

## 1.1.20 Řešení příkladů na rovnoměrně zrychlený pohyb II

**Předpoklady:** 010119

**Př. 1:** Auto před vjezdem do vesnice zpomalilo za 3 s z 90 km/h na 50 km/h. S jakým zrychlením se pohybovalo? Jakou při brždění urazilo dráhu?

$$t = 3 \text{ s}, v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}, v = 50 \text{ km/h} = 13,9 \text{ m/s}, a = ?, s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu:  $v = v_0 + at$ ,  $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$  můžeme vypočítat zrychlení

z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{13,9 - 25}{3} \text{ m/s}^2 = -3,7 \text{ m/s}^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 25 \cdot 3 + \frac{1}{2} (-3,7) \cdot 3^2 \text{ m} = 58,4 \text{ m}$$

Auto brzdilo se zrychlením  $-3,7 \text{ m/s}^2$  a urazilo při tom dráhu 58,4 m.

**Pedagogická poznámka:** Dráha pohybu by se samozřejmě dala počítat i obecně, ale v tuto chvíli je to bezpochyby nad možnosti žáků.

Žáci většinou používají pro výpočet zrychlení definiční vztah  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{13,9 - 25}{3}$ .

Rozhodně nejde o chybu, ale snažím se je přesvědčit, aby používali spíše soustavu rovnic pro rovnoměrně zrychlený pohyb.

V předchozím příkladu se opět ukázalo, že stejně jako u rychlosti i u zrychlení má znaménko svůj význam.

**záporné zrychlení = zrychlení, které zmenšuje rychlost**

V některých případech se pro pohyb, který se zpomaluje (tedy se záporným zrychlením) používá jiná sada rovnic – rovnice pro rovnoměrně zpomalený pohyb:

- $v = v_0 - at$ ,

- $s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$ .

Záporné znaménko před členy se zrychlením má stejný význam jako dosazení záporného čísla za zrychlení.

My si nebudeme plést hlavy, budeme důsledně používat jenom původní rovnice a dosazovat do nich záporné zrychlení.

**Př. 2:** Kus modelíny dopadl na zem rychlostí 5 m/s a zastavil se zrychlením  $900 \text{ m/s}^2$ . Jak dlouho modelína zastavovala? O kolik se modelína zmáčkla?

$$v_0 = 5 \text{ m/s}, a = -900 \text{ m/s}^2 \text{ (modelína zpomaluje)}, v = 0, t = ?$$

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 5}{-900} \text{ s} = 0,0056 \text{ s}$$

Zdrnutí modelíny odpovídá dráze, na které modelína zastavila.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 5 \cdot 0,0056 + \frac{1}{2} (-800) \cdot 0,0056^2 \text{ m} = 0,014 \text{ m}$$

Modelína zastavila za 0,0056 s a zdrcla se o 1,4 cm.

**Př. 3:** Na letící kámen působí gravitační síla Země a urychluje ho směrem dolů se zrychlením  $10 \text{ m/s}^2$ . Jakou rychlostí jsme hodili kolmo vzhůru kámen, když dopadl za 3,2 s? (předpokládej, že kámen dopadne do stejné výšky z jaké byl hozen) V jaké nejvyšší výšce se kámen během letu nacházel?

Dokud kámen letí vzhůru, zrychlení zmenšuje jeho rychlost, jakmile kámen zpomalí na nulovou rychlost, začne ho Země zrychlovat na druhou stranu.

Stoupavá i klesavá fáze trvají stejně dlouho (jak jsme viděli i na pokusu s míčem)  $\Rightarrow$  kámen musí stoupat 1,6 s (polovinu doby).

$$v = 0 \text{ m/s} \quad t = 1,6 \text{ s} \quad a = -10 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = ?$$

$$v = v_0 + at$$

$$v_0 = v - at = 0 - (-10) \cdot 1,6 \text{ m/s} = 16 \text{ m/s}$$

Do nejvyššího bodu dráhy letěl kámen polovinu doby  $t = 1,6 \text{ s}$ .

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 16 \cdot 1,6 + \frac{1}{2} (-10) \cdot 1,6^2 \text{ m} = 12,8 \text{ m}$$

Kámen jsme hodili rychlostí 16 m/s, vyletěl do výšky 12,8 m.

**Pedagogická poznámka:** Fakta uvedená v předchozím příkladu, můžete snadno dokumentovat na grafu skákajícího míče z hodiny 010116. Pokud si studenti všimnou, že stoupání a klesání se zcela neshodují, přiznejte, že pohyb je trochu ovlivněný odporem vzduchu.

**Př. 4:** Doplně pohybovou tabulku, která zachycuje rovnoměrně zrychlený pád kamene. Z jaké výšky byl vyhozen? Proč je v druhém řádku použito u označení veličiny  $x$  a ne  $s$  jako v předchozích příkladech? Proč je v řádce se zrychlením uvedena hodnota  $-10 \text{ m/s}^2$ ? Jaká byla počáteční rychlost kamene? Byl vyhozen směrem nahoru nebo dolů? Urči jeho polohu v čase 0,4 s pomocí vzorce. Proč se oba výsledky liší?

$t [\text{s}]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$x [\text{m}]$	20						
$v [\text{m/s}]$		3					
$a [\text{m/s}^2]$	-10						

V prvním sloupci je v druhém řádku uvedena hodnota 20 m  $\Rightarrow$  kámen jsme vyhodili z výšky 20 m nad zemí.

Písmenem  $x$  se označuje poloha, která se může na rozdíl od dráhy zmenšovat. Kámen padá dolů  $\Rightarrow$  jeho výška nad zemí se bude časem snižovat  $\Rightarrow$  musíme použít polohu ne dráhu.

Zrychlení kamene směřuje k zemi  $\Rightarrow$  směřuje k menším hodnotám polohy  $\Rightarrow$  má záporné znaménko  $\Rightarrow$  hodnota  $-10 \text{ m/s}^2$ .

Doplňujeme stejně jako dříve.

- Rychlost v čase 0,2 s: Mezi časy 0,1 a 0,2 uplynulo 0,1 s, kámen se pohyboval se zrychlením  $-10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t = (-10) \cdot 0,1 \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$ , přičteme k předchozí rychlosti  $\Rightarrow v_{0,2} = v_{0,1} + \Delta v = 3 + (-1) \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$ .
- Poloha v čase 0,1: Mezi časy 0,0 a 0,1 uplynulo 0,1 s, kámen se pohyboval se rychlostí  $3 \text{ m/s} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 3 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$ , přičteme k předchozí poloze  $\Rightarrow x_{0,1} = x_0 + \Delta x = 20 + 0,3 \text{ m} = 20,3 \text{ m}$ .
- ...

$t [\text{s}]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$x [\text{m}]$	20	20,3	20,5	20,6	20,6	20,5	20,3
$v [\text{m/s}]$	4	3	2	1	0	-1	-2
$a [\text{m/s}^2]$	-10	-10	-10	-10	-10	-10	-10

Počáteční rychlost  $4 \text{ m/s}$ , kámen jsme hodili směrem vzhůru (opačný směr než zrychlení, výška se na počátku pohybu zvětšuje).

Poloha pomocí vzorce:  $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20 + 4 \cdot 0,4 + \frac{1}{2} (-10) \cdot 0,4^2 \text{ m} = 20,8 \text{ m}$ .

Poloha určená vzorce je větší, protože v tabulce předpokládáme, že po celou dobu od času 0 s do času 0,1 s se kámen pohyboval rychlostí  $3 \text{ m/s}$ , přičemž on měl celou dobu rychlost větší.

**Př. 5:** Auto jede rychlostí  $130 \text{ km/h}$ . Urči dráhu, kterou auto ujede do zastavení od okamžiku, kdy řidič spatří překážku. Auto jede nejdříve rovnoměrně  $1 \text{ s}$  (doba než řidič zareaguje + doba auto začne brzdit), pak brzdí rovnoměrně se zpomalením  $8 \text{ m/s}^2$  (brzdy sešlápnuté nadoraz).

Jde o dva pohyby  $\Rightarrow$  řešíme dva příklady.

Rovnoměrný pohyb (od spatření do začátku brždění):  $v = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$ ,  $t = 1 \text{ s}$ ,  $s = ?$

$$s = vt = 36 \cdot 1 \text{ m} = 36 \text{ m}$$

Rovnoměrně zrychlený pohyb (brždění):  $v_0 = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$ ,  $a = 8 \text{ m/s}^2$ ,  $v = 0 \text{ m/s}$ ,  $s = ?$

Rovnice zrychleného pohybu:  $v = v_0 + at$ ,  $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$  můžeme vypočítat čas z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 36}{-8} \text{ s} = 4,5 \text{ s}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 36 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} (-8) \cdot 4,5^2 \text{ m} = 81 \text{ m}$$

Auto ujede před zastavením  $117 \text{ m}$ .

**Př. 6:** Jakou dráhu ujede než zpomalí na rychlost 30 km/h (při této rychlosti přežije srážku 90% chodů. Při vyšší rychlostech úmrtnost prudce narůstá – [www.ibesip.cz](http://www.ibesip.cz))?

Stejný příklad jako předchozí, pouze se změní hodnoty dosazované do rovnoměrně zrychlené části pohybu.

Rovnoměrný pohyb:  $s = vt = 36 \cdot 1 \text{ m} = 36 \text{ m}$ .

Rovnoměrně zrychlený pohyb (brždění):  $v_0 = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$ ,  $a = 8 \text{ m/s}^2$ ,

$v = 30 \text{ km/h} = 8,3 \text{ m/s}$ ,  $s = ?$

Rovnice zrychleného pohybu:  $v = v_0 + at$ ,  $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$  můžeme vypočítat čas z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{8,3 - 36}{-8} \text{ s} = 3,5 \text{ s}$$

$$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 36 \cdot 3,5 + \frac{1}{2}(-8) \cdot 3,5^2 \text{ m} = 77 \text{ m}$$

Auto ujede před zastavením 113 m.

**Př. 7:** Navrhni, jak pomocí běžných pomůcek změřit dobu, po kterou modelína brzdí při rozplácnutí o podlahu.

Stačí nám metr.

Dvakrát využijeme vzorce pro rovnoměrně zrychlený pohyb.

Pustíme modelínu ze změřené výšky na zem  $\Rightarrow$  výpočtem určíme rychlost, kterou dopadá na zem.

Změříme deformaci modelíny  $\Rightarrow$  jde o dráhu jejího zpomaleného pohybu a z ní můžeme určit dobu zpomalování.

**Shrnutí:** Záporné znaménko zrychlení znamená zpomalování.