

1.1.14 Sbírka – rovnoměrně zrychlený pohyb

Pohybové veličiny rovnoměrně zrychleného pohybu jsou popsány trojicí rovnic:

- $a = \text{konstanta}$,
- $v = v_0 + at$,
- $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$.

Jde o klasický případ „předpovídacích“ rovnic, které ze znalosti počátečních podmínek (a, v_0, s_0) umožňují určit konečné hodnoty pohybových veličin (s, v, a) v libovolném okamžiku t . Pokud známe konečné hodnoty, můžeme určit samozřejmě i hodnoty počáteční.

Při řešení příkladů postupujeme ve třech krocích:

- Ze zadání musíme poznat, které hodnoty patří kterým veličinám (problémy mohou být v rozlišování počátečních a konečných hodnot, nebo přiřazování znamének). Převedeme na základní jednotky.
- Vybereme rovnici, ze které dokážeme spočítat potřebnou veličinu.
- Dosadíme.

Žádné další fyzikální znalosti nepotřebujeme. Cílem není se naučit řešení příkladů nazpaměť. Cílem je nácvik rozhodování podle konkrétního zadání.

Př. 1: Urči dráhu, kterou urazí za 0,5 s kámen puštěný z věže (pohybuje se zrychlením 10 m/s^2).

$$v_0 = 0, \quad a = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = 0,5 \text{ s}, \quad s = ?$$

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 \cdot 1 + \frac{1}{2}10 \cdot 0,5^2 \text{ m} = 1,25 \text{ m}$$

Kámen urazí během první půl sekundy volného pádu 1,25 m.

Př. 2: Raketový motor druhého stupně je zažehnut ve chvíli, kdy raketa dosáhne rychlosti 9000 km/h , a dodává jí zrychlení 13 m/s^2 . Jak dlouho musí motor pracovat, aby raketu urychlil na $21\,000 \text{ km/h}$?

$$v_0 = 9000 \text{ km/h} = 2500 \text{ m/s}, \quad a = 13 \text{ m/s}^2, \quad v = 21000 \text{ km/h} = 5800 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5800 - 2500}{13} \text{ s} = 254 \text{ s}$$

Motor musí pracovat 250 sekund (4,2 minuty).

Př. 3: Lyžař vjede na prudší svah rychlostí 20 km/h . Jak je svah dlouhý, jestliže jej lyžař sjede za 4 sekundy a celou dobu se pohybuje se zrychlením $2,5 \text{ m/s}^2$. Jakou rychlost měl na jeho konci?

$$v_0 = 20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}, \quad a = 2,5 \text{ m/s}^2, \quad t = 4 \text{ s}, \quad v = ?, \quad s = ?$$

$$v = v_0 + at = 5,6 + 2,5 \cdot 4 \text{ m/s} = 15,6 \text{ m/s} = 56 \text{ km/h}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 5,6 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 4^2 \text{ m} = 42,4 \text{ m}$$

Swah má délku 42,4 m, lyžař zrychlil na 56 km/h.

Př. 4: Auto před sjezdem z dálnice zpomalilo za 5 s z 130 km/h na 90 km/h. Jak daleko před sjezdem začalo brzdit?

$$t = 5 \text{ s}, v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}, v_0 = 130 \text{ km/h} = 36,1 \text{ m/s}, a = ?, s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu: $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$ můžeme vypočítat zrychlení

z první rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{25 - 36,1}{5} \text{ m/s}^2 = -2,22 \text{ m/s}^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 36,1 \cdot 5 + \frac{1}{2} (-2,22) \cdot 5^2 \text{ m} = 153 \text{ m}$$

Auto začalo brzdit 153 m před sjezdem z dálnice.

Př. 5: Auto narazilo do stěny rychlostí 40 km/h a zastavilo za 0,07 sekundy. S jakým zrychlením se pohybovalo? O kolik se promáčkla přední část karoserie?

Promáčknutí karosérie odpovídá dráze, kterou auto urazilo mezi během zpomalování (od nárazu do zdi do zastavení).

$$t = 0,07 \text{ s}, v = 0, v_0 = 40 \text{ km/h} = 11 \text{ m/s}, a = ?, s = ?$$

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 11}{-157} \text{ m/s}^2 = 0,07 \text{ s}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 11 \cdot 0,07 + \frac{1}{2} (-157) \cdot 0,07^2 \text{ m} = 0,39 \text{ m}$$

Auto zastavovalo se zrychlením -160 m/s^2 , karoserie se promáčkla o 39 cm.

Př. 6: Upuštěný mobil padá z výšky 1,2 m se zrychlením 10 m/s^2 . Jakou rychlostí dopadne na zem?

$$v_0 = 0, a = 10 \text{ m/s}^2, s = 1,2 \text{ m}, v = ?$$

Počáteční rychlost je nulová \Rightarrow můžeme použít zjednodušené rovnice

$$v = v_0 + at = 0 + at = at$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} at^2$$

Nemůžeme určit rychlost z rovnice pro rychlost, protože neznáme čas \Rightarrow vypočteme čas z rovnice pro dráhu.

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad / \cdot 2$$

$$2s = at^2$$

$$t^2 = \frac{2s}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,2}{10}} \text{ s} = 0,49 \text{ s}$$

Dosazením určíme rychlost: $v = at = 10 \cdot 0,49 \text{ m/s} = 4,9 \text{ m/s}$.

Př. 7: Druhý stupeň rakety Saturn V (raketa, která vynášela na oběžnou dráhu kosmickou loď Apollo na cestu k Měsíci) pracoval 6 minut a průměrným zrychlením 12 m/s^2 zvýšil rychlost rakety na 24600 km/h . Jakou rychlost raketa měla, když po odhození prvního stupně začal pracovat druhý? Jakou urazila raketa vzdálenost během práce 2. stupně? Jak je možné, že přitom vystoupala z výšky 61 km do výšky 185 km ?

$$v = 24600 \text{ km/h} = 6800 \text{ m/s}, \quad t = 6 \text{ min} = 360 \text{ s}, \quad a = 12 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?, \quad s = ?$$

$$v = v_0 + at \quad / -at$$

$$v_0 = v - at = 6800 - 12 \cdot 360 \text{ m/s} = 2500 \text{ m/s} = 8900 \text{ km/h}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 2500 \cdot 360 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 360^2 \text{ m} = 1700000 \text{ m} = 1700 \text{ km}$$

Změna výšky $\Delta h = h_2 - h_1 = 185 - 61 \text{ km} = 124 \text{ km}$ je daleko menší než uražená vzdálenost, protože raketa v této fázi letu už neletí kolmo vzhůru.

Př. 8: Jakou rychlostí byl hozen kámen z věže vysoké 20 m , pokud dopadl na zem za 3 sekundy? Padající kámen se pohybuje ze zrychlením 10 m/s^2 .

$$a = 10 \text{ m/s}^2, \quad s = 20 \text{ m}, \quad t = 3 \text{ s}, \quad v_0 = ?$$

Dosazujeme do rovnice pro dráhu.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad / \cdot 2$$

$$2s = 2v_0 t + at^2 \quad / -at^2$$

$$2s - at^2 = 2v_0 t \quad / : (2t)$$

$$v_0 = \frac{2s - at^2}{2t} = \frac{2 \cdot 20 - 10 \cdot 3^2}{2 \cdot 3} \text{ m/s} = -8,3 \text{ m/s}$$

Kámen byl z věže hozen rychlostí $8,3 \text{ m/s}$ směrem vzhůru.

Př. 9: Auto jede rychlostí 130 km/h . Urči dráhu, kterou auto ujede do zastavení od okamžiku, kdy řidič spatří překážku. Auto jede nejdříve rovnoměrně 1 s (doba než řidič zareaguje + doba než auto začne brzdít), pak brzdí rovnoměrně se zpomalením 8 m/s^2 (brzdy sešlápnuté "nadoraz").

Jde o dva pohyby \Rightarrow řešíme dva příklady.

Rovnoměrný pohyb (od spatření do začátku brždění): $v = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad s = ?$

$$s = vt = 36 \cdot 1 \text{ m} = 36 \text{ m}$$

Rovnoměrně zrychlený pohyb (brždění): $v_0 = 130 \text{ km/h} = 36 \text{ m/s}$, $a = 8 \text{ m/s}^2$, $v = 0 \text{ m/s}$, $s = ?$

Rovnice zrychleného pohybu: $v = v_0 + at$, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$ můžeme vypočítat čas z první

rovnice a získanou hodnotu dosadit do druhé rovnice.

$$v = v_0 + at \quad / -v_0$$

$$v - v_0 = at \quad / : a$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 36}{-8} \text{ s} = 4,5 \text{ s}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 36 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} (-8) \cdot 4,5^2 \text{ m} = 81 \text{ m}$$

Auto ujede před zastavením 117 m.

Př. 10: Auto během zrychlování z počáteční rychlosti 50 km/h se zrychlením 2 m/s^2 urazilo dráhu 100 m. Jak dlouho auto zrychlovalo? Jaké rychlosti dosáhlo?

$$v_0 = 50 \text{ km/h} = 13,9 \text{ m/s}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad v = ?$$

Auto se pohybuje s nenulovou počáteční rychlostí \Rightarrow musíme použít kompletní sadu rovnic:

$$v = v_0 + at \quad \quad \quad 2 \text{ neznámé veličiny v rovnici}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \quad \quad \text{jedna neznámá veličina v rovnici} \Rightarrow \text{můžeme ihned počítat čas}$$

rovnice je pro čas kvadratická \Rightarrow nepůjde vyjádřit, rovnou dosadíme a vypočteme pomocí vzorce pro kvadratickou rovnici

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 100 = 13,9t + \frac{1}{2} 2t^2$$

$$t^2 + 13,9t - 100 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-13,9 \pm \sqrt{13,9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1} = \frac{-13,9 \pm 24,3}{2}$$

$$t_1 = \frac{-13,9 + 24,3}{2} = 5,2 \text{ s} \quad \quad \quad t_2 = \frac{-13,9 - 24,3}{2} = -19,1 \text{ s} - \text{nemá smysl}$$

Nyní můžeme dopočítat dosaženou rychlost:

$$v = v_0 + at = 13,9 + 2 \cdot 5,2 \text{ m/s} = 24,3 \text{ m/s} = 87,5 \text{ km/h}$$

Auto zrychlovalo 5,2 a dosáhlo rychlosti 87,5 km/h.