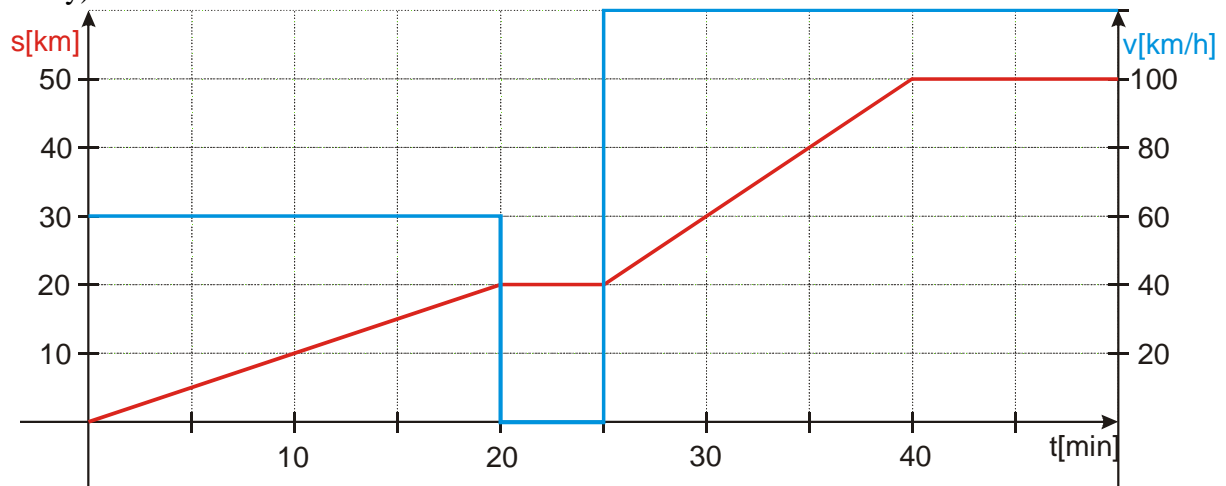
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{13}{14} \text{ mm/s} = 0,93 \text{ mm/s}$$

Mezi 4 s a 18 s se šnek se pohyboval průměrnou rychlostí 0,93 mm/s.

Př. 4: Na obrázku je nakreslen graf dráhy auta na čase. Kdy se auto pohybovalo nejrychleji? Kdy nejpomaleji? Kdy stálo? Načrtni graf rychlosti jeho pohybu. Vypočti jeho rychlosti v jednotlivých částech pohybu.



Největší rychlostí se auto pohybovalo od 25 minuty do 40 minuty (nejstrmější graf dráhy).
 Nejmenší rychlostí se auto pohybovalo od 0 minuty do 20 minuty (nejméně strmý graf dráhy).
 Auto stálo od 20 minuty do 25 minuty a od 40 minuty do konce pohybu (vodorovný graf dráhy).



Rychlost od 0 minuty do 20 minuty.

$$\Delta s = 20 \text{ km}, \Delta t = 20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h} \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20}{\frac{1}{3}} \text{ km/h} = 60 \text{ km/h} .$$

Rychlost od 25 minuty do 40 minuty.

$$\Delta s = 50 - 20 \text{ km} = 30 \text{ km}, \quad \Delta t = 40 - 25 \text{ min} = 15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h} \Rightarrow$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30}{\frac{1}{4}} \text{ km/h} = 120 \text{ km/h}.$$

Př. 5: Převed' na jednotku v závorce.

- | | | |
|----------------|-----------------------|---------------------|
| a) 150 A [kA] | b) 50 000 μ F [F] | c) 0,0002 GW [W] |
| d) 450 nm [mm] | e) 0,005 MJ [mJ] | f) 0,000 22 kH [mH] |

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) 150 A = 0,15 kA | b) 50 000 μ F = 0,05 F |
| c) 0,0002 GW = 200 000 W | d) 450 nm = 0,00045 mm |
| e) 0,005 MJ = 5 000 000 mJ | f) 0,000 22 kH [mH] |

Př. 6: Převed' na jednotku v závorce.

- | | | |
|--|----------------------------------|--|
| a) 1,3 m ² [cm ²] | b) 4 000 m ² [ha] | c) 430 000 mm ³ [m ³] |
| d) 0,002 l [cm ³] | e) 0,000 03 km ³ [hl] | f) 15 000 dm ² [a] |

- | | |
|--|--|
| a) 1,3 m ² = 13 000 cm ² | b) 4 000 m ² = 0,4 ha |
| c) 430 000 mm ³ = 0,00043 m ³ | d) 0,002 l = 0,002 dm ³ = 2 cm ³ |
| e) 0,000 03 km ³ = 30 000 m ³ = 300 000 hl | f) 15 000 dm ² = 1,5 a |

Př. 7: Převed' na jednotku v závorce.

- | | | |
|--|--|-----------------------------------|
| a) 2,3 N/cm ² [N/m ²] | b) 15 g/cm ³ [kg/m ³] | c) 5 000 g/l [kg/m ³] |
| d) 1,3 km/min [km/h] | e) 37 m/min [km/h] | f) 70 mile/h [km/h] |
- 1 mile \doteq 1 609 m

$$a) 2,3 \text{ N/cm}^2 = \frac{2,3 \text{ N}}{1 \text{ cm}^2} = \frac{2,3 \text{ N}}{0,0001 \text{ m}^2} = 23\,000 \text{ N/m}^2$$

$$b) 15 \text{ g/cm}^3 = \frac{15 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = \frac{0,015 \text{ kg}}{0,000\,001 \text{ m}^3} = 15\,000 \text{ kg/m}^3$$

$$c) 5\,000 \text{ g/l} = \frac{5000 \text{ g}}{1 \text{ l}} = \frac{5 \text{ kg}}{1 \text{ dm}^3} = \frac{5 \text{ kg}}{0,001 \text{ m}^3} = 5\,000 \text{ kg/m}^3$$

$$d) 1,3 \text{ km/min} = \frac{1,3 \text{ km}}{1 \text{ min}} = \frac{1,3 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ min}} = 1,3 \cdot 60 \text{ km/h} = 78 \text{ km/h}$$

$$e) 37 \text{ m/min} = \frac{37 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{0,037 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = 0,037 \cdot 60 \text{ km/h} = 2,22 \text{ km/h}$$

$$f) 70 \text{ mile/h} = \frac{70 \text{ mile}}{1 \text{ h}} = \frac{70 \cdot 1609 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{112\,630 \text{ m}}{1 \text{ h}} = \frac{112,63 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 112,63 \text{ km/h}$$

Př. 8: Předmět z látky B má o polovinu větší objem a dvakrát větší hmotnost než předmět z látky A . Kolikrát je hustota látky B větší nebo menší než hustota látky A ?

Hmotnost látky B se oproti látce A zvětšila víckrát než se zvětšil její objem \Rightarrow hustota látky B je větší než látky A .

Odvození poměru: látka A $\rho_A = \frac{m_A}{V_A}$, látka B : $m_B = 2m_A$ (dvakrát větší hmotnost),

$V_B = V_A + 0,5V_A = 1,5V_A$ (o polovinu větší objem).

Dosazení: $\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{2m_A}{1,5V_A} = \frac{4}{3}\rho_A$.

Látka B má o třetinu větší hustotu než látka A .

Shrnutí: Při výpočtech v tabulce musíme neustále dávat pozor, kterých dvou sloupců se hodnoty týkají.