

1.1.20 Řešení příkladů na rovnoměrně zrychlený pohyb II

Předpoklady: 010119

Př. 1: Auto před vjezdem do vesnice zpomalilo za 3 s z 90 km/h na 50 km/h. S jakým zrychlením se pohybovalo? Jakou při brždění urazilo dráhu?

$$t = 3 \text{ s}, v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}, v = 50 \text{ km/h} = 13,9 \text{ m/s}, a = ?, s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu: $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$ můžeme vypočítat zrychlení

z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{13,9 - 25}{3} \text{ m/s}^2 = -3,7 \text{ m/s}^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 25 \cdot 3 + \frac{1}{2} (-3,7) \cdot 3^2 \text{ m} = 58,4 \text{ m}$$

Auto brzdilo se zrychlením $-3,7 \text{ m/s}^2$ a urazilo při tom dráhu 58,4 m.

Pedagogická poznámka: Dráha pohybu by se samozřejmě dala počítat i obecně, ale v tuto chvíli je to bezpochyby nad možnosti žáků.

Žáci většinou používají pro výpočet zrychlení definiční vztah $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13,9 - 25}{3}$.

Rozhodně nejde o chybu, ale snažím se je přesvědčit, aby používali spíše soustavu rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb.

V předchozím příkladu se opět ukázalo, že stejně jako u rychlosti i u zrychlení má znaménko svůj význam.

záporné zrychlení = zrychlení, které zmenšuje rychlost

V některých případech se pro pohyb, který se zpomaluje (tedy se záporným zrychlením) používá jiná sada rovnic – rovnice pro rovnoměrně zpomalený pohyb:

- $v = v_0 - at$,

- $s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$.

Záporné znaménko před členy se zrychlením má stejný význam jako dosazení záporného čísla za zrychlení.

My si nebudeme plést hlavy, budeme důsledně používat jenom původní rovnice (rovnice s plus) a dosazovat do nich záporné zrychlení.

Př. 2: Kus modelíny dopadl na zem rychlostí 5 m/s a zastavil se zrychlením 900 m/s^2 . Jak dlouho modelína zastavovala? O kolik se modelína zmáčkla?

$$v_0 = 5 \text{ m/s}, a = -900 \text{ m/s}^2 \text{ (modelína zpomaluje)}, v = 0, t = ?$$

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 5}{-900} \text{ s} = 0,0056 \text{ s}$$

Zdrcnutí modelíny odpovídá dráze, na které modelína zastavila.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 5 \cdot 0,0056 + \frac{1}{2} \cdot (-900) \cdot 0,0056^2 \text{ m} = 0,014 \text{ m}$$

Modelína zastavila za 0,0056 s a zdrcla se o 1,4 cm.

Př. 3: Na letící kámen působí gravitační síla Země a urychluje ho směrem dolů se zrychlením 10 m/s^2 . Jakou rychlostí jsme hodili kolmo vzhůru kámen, když dopadl za 3,2 s? (předpokládej, že kámen dopadne do stejné výšky, z jaké byl hozen) V jaké nejvyšší výšce se kámen během letu nacházel?

Dokud kámen letí vzhůru, zrychlení zmenšuje jeho rychlost, jakmile kámen zpomalí na nulovou rychlost, začne ho Země zrychlovat na druhou stranu.

Stoupavá i klesavá fáze trvají stejně dlouho (jak jsme viděli i na pokusu s míčem) \Rightarrow kámen musí stoupat 1,6 s (polovinu doby).

$$v = 0 \text{ m/s} \quad t = 1,6 \text{ s} \quad a = -10 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = ?$$

$$v = v_0 + at$$

$$v_0 = v - at = 0 - (-10) \cdot 1,6 \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}$$

Do nejvyššího bodu dráhy letěl kámen polovinu doby $t = 1,6 \text{ s}$.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 16 \cdot 1,6 + \frac{1}{2} (-10) \cdot 1,6^2 \text{ m} = 12,8 \text{ m}$$

Kámen jsme hodili rychlostí 16 m/s, vyletěl do výšky 12,8 m.

Jednodušší je možnost spočítat si pohyb kamene během pádu z nejvyšší polohy.

$$v_0 = 0 \text{ m/s} \quad t = 1,6 \text{ s} \quad a = 10 \text{ m/s}^2 \quad v = ?$$

$$v = at = 10 \cdot 1,6 \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1,6^2 \text{ m} = 12,8 \text{ m}$$

Kámen dopadl rychlostí 16 m/s z výšky 12,8 m.

Pedagogická poznámka: Fakta uvedená v předchozím příkladu, můžete snadno dokumentovat na grafu skákajícího míče z hodiny 010116. Pokud si studenti všimnou, že stoupání a klesání se zcela neshodují, přiznejte, že pohyb je trochu ovlivněný odporem vzduchu.

Př. 4: Doplň pohybovou tabulku, která zachycuje rovnoměrně zrychlený pád kamene. Z jaké výšky byl vyhozen? Proč je v druhém řádku použito u označení veličiny x a ne s jako v předchozích příkladech? Proč je v řádce se zrychlením uvedena hodnota -10 m/s^2 ? Jaká byla počáteční rychlost kamene? Byl vyhozen směrem nahoru nebo dolů? Urči jeho polohu v čase 0,4 s pomocí vzorce. Proč se oba výsledky liší?

$t[\text{s}]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$x[\text{m}]$	20						

v [m/s]		3					
a [m/s ²]	-10						

V prvním sloupci je v druhém řádku uvedena hodnota 20 m \Rightarrow kámen jsme vyhodili z výšky 20 m nad zemí.

Písmenem x se označuje poloha, která se může na rozdíl od dráhy zmenšovat. Kámen padá dolů \Rightarrow jeho výška nad zemí se bude časem snižovat \Rightarrow musíme použít polohu ne dráhu. Zrychlení kamene směřuje k zemi \Rightarrow směřuje k menším hodnotám polohy \Rightarrow má záporné znaménko \Rightarrow hodnota -10 m/s^2 .

Doplňujeme stejně jako dříve.

- Rychlost v čase 0,2 s: Mezi časy 0,1 a 0,2 uplynulo 0,1 s, kámen se pohyboval se zrychlením $-10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = (-10) \cdot 0,1 \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$, přičteme k předchozí rychlosti $\Rightarrow v_{0,2} = v_{0,1} + \Delta v = 3 + (-1) \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$.
- Poloha v čase 0,1: Mezi časy 0,0 a 0,1 uplynulo 0,1 s, kámen se pohyboval se rychlostí 3 m/s $\Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$, přičteme k předchozí poloze $\Rightarrow x_{0,1} = x_0 + \Delta x = 20 + 0,3 \text{ m} = 20,3 \text{ m}$.
- ...

t [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
x [m]	20	20,3	20,5	20,6	20,6	20,5	20,3
v [m/s]	4	3	2	1	0	-1	-2
a [m/s ²]	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10

Počáteční rychlost 4 m/s, kámen jsme hodili směrem vzhůru (opačný směr než zrychlení, výška se na počátku pohybu zvětšuje).

Poloha pomocí vzorce: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20 + 4 \cdot 0,4 + \frac{1}{2} (-10) \cdot 0,4^2 \text{ m} = 20,8 \text{ m}$.

Poloha určená vzorce je větší, protože v tabulce předpokládáme, že po celou dobu od času 0 s do času 0,1 s se kámen pohyboval rychlostí 3 m/s, přičemž on měl celou dobu rychlost větší.

Př. 5: Auto jede rychlostí 130 km/h. Urči dráhu, kterou auto ujede do zastavení od okamžiku, kdy řidič spatří překážku. Auto jede nejdříve rovnoměrně 1 s (doba než řidič zareaguje + doba auto začne brzdit), pak brzdí rovnoměrně se zpomalením 8 m/s^2 (brzdy sešlápnuté nadoraz).

Jde o dva pohyby \Rightarrow řešíme dva příklady.

Rovnoměrný pohyb (od spatření do začátku brždění): $v = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$, $t = 1 \text{ s}$, $s = ?$

$$s = vt = 36 \cdot 1 \text{ m} = 36 \text{ m}$$

Rovnoměrně zrychlený pohyb (brždění): $v_0 = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$, $a = 8 \text{ m/s}^2$, $v = 0 \text{ m/s}$, $s = ?$

Rovnice zrychleného pohybu: $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$ můžeme vypočítat čas z první

rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 36}{-8} \text{ s} = 4,5 \text{ s}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 36 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} (-8) \cdot 4,5^2 \text{ m} = 81 \text{ m}$$

Auto ujede před zastavením 117 m.

Př. 6: Jakou dráhu ujede než zpomalí na rychlost 30 km/h (při této rychlosti přežije srážku 90% chodů. Při vyšší rychlostech úmrtnost prudce narůstá – www.ibesip.cz)?

Stejný příklad jako předchozí, pouze se změní hodnoty dosazované do rovnoměrně zrychlené části pohybu.

Rovnoměrný pohyb: $s = vt = 36 \cdot 1 \text{ m} = 36 \text{ m}$.

Rovnoměrně zrychlený pohyb (brždění): $v_0 = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$, $a = 8 \text{ m/s}^2$,

$v = 30 \text{ km/h} = 8,3 \text{ m/s}$, $s = ?$

Rovnice zrychleného pohybu: $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$ můžeme vypočítat čas z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{8,3 - 36}{-8} \text{ s} = 3,5 \text{ s}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 36 \cdot 3,5 + \frac{1}{2} (-8) \cdot 3,5^2 \text{ m} = 77 \text{ m}$$

Auto ujede před zastavením 113 m.

Př. 7: Navrhni, jak pomocí běžných pomůcek změřit dobu, po kterou modelína brzdí při rozplácnutí o podlahu.

Stačí nám metr.

Dvakrát využijeme vzorce pro rovnoměrně zrychlený pohyb.

Pustíme modelínu ze změřené výšky na zem \Rightarrow výpočtem určíme rychlost, kterou dopadá na zem.

Změříme deformaci modelíny \Rightarrow jde o dráhu jejího zpomaleného pohybu a z ní můžeme určit dobu zpomalování.

Shrnutí: Záporné znaménko zrychlení znamená zpomalování.