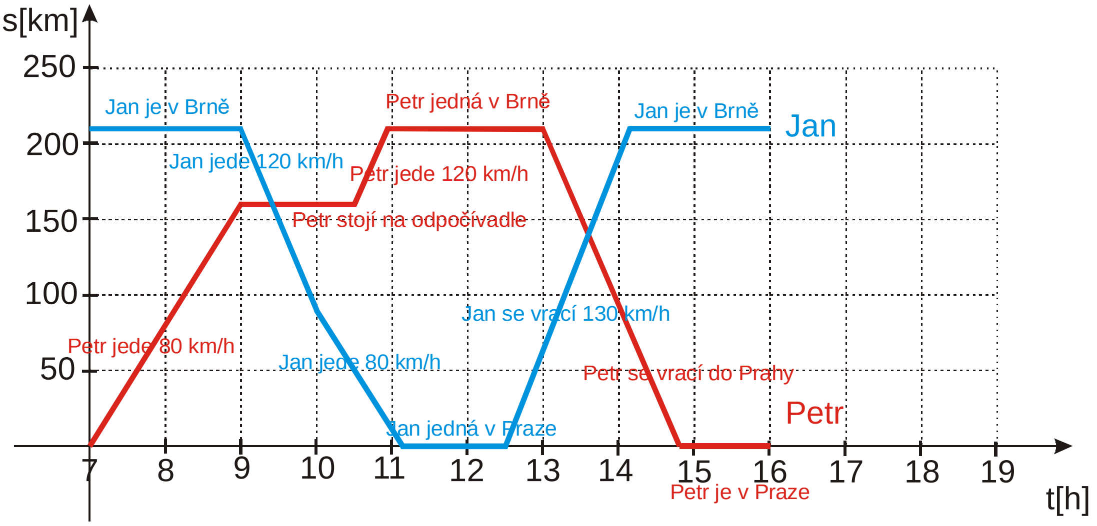
1.1.14 Rovnoměrný pohyb V

Předpoklady: 010113

Pedagogická poznámka: Následující příklad je dokončení z minulé hodiny. Studenti by měli mít graf polohy nakreslený z minulé hodiny nebo z domova.

Př. 1: Petr vyjede v sedm hodin ráno po dálnici z Prahy do Brna rychlostí 80 km/h. Po dvou hodinách jízdy zastaví na odpočívadle. Po hodině a půl se vydá opět na Brno a dojede do něj rychlostí 120 km/h. V Brně absolvuje dvouhodinové jednání a ve 13:00 se začne vracet do Prahy rychlostí 120 km/h.
Jan vyrazí v 9 hodin z Brna směrem na Prahu rychlostí 120 km/h. Po hodině jízdy dojede kolonu a tak jízdu dokončí rychlostí 80 km/h. V Praze se staví na jednání a ve 12:30 se vydá do Brna rychlostí 130 km/h.
Vzdálenost Praha-Brno je 210 km.
Nakresli graf polohy obou řidičů.
Kdy dorazí Petr do Brna? Kdy dorazí Jan do Prahy? Kdy se oba vrátí domů? Kdy a kde se potkají v průběhu cesty?

Grafy polohy jsou na obrázku.



Pomocí grafu vyřešíme další úlohy:

Kdy dojede Petr do Brna?

Petr vyjíždí z odpočívadla na 160 km od Prahy v 10:30. Do Brna mu chybí 50 km, jede rychlostí 120 km/h. Čas na jízdu: $t=\frac{s}{v}=\frac{50}{120}=0,41\,\mathrm{h}=25\,\mathrm{min}$. Petr dojede do Brna v 10:55.

Kdy se Petr vrátí domů?

Petr vyjíždí domů v 13:00 (dvě hodiny po příjezdu do Brna). Jede rychlostí 120 km/h vzdálenost 210 km. Čas na jízdu: $t=\frac{s}{v}=\frac{210}{120}=1,75\,\mathrm{h}=1\mathrm{h}\,45\,\mathrm{min}$. Petr se vrátí do Prahy v 14:45.

Kdy dojede Jan do Prahy?

Jan je v 10:00 90 km od Prahy (120 km z 210 ujel během předchozí hodiny). Jede rychlostí 80 km/h. Čas na jízdu: $t=\frac{s}{v}=\frac{90}{80}=1,125\,\mathrm{h}=1\mathrm{h}\,7,5\,\mathrm{min}$. Jan dojede do Prahy v 11:08.

Kdy se Jan vrátí do Brna?
Jan vyjíždí zpět do Brna ve 12:30. Jede rychlostí 130 km/h vzdálenost 210 km. Čas na jízdu:
$t = \frac{s}{v} = \frac{210}{130} = 1,62\,\text{h} = 1\text{h}\,37\,\text{min}$. Jan se vrátí do Brna ve 14:07.
Kdy a kde se oba řidiči potkají?
V obrázku jsou vidět dvě místa, kdy se oba grafy protínají.
První je přibližně v 9:30 na odpočívadle, kde čeká Petr. Oba se tedy setkají na 160 km od Prahy. Čas určíme jako čas, který potřebuje Jan, aby se dostal na 160 km od Prahy (tedy 50 km od Brna). Jan vyjel v 9:00 rychlostí 120 km/h, musí ujet 50 km. Čas na jízdu:
$t = \frac{s}{v} = \frac{50}{120} = 0,41\,\text{h} = 25\,\text{min}$. Jan potká Petra v 9:25 na odpočívadle 160 km od Prahy.
Druhé setkání se uskuteční během zpáteční cesty. Petr se vrací od 13:00 do Prahy rychlostí 120 km/h, Jan se od 12:30 vrací do Brna rychlostí 130 km/h. Ve chvíli, kdy se potkají urazí dohromady vzdálenost Praha-Brno.

$s_P + s_J = 210$

$v_P t_P + v_J t_J = 210$ Jan jede o půlhodiny déle než Petr $t_J = t_P + 0,5$

$v_P t_P + v_J \left(t_P + 0,5\right) = 210$

Dosadíme za rychlosti: $120 t_P + 130\left(t_P + 0,5\right) = 210$

$120 t_P + 130 t_P + 65 = 210$

$250 t_P = 145$

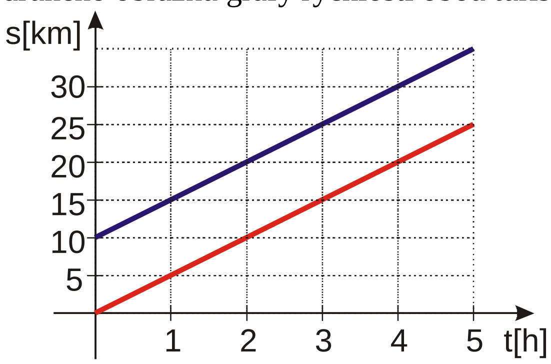
$250 t_P = 145$

$t_P = 0,58\,\text{h} = 35\,\text{min}$

Vzdálenost od Brna $s_P = v_P t_P = 120 \cdot 0,58\,\text{km} = 69,6\,\text{km}$

Řidiči se potkají v 13:35 ve vzdálenosti 70 km od Brna.

Př. 2: Na obrázku jsou grafy pohybu dvou turistů Karla (modrý graf) a Honzy (červený graf) během prvních pěti hodin jejich pohybu. Urči jejich rychlosti. Nakresli do druhého obrázku grafy rychlosti obou turistů.

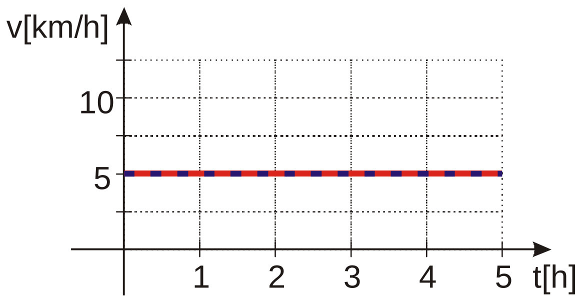


Oba grafy jsou rovnoběžné přímky $\Rightarrow$ oba chodci se pohybují rovnoměrně (asi stejnou rychlostí)
Spočteme rychlosti:

Karel: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{35-10}{5}\,\text{km/h} = \frac{25}{5}\,\text{km/h} = 5\,\text{km/h}$

Honza: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25-0}{5}\,\text{km/h} = \frac{25}{5}\,\text{km/h} = 5\,\text{km/h}$

rychlost pohybu obou turistů je doopravdy stejná



Oba grafy jsou zcela stejné, takže čáry se překrývají $\Rightarrow$ grafy rychlostí jsou stejné.

Je zajímavé, že ze dvou různých grafů polohy se staly dva stejné grafy rychlosti. $\Rightarrow$ vztah mezi rychlostí a polohu není zcela symetrický. V poloze je ukryta veškerá informace o rychlosti, v rychlosti je ukryta informace o změnách polohy, ale ne o počáteční poloze $\Rightarrow$ dva pohyby se stejnou časovou závislostí rychlosti, se mohou lišit v počáteční poloze (při výpočtu rychlosti, se počáteční dráha odečte).

Př. 3: Pohybová tabulka zachycuje rovnoměrný pohyb USO (Unidentifiable Shoving Object). Doplň všechna pole tabulky.

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]		8	12		30	50
Rychlost [cm/s]						

Rovnoměrný pohyb $\Rightarrow$ řádka rychlostí musím mít všude stejné hodnoty $\Rightarrow$ spočteme rychlost z druhého a třetího sloupce:

$\Delta t = 4 - 2\,\text{s} = 2\,\text{s}$, $\Delta s = 12 - 8\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$ $\Rightarrow$ $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{4}{2}\,\text{cm/s} = 2\,\text{cm/s}$

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]		8	12		30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

doba mezi měřením v prvním a druhém sloupci $\Delta t = 2 - 0\,\text{s} = 2\,\text{s}$

dráha uražená za tuto dobu: $\Delta s = v \cdot \Delta t = 2 \cdot 2\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$

$\Rightarrow$ v prvním sloupci: $s = 4\,\text{cm}$, v čtvrtém sloupci: $s = 16\,\text{cm}$

Čas [s]	0	2	4	6		
Poloha [cm]	4	8	12	16	30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

při pohybu mezi čtvrtým a pátým sloupcem urazilo USO 14 cm $\Rightarrow$ $\Delta t = \dfrac{\Delta s}{4} = \dfrac{14}{2}\,\text{s} = 7\,\text{s}$ $\Rightarrow$

čas v pátém sloupci 13 s

podobně v šestém sloupci

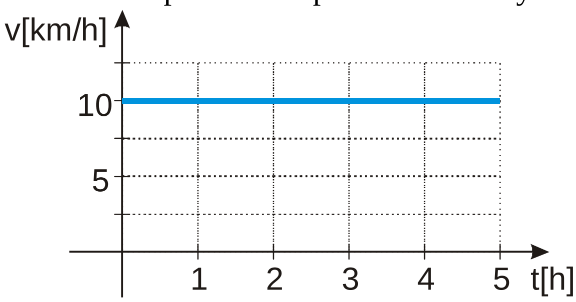
Čas [s]	0	2	4	6	13	23
Poloha [cm]	4	8	12	16	30	50
Rychlost [cm/s]		2	2	2	2	2

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je velmi poučný. Správné ho řešíme na základě pravidla pro rovnoměrný pohyb = konstantní rychlosti. Studenti však mají vypozorovaná dvě „pravidla“, která vedou na špatné řešení:
časový interval je pořád stejný
poloha začíná nulou
Je potřeba si s nimi vyjasnit, že i když všechny (většina) předchozích příkladů tato pravidla splňovala, není žádný důvod k tomu, aby platila v libovolném budoucím příkladu. Pravidla, která platí, by měla mít logický důvod a tím „zatím to tak bylo“ opravdu není.

Dodatek: K celkové klasifikaci neidentifikovatelných objektů:
UFO - Unidentifiable Flying Object – Neidentifikovatelný létající objekt,
USO - Unidentifiable Shoving Object – Neidentifikovatelný sunoucí se objekt,
UFLO - Unidentifiable FLoating Object – Neidentifikovatelný plavoucí objekt,
UDO - Unidentifiable Diging Object – Neidentifikovatelný prokopávájící se objekt.

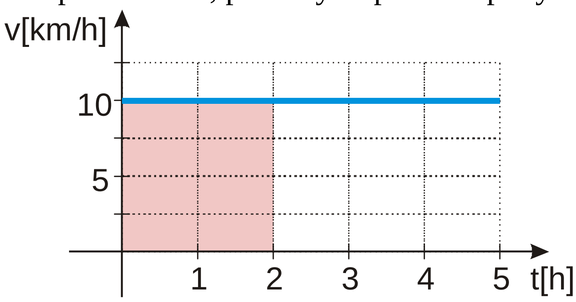
V budoucnosti se ukáže vcelku užitečné, když se naučíme, jak v grafu rychlosti najít uraženou dráhu.

Př. 4: Na obrázku je nakreslen graf rychlosti rovnoměrného pohybu. Vyznač v grafu dráhu, kterou urazí předmět za první dvě hodiny.



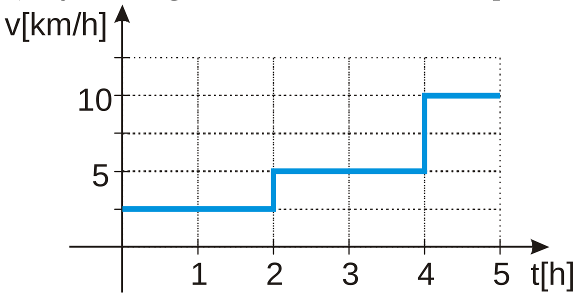
Dráha za první dvě hodiny: $s = vt = 10 \cdot 2\,\text{km} = 20\,\text{km}$

Vzorec $s = vt$, který jsme pro výpočet použili, odpovídá vzorci pro výpočet obsahu obdélníka $S = ab$. V našem konkrétním případě: $S = ab = vt = 10 \cdot 2$.
Kreslíme obdélník, kde jedna jeho strana o délce 10 odpovídá rychlosti a druhá strana o délce 2 odpovídá času, po který se předmět pohyboval.

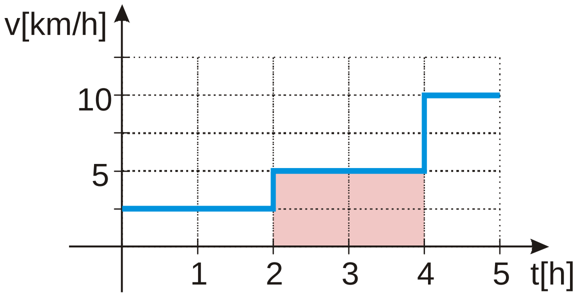


Př. 5: Na obrázku je nakreslen graf rychlosti.
a) Vyznač v grafu dráhu, kterou urazí předmět mezi 2. a 4. hodinou pohybu.

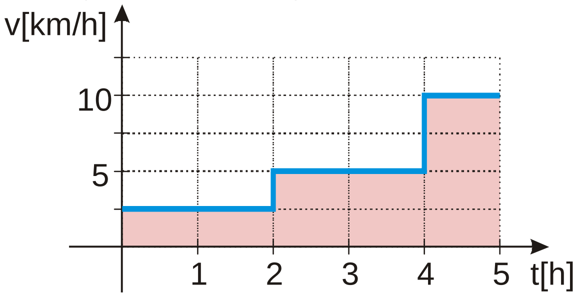
b) Vyznač v grafu dráhu, kterou urazí předmět během celého pohybu.



a) Vyznač v grafu dráhu, kterou urazí předmět mezi 2. a 4. hodinou pohybu.
kreslíme obdélník os stranách 5 (odpovídá rychlosti) a 2 (odpovídá času od 2. do 4 . hodiny)



b) Vyznač v grafu dráhu, kterou urazí předmět během celého pohybu.
V předchozím grafu je vyznačena dráha pro část pohybu stejným způsobem označíme dráhu pro zbývající části pohybu



Dráhu, kterou urazí během pohybu libovolný předmět, můžeme v grafu rychlosti zobrazit jako plochu pod čarou grafu.

Shrnutí: Dráha je v grafu rychlosti skryta jako plocha pod čarou grafu.